



数学家
教你
学数学



西尔维斯特 教你学矩阵

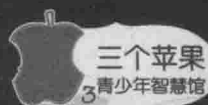
[韩]申庆姬 著 齐芳 译

考点精讲，高分必备！

- ★ 矩阵的含义
- ★ 矩阵的运算
- ★ 矩阵的逆
- ★ 矩阵的秩

掌握应用，攻克难点
★ 数学 ★
理解概念，就得这样学！

全国百佳图书出版单位
时代出版传媒股份有限公司
黄山书社



数学家
教你
学数学



西尔维斯特 教你学矩阵

[韩]申庆姬 著 齐芳 译

考点精讲，高分必备！

- ★ 矩阵的含义
- ★ 矩阵和方程组
- ★ 矩阵的加法和乘法
- ★ 逆矩阵

掌握应用·攻克难点
★ 数学 ★
理解概念·就得这样学！

全国百佳图书出版单位
APETUNE 时代出版传媒股份有限公司
黄山出版社

수학자가 들려주는 수학 이야기

Copyright © 2010 by JAEUM & MOEUM CO., LTD.

Simplified Chinese translation copyright © 2015 by Huangshan Publishing House.

This translation was published by arrangement with Jaum & Moeum Publishing Co., through Shanghai

All One Culture Diffusion Co., Ltd.

All rights reserved.

图书在版编目 (CIP) 数据

西尔维斯特教你学矩阵 / 【韩】申庆姬著; 齐芳译. — 合肥: 黄山书社, 2015. 12

(数学家教你学数学: 中学版)

ISBN 978-7-5461-5124-3

I. ①西… II. ①申… ②齐… III. ①数学—青少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 175875 号

版权合同登记号 图字: 12151528

XI'ERWEISITE JIAO NI XUE JUZHEN

西尔维斯特教你学矩阵

【韩】申庆姬 著 齐芳 译

出品人 任耕耘

总策划 任耕耘 杨雯

执行策划 司雯

责任编辑 程景

特约编辑 古宏伟 赵迪秋

装帧设计 齐娜

出版发行 时代出版传媒股份有限公司 (<http://www.press-mart.com>)

黄山书社 (<http://www.hspress.cn>)

地址邮编 安徽省合肥市蜀山区翡翠路 1118 号出版传媒广场 7 层 230071

印刷 安徽国文彩印有限公司

版次 2016 年 2 月第 1 版

印次 2016 年 2 月第 1 次印刷

开本 710mm×1000mm 1/16

字数 90 千

印张 9

书号 ISBN 978-7-5461-5124-3

定价 24.00 元

服务热线 0551-63533706

销售热线 0551-63533761

官方直营书店 (<http://hssbook.taobao.com>)

版权所有 侵权必究

凡本社图书出现印装质量问题,
请与印制科联系。

联系电话 0551-63533725

让我们站在数学巨人的肩膀上，
以更远的目光、更广的视野去观察数学世界吧！

数学教科书往往以“结果”来揭示数学，很难使学生了解数学不断进化的过程。事实上，数学的历史是围绕着一个课题，由众多数学家刻苦研究从而揭示一个个规律性原理的演绎推理过程。

《数学家教你学数学》是古今中外的数学家以他们那亲切的声音直接给我们讲述各种数学原理的产生过程，有助于学生以“现在进行时”来理解数学，而不是以“过去完成时”来理解。

学生对数学产生畏难情绪的主要原因之一是数学较强的“抽象思维”。数学的这一特性恰恰与学生喜欢的“具体思维”相悖。要想缩短“抽象思维”和“具体思维”之间的差距，方法只有一个，那就是在尽量回避数学抽象推理的同时，尽可能地增加对数学概念和原理的具体说明。而《数学家教你学数学》正是生动再现数学教科书的内容，力争使数学“变脸”，将原来抽象的数学改头换面成为具体的数学。此外，书中引用的大量名人逸事和数学家的趣闻，使学生感到枯燥无味的数学很容易变成妙趣横生、回味无穷的数字

游戏。

从结构上看,《数学家教你学数学》首先简要介绍数学家的业绩,然后通过数学家的讲解揭示数学的内在世界和外在世界,从列举的大量例子中说明数学概念和原理,最后再通过一个小结来归纳每节课讲的内容。本丛书的这种结构可以使读者从整体上了解每个数学概念和原理。

《数学家教你学数学》紧扣中学数学教程,尽可能包含中学数学所涉及的全部内容。比如《莱布尼茨教你学记数法》讲述的是数字形成的背景、原始进制法到数位进制法的发展过程、0的出现、莱布尼茨二进制法等方面的故事,如实反映了中学一年级进制法的内容。可见这套《数学家教你学数学》丛书能够起到帮助学生消化和吸收学校数学课程的作用。

伟大的科学家牛顿留下了一句绝世名言:“If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants. (如果说我比别人看得更远些,那是因为我站在了巨人的肩膀上)”没错,如果我们也站在这些数学巨人的肩膀上放眼远眺,就可以用更长远、更开阔的视野去了解数学世界。希望这套丛书能使我们的读者们都有机会站在数学巨人的肩膀上,把数学世界看得更清楚。

弘益大学数学教育系教授、《数学协奏曲》作者 朴京美

用数学眼光看穿世上的真理， 让我们亲身体会真理之伟大的“矩阵”的故事

很多学生认为数学和自己的生活没有太大的关系。每当看到他们只强调数学形式化的知识，疏于梳理原理和概念的情形，我总会觉得很遗憾。

数学知识和它的应用是分不开的。数学存在于生活中，因此数学教育应把焦点放在人类的智慧经验上。

这本书从这类问题开始，从而讲出矩阵的重要性。

方程产生于人类的生活中，矩阵及与之相关的运算随之出现。矩阵是解方程的有效工具，计算机等的发展简化了矩阵的运算，因此其应用范围有更加扩大的趋势。生活在21世纪信息化时代的现代人，应该能够对这些信息进行收集、选择和应用。矩阵帮助人们整理分析众多信息，从而预测未来活动。

通过本书，大家能了解到矩阵是解决问题核心的数学行为，还能自发地积极参与到概念产生的动态过程中，从而培养出具有创造性和探索性的数学思维能力。

希望通过这本书的学习，大家能快乐地画图，在不知不觉中提高数学思维能力，与数学建立密切的联系。

申庆姬



课 程 导 航

1 这本书的不同之处

《西尔维斯特教你学矩阵》从日常生活中遇到的实际问题开始讲起，让读者自然而然地了解矩阵是怎样产生的，为什么需要矩阵。与其说是矩阵的运算和规则，不如说是必须扩展的一个课程。

现代人要学会将各类信息整理得井井有条，从中发现蕴含的信息，从而解决问题并预测未来。本书通过矩阵这个工具向大家展示这一过程。



1. 从实际问题开始讲起。学习数学用语的定义然后解相关的应用题，这种学习方式是有局限性的。本书帮你体验从实际生活中发现问题的过程。

2. 在讲解概念之前先推测。对于某个具体问题，怎样才能有效解决呢？本书可以帮助读者探索解题的方法。

3. 概念和规则的产生是自然的，运算因需求而产生，并用于解决问题。

4. 体验数学的强大力量。我们为什么需要数学？尤其是矩阵为什么会出现？矩阵给我们的生活带来了哪些信息？



第一课 矩阵是怎样形成的?

学习矩阵形成的过程。

- **提前预习**：制表、计算税金、买东西。

- **学习方法**：把打猎得到的动物数量和附加税金制成表格，思考提高计算效果的方法，从而理解矩阵的必要性。

第二课 什么是矩阵?

学习矩阵的含义及相关用语。

- **提前预习**：了解行和列的含义之后，阅读会变得更轻松。

- **学习方法**：为了说明某个内容，需要先给其下定义，这就像大家互相叫对方的名字一样。在轻松阅读文章的同时，熟悉矩阵的含义。

第三课 从方程到矩阵

把方程变成矩阵解题。

- **提前预习**：一元一次方程，二元一次方程组。

- **学习方法**：如果知道二元一次方程组的解法，那么把方程变成矩阵的运算就很简单。为了简化方程，方程两边同时乘以某个常

数，或者某个方程同时乘以一个常数后与其他方程相加。方程之间对调解不变的性质，完全适用于矩阵。因为矩阵本来就是为了简化多元方程解法而创造的。

第四课 用矩阵解二元一次方程组

把有两个未知数的二元一次方程组变成矩阵来解。

- **提前预习：**解二元一次方程组。

- **学习方法：**接续上一课，学习把二元一次方程组变成矩阵的解法。

第五课 用矩阵解三元一次方程组

把三元一次方程组变成矩阵来解。

- **提前预习：**解三元一次方程组。

- **学习方法：**二元一次方程组和三元一次方程组的解法相同，同样，把三元一次方程组用矩阵的方式表达后，解法和第四课中学习的方法相同。另外，还能看到2000多年前数学书中的问题和解法，可以看到当时人们就使用了我们现在使用的矩阵。可见，数学是前人和我们的共同语言。

第六课 矩阵的加法和数乘

学习矩阵之间相加、矩阵数乘的方法。

- **提前预习：**矩阵的大小，一次方程的解法。

- **学习方法：**阅读本书的过程中，会学到矩阵元素之间相加的情况，自然引导出矩阵之间的加法。这时会思考只有矩阵的大小相等时才能相加，以及想到运算中需要满足一定的条件。数乘也是经过同样的过程学到。

第七课 矩阵的乘法

学习矩阵之间相乘的方法。

- **提前预习：**矩阵的大小，制表。

- **学习方法：**通过阅读认识矩阵乘法的必要性。这时要注意矩阵的大小，留意相乘的顺序。观察周围的问题能否用两个矩阵相乘表示，这样算有哪些优点。

第八课 利用逆矩阵解方程

求逆矩阵，通过逆矩阵解方程。

- **提前预习：**矩阵的乘法。

- **学习方法：**像利用乘法逆元解一次方程一样，认识逆矩阵的必要性。学习利用逆矩阵解方程组的过程。学习不是所有矩阵都有

逆矩阵，以及逆矩阵存在的条件，思考其与之前学习的方程解法的区别。

第九课 利用矩阵解决问题

利用矩阵解决各种问题。

- **提前预习：**制表、概率、矩阵的乘法。

- **学习方法：**书中提供了两种实际问题的情况。希望大家都以自己是CEO的心态认真解决问题。认识到资料调查的重要性，在资料分析、结果预测、问题解决等当中都会用到矩阵。

第十课 和西尔维斯特一起骑自行车旅行

学习用矩阵表达问题的另一个方法。

- **提前预习：**制表、概率的乘法。

- **学习方法：**结束全部课程，以轻松的心情骑自行车旅行。将韩国全国的五个城市用自行车路线连接起来，利用矩阵求出可以途经的几种情况。



数学家简介

西尔维斯特 (James Joseph Sylvester, 1814~1897)

我对世上的任何事物都怀有好奇心，

我总是手不释卷，

人们叫我读书狂。

我对语言学和文学等都很感兴趣，

我写的诗还被编辑成书出版。

不过，我人生中最重要，

是数学。

我和数学家凯利一起，

创造了不变式和矩阵这一伟大成就。



大家好，我是西尔维斯特！

我是西尔维斯特，1814年出生于英国伦敦。我比较长寿，活到83岁。因为数学，我的人生十分快乐，因为我真的非常热爱并享受数学。

大家知道集合中的“德·摩根定律”吧？我小时候很荣幸地跟德·摩根教授学习过。后来我也进入老师任职的大学做教授，和他成了同事。另外，现在受到世人敬仰的白衣天使弗洛伦斯·南丁格尔，她曾经跟我学过数学。因为当时没有多少女性学习数学，我至今还记得她眼睛里闪耀着学习数学新知识的光芒，她是一名非常优秀的学生。

我在英国和美国之间来往，做过多种工作。在移民美国的兄长的劝诱下，我通过解决保险统计的相关问题赚到了钱。那是一个关于彩票分类的问题，被我轻而易举地解决了，而这个问题让相关工作人员头疼了好长时间，所以他们看到我的解决方案后非常高兴，给了我丰厚的奖金。我还做过律师和保险员，不过我最感兴趣的还是埋头研究数学题。在英国和美国的大学里，和学生们一起学习，那是我最快乐的一段时光。在数学上有新发现的时候，那种满足感和兴奋之情在我的人生中无可替代。凭借着对数学的热情和热爱，我获得了多个数学奖项。做杂志编辑，刊载数学论文（这本论文集后来对数学的发展产生了重大影响），帮助数学家们之间开展良性竞争，这些成就让我非常自豪。

前面提到过，我对世间万物一直都非常感兴趣。数学自然不在话下。为了获得希腊、拉丁等渊博的古典知识，我常常手不释卷，人们都叫我读书狂。我对语言学和文学的兴趣也很浓厚，还曾写过几篇诗被编成书出版了。人们说我如果没成为数学家，很可能就会成为一位诗人。我似乎天生具有这种求知的热忱。我无法摆脱音乐对我的诱惑，便去上了声乐课，所以我的歌唱水平也很高。在聚会的场合，我常常自荐唱歌助兴。我常想，如果能像学音乐一样学数学，像学数学一样学音乐的话，可真是相得益彰啊！因为两者具有相同的灵魂，想一想艺术和数学也是“近邻”啊！

我对诸多领域的热情，为我写数学论文提供了许多帮助。通过不断努力所获得的灵感和渊博的知识，有助于我恰当地指出问题之所在，清楚地表达自己的意见。

数学的结果常常并不是靠一名数学家得到的，两名或多名构成的团体也会取得杰出的数学成果。有时候我是一个人学习，有时候是与当时著名的数学家凯利（英国数学家，1821~1895）一起学习，那时我更觉得自己充满了力量。凯利是我的至亲好友，是数学史上继欧拉和柯西后，数学著述最多的人。我们俩的性格和外貌都相差很大，却互帮互勉，一起在数学方面做了很多工作。当然，我们也互相称赞。

其实我的性格稍微有些粗暴和急躁，遇到什么不顺心的事就会发火。和凯利一起工作的时候也是，沉稳温和的凯利很理解我，他很耐心地等待我消退火气。现在想起来，我真的很想对凯利说“谢谢”和“对不起”。很奇妙的是，我们配合很默契。总之，我们取长补短，创造了杰出的数学成就。

我们创造的数学成就中，关于不变式和矩阵的成果令我非常自豪，因为后世的数学家都为此而惊叹不已。矩阵是本书的主要内容，因此这里稍微讲一下不变式的知识，希望对大家有所帮助。

假设一张纸上画有直线和曲线或者由直线和曲线构成的图形，在不撕坏的情况下把这张纸随意折叠。这时图形在折叠前和折叠