



大气运动的几何和拓扑

The Geometry and Topology of Atmosphere Motions

刘式达 刘式适 傅遵涛 著

高等教育出版社

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

P4

320

大气运动的几何和拓扑

Daqi Yundong de Jihe he Tuopu

刘式达 刘式适 傅遵涛 著

高等教育出版社·北京

图书在版编目 (C I P) 数据

大气运动的几何和拓扑 / 刘式达, 刘式适, 傅遵涛
著. -- 北京: 高等教育出版社, 2016.8
ISBN 978-7-04-045850-3

I. ①大… II. ①刘… ②刘… ③傅… III. ①大气动力
学-研究 IV. ①P433

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 152734 号

策划编辑 王超
插图绘制 杜晓丹

责任编辑 王超
责任校对 陈旭颖

封面设计 张志
责任印制 耿轩

版式设计 童丹

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 北京宏信印刷厂
开本 787mm×1092mm 1/16
印张 14.25
字数 240千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>
版 次 2016年8月第1版
印 次 2016年8月第1次印刷
定 价 59.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 45850-00

前言

从流体运动的角度讲,大气运动是最丰富多彩的和可见的,不但有造成降水的气旋和造成晴天的反气旋,还有带来狂风暴雨的台风(飓风),能把人和房屋都吹向天空的龙卷风。从全球看,还有大气运动的全球图像——大气环流,虽然大气运动应满足黏性流体的纳维-斯托克斯(Navier-Stokes)方程,简称N-S方程,且该方程中还要加上科里奥利(Coriolis)力(简称科氏力)。要把这些大气运动的图像,通过求解非线性N-S方程的偏微分方程来表达,几乎是不可能的。可是大气运动行进的路径或轨迹不外乎是几何曲线,所以大气运动和几何相联系是很自然的。尽管大尺度天气系统的气旋、反气旋,中尺度的台风(飓风)、小尺度的龙卷风的形态各不相同,但是在大气中它们不外乎受气压梯度力、科里奥利力、黏性力(摩擦力)、离心力的影响,随着运动形态尺度的不同,各种力的重要性不尽相同。可是气旋、反气旋,台风(飓风)、龙卷风各自都有其不变的三维几何结构,所以可以通过力的平衡求出各自的定常速度场,来判断这种结构。气旋、反气旋通常是双锥形结构,台风是柱形结构,龙卷风是漏斗状结构。地面天气图和高空天气图是观察和分析大气运动的主要工具。地面天气图上所绘出的等压线是空气压力空间曲面的廓线。高空等压面天气图上所绘出的等高线也是等压曲面的廓线。正如地形曲面一样,地形的最高点、最低点及鞍点都是曲面的临界点。临界点是曲面拓扑的主要特征。压力曲面的临界点对应于天气图上高低压中心及高低压间的鞍点。因为天气图上那些高低压中心以及鞍点等临界点也是无风点,所以将大气运动和拓扑相联系也是自然的。地面天气图和高空等压面图上的流场可以看成二维的向量场,这些二维向量场可以有源和汇场、切变场、旋转场、螺旋旋转场,它们均存在无风的点(在数学上称为向量场的奇点),从物理上讲我们可以按速度场水平辐散辐合以及受正恢复力(或负恢复力)的情况将这些流场进行拓扑分类。同样天气系统的三维向量场也有向量场的奇点(无风点),其三维结构也可以进行拓扑分类,这样从物理上就非常清楚,不同结构的系统是由不同物理因素造成的。同时大气环流每时每刻都不一样,但是它们发生在同一个地球上,由于流动具有连续性,大气环流流场(向量场)也

要服从球面上的拓扑性质。

因此,本书不是从一般的大气动力学出发来研究大气流场形态,而是从大气运动的物理、受力及力平衡的观点出发,分析大气运动应遵循的几何和拓扑规律,反过来又说明不同大气运动形态的物理。

本书共分8章,第一章介绍大气流场的种种斑图(pattern),它们既美丽又丰富,在二维和三维空间中表现出不同的几何形态。由于大部分斑图是从天气图上发现的,所以我们在第二章介绍天气图上所出现的标量场和向量场,以及曲面临界点和欧拉(Euler)示性数(charateristic)的关系。第三章我们介绍大气运动的物理,包括质量守恒和各种受力。第四章我们介绍用流场显示的动力系统及其形态,特别要分析动力系统的奇点,它是形态分析的主要工具。第五章介绍流场拓扑分类的物理。第六章介绍天气系统的几何和结构,也介绍描述这些天气系统形状的微分几何中的曲率及高斯-博内(Gauss-Bonnet)定理。第七章介绍不可压缩大气流场的拓扑。第八章用球调和函数来表征全球流场的多种形态,并将拓扑上的庞加莱-霍普夫(Poincare-Hopf)定理应用于大气流场。

目 录

第一章 大气流场的种种几何斑图	1
1.1 全球表面的流场	1
1.2 气旋和反气旋的三维结构	3
1.3 冷锋和暖锋	4
1.4 龙卷风	6
1.5 台风(飓风)	8
1.6 大气环流	9
1.7 混沌流场	12
1.8 边界层内的流场	13
小结	16
第二章 天气图上的标量场和向量场	17
2.1 地面天气图上的等压线是压力场曲面的廓线, 高空天气图上的等高线是等压曲面的廓线	17
2.2 压力曲面的高低压廓线和鞍点	19
2.3 梯度向量场和气压梯度力	21
2.4 风向量场和流线	23
2.5 科里奥利力向量场	25
2.6 摩擦力向量场	27
2.7 地面流场和高空流场之间的关系	28
2.8 曲面的临界点和欧拉示性数	30
小结	35
第三章 大气运动的物理和概念	36
3.1 质量守恒和流场的散度	36

3.2 流场的剪切和涡度	39
3.3 力的平衡和速度场	42
3.4 正负阻尼	50
3.5 浮力是负恢复力	51
3.6 正压和斜压	55
3.7 大气中的角动量守恒	59
3.8 螺旋度	63
小结	70
第四章 速度场的动力系统	71
4.1 一个例子	71
4.2 动力系统及类型	73
4.3 相轨道	77
4.4 二维动力系统奇点和类型	80
4.5 极限环轨道和同(异)宿轨道	82
4.6 流场的分岔	87
4.7 三维速度场的奇点	90
4.8 洛伦茨流场	91
小结	92
第五章 流场拓扑分类的物理	94
5.1 结点和鞍点的物理区分	94
5.2 中心点和焦点, 结点和焦点的区别	97
5.3 向量场奇点的雅可比矩阵	98
5.4 二维速度场的物理拓扑分类	102
5.5 中心、奇点线和剪切速度场	105
5.6 三维向量场的雅可比矩阵	109
5.7 三维速度场的物理拓扑分类	116
5.8 地面高低压的判别	119
小结	122
第六章 天气系统轨道曲线和曲面	123
6.1 反气旋和副热带高压	123
6.2 地面天气图上的闭合等压线和螺旋曲线	129
6.3 高低压之间的鞍形双曲线、阻塞高压和切断低压	131
6.4 台风的三维圆柱螺旋曲线	135

6.5 气旋和反气旋双锥螺旋结构	139
6.6 龙卷风漏斗云是在双曲面上运动吗?	143
6.7 球面上的螺旋曲线	145
6.8 高斯曲率和流函数曲面	149
小结	153
第七章 不可压缩大气流场的拓扑	155
7.1 伯努利能量曲面和广义的地转关系	155
7.2 三维不可压缩速度场的螺极分解和鞍-焦奇点	157
7.3 三维不可压缩大气流场的拓扑	162
7.4 速度场奇点(临界点)的指标	169
7.5 由复速度决定的向量场及奇点指标	173
7.6 二维速度场和流函数梯度的对偶	175
7.7 湍流涡旋的拓扑——伸长、折迭和扭转	178
7.8 全球球面上流场所遵循的拓扑定理 ——庞加莱-霍普夫定理	187
小结	194
第八章 球表面常见流场和球调和函数	195
8.1 球面上最简单的几种流场和庞加莱-霍普夫定理	195
8.2 球面流场模型和梯度场	198
8.3 纬向气流的动力系统	203
8.4 球调和函数及其零线	205
8.5 球面四个涡旋流场	210
8.6 三圈环流流场	212
8.7 球面上的螺旋流场	213
8.8 南北极奇点的确定	215
小结	216
参考文献	217

第一章

大气流场的种种几何斑图

地球的表面约有 10 km 厚的薄薄的一层空气流体, 由于地球自转和受太阳供给能量的影响, 其运动是流体中最丰富多彩的。例如, 有影响每天天气的上千 km 尺度的中纬度气旋、反气旋涡旋, 带来暴风骤雨的数百 km 尺度的台风, 破坏力极强的数百 m 尺度的龙卷风。同时全球热空气从赤道上升, 从高空流向极地再下沉, 在地表则从极地流向赤道而形成哈德莱 (Hadley) 环流。在大气的高层的水平方向还有自西向东流动的波动流场, 称为罗斯贝 (Rossby) 波, 波长达到数千 km。下面我们分别用流场向量 (以箭头表示) 的形式展示出来。

1.1 全球表面的流场

图 1.1 是地球表面常见的风场斑图。

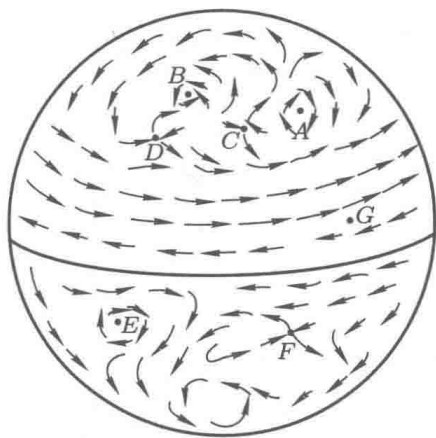


图 1.1 全球风场斑图

从图 1.1 看出, A 附近的流场是顺时针旋转, 由于它处在北半球, 这种流场称为反气旋。在 B 点附近的流场是逆时针旋转, 由于它处在北半球, 这种流场称为气旋。在 E 点附近的流场是顺时针旋转, 由于它处在南半球, 称为气旋。在全球的中纬尺度地区, 气旋和反气旋是常见的大气涡旋流场, 它们是天气变化的主要天气系统。图 1.1 中的 C 、 D 、 F 点附近的流场, 有两个方向流场流向该点, 有两个方向流场流出该点, 这些流场称为鞍点场, 鞍点场是流场的主要通道之一, G 点附近是一种流场方向互相相反的切变流场。

图 1.1 只是地球表面的流场, 由于地球表面的流场有各种地形和摩擦作用, 流场是比较复杂的。但是在大气的高层, 由于地表摩擦的影响可以不考虑, 所以流场从整体上相对简单。图 1.2 是北半球 500 hPa 高空等压面 (离地面约 5 500 m) 上的等高线所显示的流场。图 1.2 中的线是等高线, 它也是流线, 流

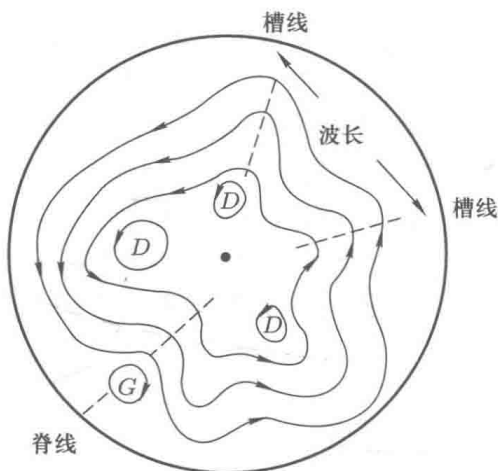


图 1.2 北半球 500 hPa 流场图

场就是切于等高线而流动的。通过第二章和第三章我们将知道, 在大气高层, 风和等高线之间符合地转风关系, 背风而立, 高的等高线在右, 低的等高线在左。从图 1.2 看出, 围绕着北极流场的形式是一种波动形式 (称为罗斯贝波)。空气向南流动造成的波动称为低压槽, 因为在紧靠它上面有逆时针旋转的低压 (用 D 表示)。暖空气向北流动造成的波动称为高压脊, 因为紧靠在它上面有顺时针旋转的高压 (用 G 表示), 两个槽线之间的距离是罗斯贝波的波长。有时高压脊内的高压或低压槽内的低压就好像从罗斯贝波中孤立出来, 而形成切断低压或阻塞高压, 见图 1.3。从图 1.3 看出, 在切断低压的上方和阻塞高压的下方各有一个鞍形场。因为风场的箭头代表时间增加的方向。无论是切断低压, 还是阻塞高压, 流场当时间 $t \rightarrow +\infty$ 时都是趋向鞍形场的鞍点, 而当时间 $t \rightarrow -\infty$ 时都是从鞍点出发, 因此鞍点是 $t \rightarrow \pm\infty$ 时的归宿, 它称为同宿

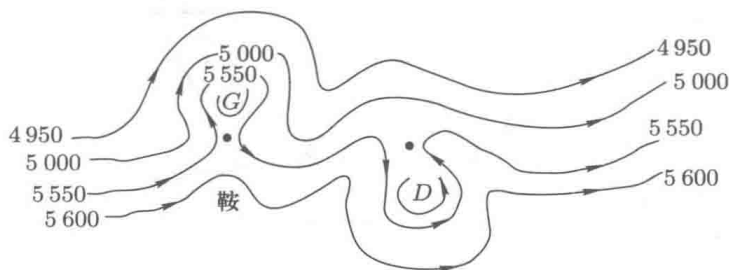


图 1.3 阻塞高压和切断低压

数字为 500 hPa 等压面上的高度场 (单位: m)

点, 此时轨道为同宿 (homoclinic) 轨道。我们将在第四章中论述。

在同宿轨道上, 所经历的时间是无穷大。物理学单摆的上方点就是鞍点, 因此从上方小球离开又回到上方, 振动的周期为无穷大。若从波动的角度看, 波动周期也是无穷大, 因而从波动角度看同宿轨道也称为孤立波。物理学中的孤立波, 在大气科学中, 切断低压和阻塞高压有明显的体现。

1.2 气旋和反气旋的三维结构

前面介绍的流场只是在一个固定高度上 (一个在地表高度, 一个在 500 hPa 高度) 讲的。实际上大气运动是在约 10 km 厚度的三维空间中进行的, 它不但有水平运动而且有垂直运动, 特别的是, 大气中只有上升运动才能将地面的热空气搬运到冷的高空, 空气中的水汽只能在低温下饱和, 而形成云, 才能降水。所以说前面介绍的气旋和反气旋是在地表做逆时针或顺时针的旋转, 在垂直方向做垂直运动而且在三维空间 (x, y, z) 中有明显的几何结构。

我们将从地面到高空 300 hPa 的多个高度上的天气图组合在一起就可以看到天气系统的三维结构。以影响天气最重要的天气系统——气旋、反气旋为例。图 1.4 显示出的是气旋、反气旋的三维流动的斑图。从图 1.4 看出, 气旋内部全部是上升运动, 因而是降水的主体。反气旋内部全部是下沉运动, 是晴天的主体。北半球地表逆时针旋转的气旋 (D), 将空气从外部螺旋进入内部, 诱发上升运动, 大约到大气的中层, 上升运动达到最大, 由中层向上, 垂直运动逐渐减小, 直到对流层顶, 上升运动为零 (停止)。气旋由地面到中层, 在水平方向是辐合运动, 由中层到对流层顶, 变成由气旋内部将空气螺旋向外的辐散运动, 表现在高空 300 hPa 的天气图上, 地表气旋的上方为罗斯贝波的槽前方, 等高线由密变疏, 显示出空气是由气旋内部辐散出去。而反气旋 (G) 和气旋的流场则相反, 由中层到地表, 水平方向空气以顺时针方向由内部螺旋向外流出去, 地表反气旋的上方是罗斯贝波的脊前, 由上层到中层空气则由外部流

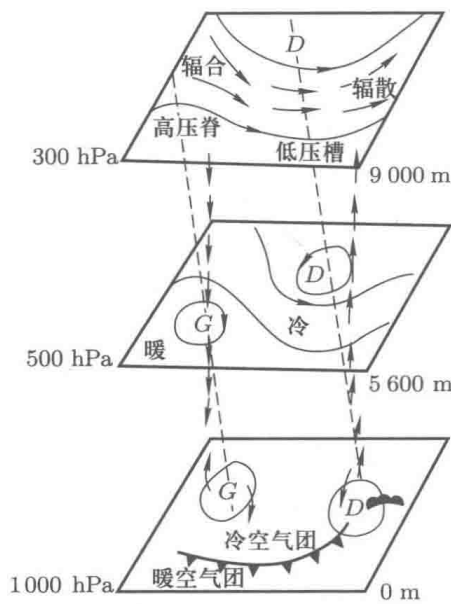


图 1.4 气旋、反气旋的三维流动斑图

进反气旋, 在 300 hPa 图上的流线, 则由疏变密, 显示空气是向内流的水平辐合。反气旋内部的下沉运动, 大约也是在中层附近达到最大。地面气旋在高空槽前, 地面反气旋在高空脊前, 而不是垂直上下的对称性。这是由于其内部温度是不均匀的。

由于垂直运动在大气中很难用仪器测出, 所以只能将水平运动和垂直运动分开说明, 实际上水平运动和垂直运动造成的流场是一个整体三维流场。三维空间通常是一种螺旋形式。

1.3 冷锋和暖锋

1.2 节中中纬度气旋、反气旋的三维结构 (图 1.4) 上层和下层是不对称的, 下层是旋转流场, 上层则是槽和脊的前方, 这是怎么回事呢? 原来气旋、反气旋内部的温度常是不均匀的。若气旋、反气旋内部的温度场和等压线分布形式相同, 如气旋是热中心, 反气旋是冷中心, 且它们随高度的温度变化也是处处一样的, 那么气旋、反气旋三维结构应是上下对称的双锥结构 (见第六章), 但是由于高纬度的空气温度大大低于低纬度的空气温度, 北面冷空气要南下, 南面暖空气要北上, 如图 1.4 中的高空槽和高空脊, 也就是说北方冷空气团要和南方暖空气团相互进行交换。结果在中纬度气旋、反气旋的内部既有冷气团也有暖气团, 在三维空间中冷气团和暖气团相互碰撞的界面, 则称为锋面

(front)。在三维空间中锋面是个倾斜的曲面。正因为气旋、反气旋的内部既有冷空气也有暖空气,内部空气温度非常不对称,所以气旋、反气旋的三维结构,上下层是不对称的。

图 1.4 中的气旋内部,西部有冷空气,东部有暖空气。因为冷空气密度大,一般在倾斜锋面的下部,暖空气在倾斜锋面的上部。当冷空气从下方插入,在向前推进过程中,将暖空气高高地抬起来,暖空气越来越抬高,在高空降温,水汽凝结,常常形成积雨云降水和风暴,这称为冷锋,它在地面天气图上用符号  表示。但是当暖空气行进时,它主动慢慢爬升到冷空气的上面而形成的锋面叫暖锋,它在地面天气图上用符号  表示。由于其慢慢爬升到高空,温度逐渐下降,水汽自下而上就产生雨层云、高层云、卷层云、卷云等云系,常形成连续性降水。

冷锋和暖锋的结构见图 1.5。

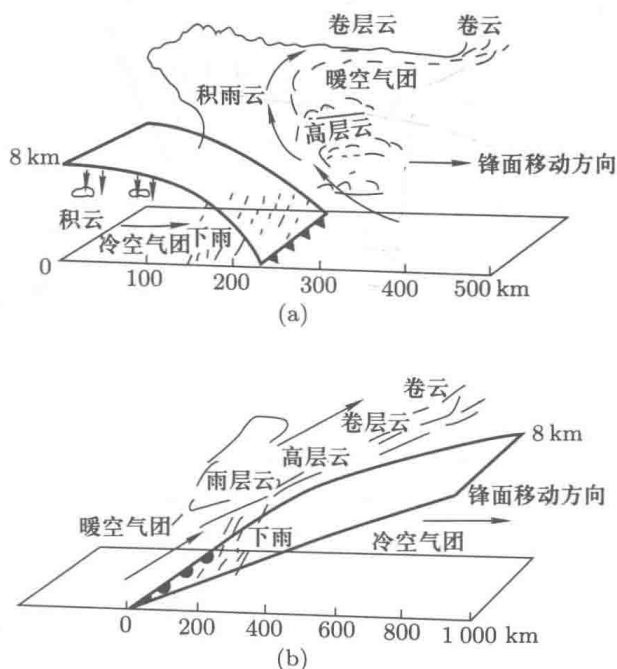


图 1.5 冷锋 (a) 和暖锋 (b) 的结构和云系

由于锋面是一个很薄的曲面,锋面两边的气压、温度、风场都有很大的差异,甚至造成这些廓线的不连续。图 1.6 是地面天气图上气旋中锋面附近的等压线和风场的斑图。

从图 1.6 看出,锋面两边的等压线是连续的,但是不可微的,水平风场是要穿过等压线指向低压内部,正是因为水平风场将气旋外部空气吹向内部,由于风场的连续性,才诱发出气旋内部的上升运动。正是因为冷锋后刮西北风,暖

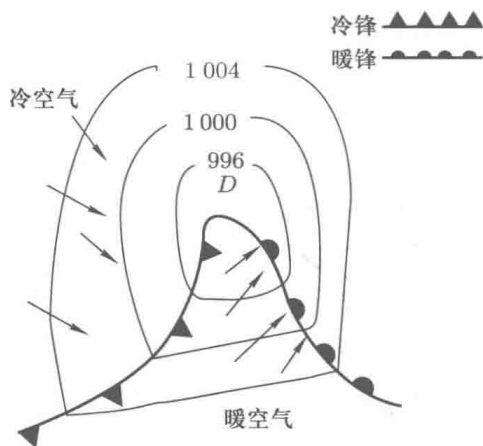


图 1.6 地面天气图气旋中锋面附近的等压线和风场斑图
实线是等压线, 数值的单位为 hPa, 风场用箭头表示

锋后刮西南风, 这种变形风场, 造成西南东北走向的冷锋区内温度高度密集, 锋区两边的温度差极大, 形成薄而长的锋区, 见图 1.7。

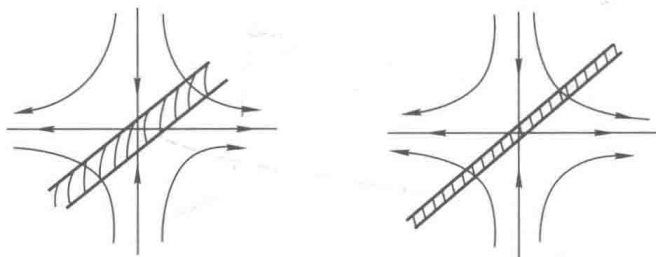


图 1.7 鞍形场造成的温度场密集 (细长条)
锋区内温度急剧变化是天气发生突变的主要原因

1.4 龙卷风

前面介绍的中纬度气旋的尺度达千 km, 而北半球也做气旋式旋转的龙卷风尺度只有数百 m 到 1 km, 但是它带来的强烈旋转角速度却是气旋的数十倍。

龙卷风常出现在局部地区有对流极强的超对流风暴单体的条件下。见图 1.8。这种风暴单体对流极强, 可达到对流层顶, 一个小时内天空一片漆黑, 常伴有极强的阵风和强降水, 观测表明风暴形成前有强烈的风随高度增加的风切变。风暴单体又称为中尺度气旋, 范围约 40 km。风暴云中除了有强烈的水平辐合上升运动外, 风暴云底还有强烈的下曳气流, 将风暴云底云冲下地面,

然后下沉云的周围仍做逆时针的旋转, 形成漏斗状的龙卷风云体, 见图 1.9。

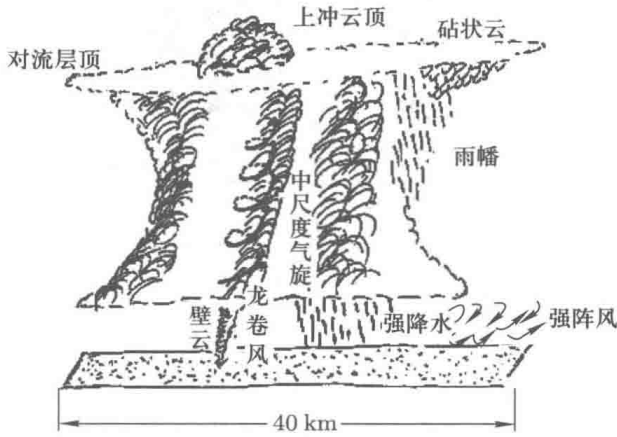


图 1.8 有风暴出现时, 龙卷风的发生

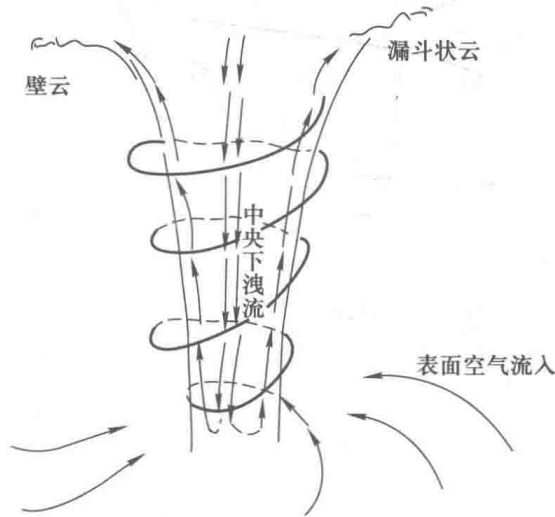


图 1.9 龙卷风的三维斑图

漏斗云外的周围空气仍做强烈的逆时针螺旋上升运动, 甚至将任何人、建筑物卷上天空。

具体讲, 龙卷风发展过程可分成四步: 首先由风切变形成逆时针旋转涡度被输送到对流区域, 其次有环流的垂直平流, 第三下电流开始发展, 最后涡旋伸长角动量集中, 见图 1.10。

在美国, 龙卷风一年中可发生上千次之多。

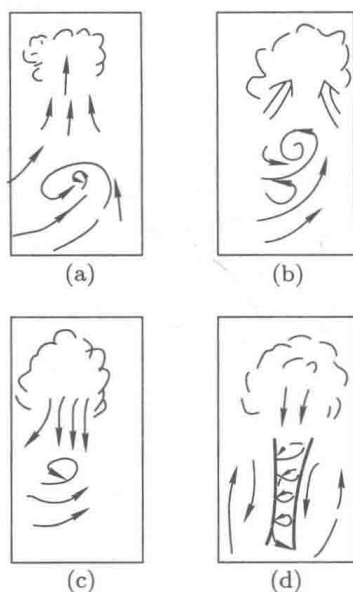


图 1.10 龙卷风发展过程

(a) 由切变形成的逆时针旋转涡度输送到对流区域; (b) 有环流的垂直平流;
(c) 下曳气流开始发展; (d) 涡旋伸长, 角动量集中

1.5 台风 (飓风)

在北半球, 除了中纬度气旋、龙卷风是做逆时针旋转的涡旋外, 在低纬度 (5° — 20° 之间) 的热带洋面上还有数百 km 量级的做逆时针旋转的台风 (飓风)。和中纬度气旋不同, 气旋的内部既有冷气团又有暖气团, 且伴有锋面。而台风处在热的洋面上, 由于台风也是做气旋式旋转, 所以也称热带气旋, 而台风内部基本是在暖的空气团控制之下, 也没有锋面。

台风除了做逆时针气旋式旋转之外, 最显著的一个特点是, 台风中心有一个大约 30 km 的台风眼, 在台风眼内空气是下沉气流, 因而是晴天。

中纬度气旋的上升运动, 主要是地表水平辐合以及冷暖空气团交界的锋面而形成的。而台风内的上升运动主要是暖的洋面上有大量的积云雨带, 凝结潜热释放, 向台风提供充足的能量而形成的。由于科里奥利力, 台风在北半球仍做围绕垂直轴的螺旋式旋转。

台风的斑图是一个深厚的柱状三维螺旋, 见图 1.11。从图 1.11 看出, 整个三维空间中的几乎整层空气都是将周围的空气辐合进来, 直到对流层顶, 台风的顶部空气才从内部向外辐散出去。

从前面介绍的气旋、龙卷风和台风的三维结构的差异来看, 从几何上它们基本上分别在圆锥面、漏斗状的双曲面和柱面上做螺旋运动。这种几何上



图 1.11 台风的螺旋斑图

的差别反映出它们形成的物理机制的差别。

至于 1.1 节全球表面流场、风场的奇点差异,从拓扑上讲,它反映出地球表面压力曲面的差异。这些差异可以进行拓扑分类,它们也反映出不同风场奇点所形成的物理性质不同。

1.6 大气环流

前面介绍的气旋、反气旋、台风和龙卷风,它们只是地球上某些局部地区的流场结构。而 10 km 厚的全球大气是一个整体,整体的流场是一个什么图像呢?从赤道到北纬 30° ,赤道热空气上升,到 30° 下沉,形成哈德莱环流。而从北纬 30° 下沉气流到北纬 60° 形成上升气流。这一环流称为费涅尔 (Ferrel) 环流。而从北纬 60° 上升气流到极地下沉,形成极地环流。这统称为三圈环流,如图 1.12。这三个纬度区间 (10° — 30° , 30° — 60° , 60° — 90°) 分别是低纬度、中纬度和高纬度,它们在垂直方向上的剖面见图 1.13。从沿三个纬度带的纬圈方向上的运动看,中纬度是西风带的罗斯贝波,赤道和极地纬度圈都是东风带。在北纬 60° 上空有极地急流,在北纬 30° 上空有副热带急流,它们都是自西向东流动的。在图 1.13 中用黑点表示。符号 “ $\odot$ ” 表示风是西风。

从压力上讲,北半球北纬 30° 附近是副热带高压,北极也是高压,而赤道和北纬 60° 则是低压,参看图 1.13。

图 1.12 中的西风带和东风带的风向偏离形成的信风,则是由科氏力造成的。

至于为什么不是由赤道热空气上升直接到北极下沉,而形成赤道极地的单圈环流,我们以后将从物理上做解释。