



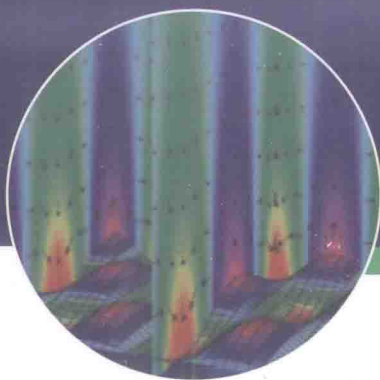
[美] Earl G. Williams 著
卢奂采 译

傅里叶声学

声辐射与近场声全息

Fourier Acoustics

Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography



清华大学出版社





[美] Earl G. Williams 著

卢奂采 译

傅里叶声学

声辐射与近场声全息

Fourier Acoustics

Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书以傅里叶变换原理为基础,系统地总结和介绍了平面声波、柱面声波以及球面声波在波数空间的数学模型和物理概念,以及近场声全息方法在进行正向声场预测和逆向声场重构时的原理、计算步骤和应用。全书共8章,第1章对广义函数进行了综述,第2章介绍了平面波和倏逝波的物理概念,引出傅里叶声学 and 角谱的定义。第4章和第6章分别在柱坐标系和球坐标系下,介绍柱面波和球面波的表达和物理概念,并用图形详细解释了如贝塞尔函数和球谐函数等复杂函数的细节。第3、5、7和8章分别对应运用平面、柱面、球面以及任何几何形状的声学量测量全息面时,通过近场声全息方法,求解声场重构逆问题的过程,即实现在时间和空间上逆向重构声场的过程和步骤。

本书讲解透彻,并配有大量图表和实验结果。每一章末尾都有练习题,以便检验读者对各章内容的理解,并提供了进一步的概念和理论。由于本书自成一体,读者无需具有声学背景,所有必要的公式和概念都包含其中。本书可作为大学高年级学生和研究生课程的教科书,也可作为水声学、结构声学以及气动声学等领域中从事近场声全息、近场/远场声辐射、声成像、声场可视化、传声器阵列信号处理、声源识别和定位技术的科研工作者和工程师的参考书和工具书。

Fourier Acoustics

Earl G. Williams

ISBN: 0-12-753960-3

Copyright © 1999 by Elsevier. All rights reserved.

Authorized Simplified Chinese translation edition published by Elsevier (Singapore) Pte Ltd. and Tsinghua University Press.

Copyright © 2016 by Elsevier (Singapore) Pte Ltd and Tsinghua University Press. All rights reserved.

Published in China by Tsinghua University Press under special arrangement with Elsevier (Singapore) Pte Ltd.. This edition is authorized for sale and distribution in the People's Republic of China exclusively (except Taiwan, Hong Kong SAR and Macao SAR). Unauthorized export of this edition is a violation of the Copyright Act. Violation of this Law is subject to Civil and Criminal Penalties.

本书简体中文版由 Elsevier (Singapore) Pte Ltd. 授予清华大学出版社在中华人民共和国境内(不包括中国香港、澳门特别行政区和中国台湾地区)出版与发行。未经许可之出口,视为违反著作权法,将受法律之制裁。

本书封底贴有 Elsevier 防伪标签,无标签者不得销售。

北京市版权局著作权合同登记号 图字: 01-2013-7082

版权所有,侵权必究。侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

傅里叶声学: 声辐射与近场声全息/(美)厄尔·威廉姆斯(Earl G. Williams)著; 卢奂采译. --北京: 清华大学出版社, 2016

书名原文: Fourier Acoustics

ISBN 978-7-302-43867-0

I. ①傅… II. ①厄… ②卢… III. ①声辐射 IV. ①O422.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 110569 号

责任编辑: 许 龙 赵从棉

封面设计: 常雪影

责任校对: 赵丽敏

责任印制: 何 芊

出版发行: 清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者: 三河市君旺印务有限公司

装 订 者: 三河市新茂装订有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 185mm×230mm

印 张: 17.75

字 数: 385 千字

版 次: 2016 年 6 月第 1 版

印 次: 2016 年 6 月第 1 次印刷

印 数: 1~1500

定 价: 68.00 元

产品编号: 054857-01

译 者 序

美国海军研究实验室的 Earl G. Williams 博士是世界知名的声学家、傅里叶声学专家。他于 1980 年首次在 *Physics Review Letter* 发表了关于无波长限制的声场逆向全息映射方法,由此激发起长达 30 多年的近场声全息研究热潮。至今,近场声全息仍然是声学领域的前沿研究热点。以傅里叶声学为基础的近场声全息理论,已由丹麦的 Brüel & Kjaer 公司及其他世界著名的声学技术和仪器公司,转化成声全息技术和声全息测量设备,并广泛应用于世界各国航空、航天、汽车、高铁、水声装备等各类高端装备在制造和运行过程中的噪声源识别和空间定位。基于傅里叶声学的近场声全息方法,具有严格的数学模型、清晰的物理概念,由于全书共 8 章的内容具有基础性,且图文并茂,本书几乎成为世界上每个希望学习和理解近场声全息理论和技术的初学者的入门书和工具书。

本书的英文版问世于 16 年前,而日文版的发行迄今已过去了 10 年。十几年前,译者就有将本书翻译成中文版的意愿,经过 15 年来在近场声全息领域的研究和针对研究生教学的经验积累,译者现在如愿以偿将英文原著以汉语重新表述出来。Williams 博士特地为此中文版撰写了前言,并且详细地将本书英文版出版后近场声全息理论和技术的进展,在中文版前言中进行了综述,这对阅读中文版的各个学科的读者群具有重要的参考价值。愿本书的中文版能为使用中文的国家和地区的有关专家、科研人员、工程师和大专院校的师生,提供相关的和必要的知识基础。

在翻译过程中,得到了浙江工业大学“声学与振动”实验室的博士后和研究生的大力帮助,没有他们的帮助,中文版的出版或许还要延后几年。译者特别感谢周达仁对译稿校对所付出的时间和努力,衷心感谢金江明、李敏宗、裘信国、黄天明、宋玉来、岳磊、胡伟杰、黄勇、程相乐、肖永雄、李沛哲、胡佩佩、戢金国、张瑶和王贤明在本书的翻译和出版过程的各个环节中做出的巨大贡献。译者由衷感谢清华大学出版社的赵从棉女士对本书耐心细致的审读。

译 者

于杭州

2016 年 4 月

前 言

(作者为中译本写的前言)

本书的英文版问世于 16 年前,而日文版的发行迄今也已过去了 10 年。在这段时间里,人们对该书持久的、与日俱增的关注凸显了这次中译本出版的意义。这种持久的人气应归因于本书所述主题的大部分内容具备的基础性,以及近场声全息(Nearfield Acoustical Holography, NAH)在当今世界中日趋增加的重要性与普及程度。本书的读者群已经涵盖了其他学科,特别是高保真音响系统的研究,这归因于第 6 章中对球谐函数所作的清晰的论述。

从 1999 年至今,NAH 理论有了长足的发展,如果重写本书,我会将这些进展添加进去。事实上,从那时起我已陆续发表了超过 30 篇关于该主题的文章,其中最值得关注的是可用于自动确定 k -空间滤波器的正则化理论的发展。该进展极大地提高了利用软件包来进行 NAH 分析的能力。Tikhonov 正则化理论与 Morozov 偏差原理相结合,为 NAH 的具体实现提供了一种强有力的工具。这个主题在我的一篇题为 *Regularization methods for near-field acoustical holography* 的文献(该文献发表于 2001 年 *Journal of the Acoustical Society of America* 学报第 110 卷,第 1976~1988 页)中有所涉及。

第二个关键性的进展是逆边界元法(Inverse Boundary Element Methods, IBEM)的发展,该方法源于本书第 8 章给出的相关内容。IBEM 方法针对的对象是:它的几何表面可以不必与简单的可分离的坐标系(separable coordinate system)共形。第 8 章中论述的奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)和上面所述的 Tikhonov 正则化理论一起,构成了求解这些任意几何形状对象的逆问题的基础。相关结论发表在题为 *Interior near-field acoustical holography in flight* 的文献中,该文献发表于 2000 年 *Journal of the Acoustical Society of America* 学报第 108 卷,第 1451~1463 页。我的同事 Nicolas Valdivia 对 Krylov 子空间迭代法的研究也取得一定的进展,以解决 SVD 方法难以处理的较大规模数据(更多测量点)的求逆问题。其结果参见文献 *Krylov subspace iterative methods for boundary element method based near-field acoustic holography*,该文献刊登于 2005 年 *Journal of the Acoustical Society of America* 学报第 117 卷,第 711~724 页。

IBEM 方法中的很多工作已被一种更为简单的方法取代,该方法直接源自 IBEM 理论,称做等效源法(Equivalent Source Method, ESM)。大量的研究论文已经涌现,其中很多文章是我的同事 Nicolas Valdivia 所著。我认为 ESM 的出现是 NAH 方法的一个重大进展,因为该方法通过利用一系列点状单极子的分布,就能够处理具有复杂几何结构声源的声场

重构问题。

最后,第三个显著的进展称为 Patch 近场声全息,即 Patch NAH。这个方法在处理平面和柱面几何结构时,放松了对于测量表面必须大于延伸的声源表面的要求。利用 Patch 近场声全息方法,只需在面积小于声源表面的区域上进行阵列信号测量,并且通过物理的方式对孔径进行延展,即可消除 3.9 节中所述的边缘问题。读者可以参考 Saijyou 和 Yoshikawa 最近发表的文章 *Reduction methods of the reconstruction error for large-scale implementation of near-field acoustical holography*, 该文献发表于 2001 年 *Journal of the Acoustical Society of America* 学报第 110 卷的第 2007~2023 页,更多信息可参考我的一篇文章——*Fast Fourier transform and singular value decomposition formulations for patch nearfield acoustical holography*, 该文献发表于 2003 年 *Journal of the Acoustical Society of America* 学报第 114 卷,第 1322~1333 页。由 Brüel & Kjaer 公司的 Jörgen Hald 开发的 Patch 技术——称做统计最优近场声全息方法 (Statistically Optimized Nearfield Acoustical Holography, SONAH)——是 Patch 方法的一个重大发展,相关文章的标题为 *Basic theory and properties of statistically optimized near-field acoustical holography*, 发表于 2009 年的 *Journal of the Acoustical Society of America* 学报。

还有一个关键性的进展涉及到测量方法——为了得到带有相位信息的全息图(这种全息图是 NAH、IBEM 和 ESM 走向实际应用的起点)而必须进行的前端信号处理。“傅里叶声学”讨论了当目标声源在空间域和时间域中均为稳态时所需进行的信号处理。利用时域傅里叶变换,这些声源的辐射特征可以得到完整描述。遗憾的是,没有讨论非稳态的信号处理,而相关分析是非稳态的信号分析的核心。后者需要用到基于随机数据分析的理论基础,参见 Bendat 和 Piersol 的著作 *Random Data Analysis and Measurement Procedures*, 2000 年 Wiley & Sons 公司出版的第三版。这些处理步骤构成了现在一些商业化 NAH 测试系统中所用到的前端处理的理论依据。第一个实施该方法的是 Brüel & Kjaer 公司和 Jörgen Hald 开发的 STSF 系统。这些测量步骤相比于对稳态信号的分析而言更为复杂,而且 Jörgen Hald 提供的方案确实向处理现实世界中的噪声源问题迈出了关键一步。在涉及球形阵列的几篇文章中,我已经实施了这种方法,这些文章是对本书第 7 章内容的很好补充。特别地,在 *Volumetric acoustic vector intensity imager* 这篇文章中(该文献发表于 2006 年 *Journal of the Acoustical Society of America* 学报第 120 卷,第 1887~1897 页),我们探讨了一个包含 50 个阵元的空心球阵列。在这篇文章中,我们利用球面 NAH,来重构一架飞行中的波音 777 飞机内部空间区域中的声强矢量场。

2010 年,针对水下测量的问题,我发表了一篇关于 NAH 理论向电磁领域过渡的文章 *Near-field Electromagnetic Holography in Conductive Media*, 该文献发表于 *IEEE Transactions on Antennas & Propagation* 学报第 58(4)卷,第 1181~1192 页,理论部分直接来源于“傅里叶声学”的相关进展。

我想强调最简单的 NAH 系统——第 2 章和第 3 章中所述的平面阵列和平面 NAH 的

持久的重要性。在我的经验中,我们感兴趣的许多声源都可以用平面阵列系统来测量,从而将分析过程的复杂度降到最低。第2章和第3章的内容与上面所述的新进展相结合,为实验者和企业家提供了开发独立的测量系统的工具。此外,传声器阵列技术的进步及其成本的降低,使NAH、IBEM和ESM技术成为与时俱进的技术。实验者和企业家可能从中获得巨大的回报。我真诚地希望《傅里叶声学》的中译本能为读者提供相关的知识基础,以帮助引导21世纪重要的测量技术的发展和市场化。

厄尔·威廉姆斯

美国海军研究实验室

华盛顿特区,2015年5月

原 书 前 言

本书可作为教科书和参考书。作为教科书,它最适合于研究生级别的课程。本书实际上是笔者在美国天主教大学教授一整年有关辐射和散射的研究生课程时,在整理出的笔记的基础上形成的。然而,读者无须具有声学背景,为了使本书能够自成一体,所有必要的公式和概念都包含其中。读者必须掌握很好的数学技能,特别是要具有扎实的微积分和偏微分方程基础,熟悉傅里叶变换。理解傅里叶变换至关重要,本书已给出所有需要的基本原理,有些基本原理给出了证明,有些没有。事实上,第1章对广义函数进行了综述,这些函数包括傅里叶变换、傅里叶级数以及离散傅里叶变换。每一章末尾都有练习题,以便检验读者对各章内容的理解,并提供了进一步的概念和理论。

本书与声学领域中许多其他书籍有何不同之处呢? 30年来,通过对振动、声辐射和散射的基础研究,我已建立起自己的知识体系,这些知识不仅来自于标准的声学教科书,在很大程度上也来自于其他领域的资料,如电磁学和光学方面的资料。整合这些来自不同领域的资料,并应用于自己的研究领域,使我获得巨大成功。我希望分享这些知识会为读者带来相似的幸运。

第2章从回顾最基本也是最重要的声学方程(至少在本书中是这样)开始,其后的内容讨论平面波,以及如何利用平面波推导出振动和辐射关系的重要理论。本章开始简单地通过说明展示平面波和倏逝波的物理概念,着重解释倏逝波的概念,因为它们在水声学和结构声学领域中非常重要,而在其他的书中却讨论较少。对平面波和倏逝波的展开,引出本书中最重要的概念——傅里叶声学 and 角谱。声学家利用角谱,可以推导出非常强大的工具——瑞利积分、埃尔瓦德球构建、板辐射和超声声强。

第4章和第6章采取了类似的方法,来推导柱坐标系和球坐标系下的柱面波和球面波表达,所以第2章讨论的平面波的一些重要理论推广到了柱坐标系和球坐标系。此外,在球坐标系中能够很好地描述诸如多极子、瞬态辐射和球体引起的散射等概念,第6章完成了这些概念的介绍。

尽管这些章节中引出了很多复杂函数,如贝塞尔函数和球谐函数,但是本书假定读者不熟悉这些函数,而对这些函数进行了很详细的讨论和图形化的解释,本书中所有的复杂函数都是这样详细讨论的。我常常发现科学家们在用到复杂函数时会感觉不踏实,因此本书借助可视化的方法,特别注重解释复杂函数的细节。在研究生涯中,我发现掌握本书中的数学知识及函数是成功的重要因素,我努力做到在任何可能的时候,尽可能地严谨和精确地使用数学解析表达。

傅里叶变换与傅里叶级数在第 2、4 和 6 章三种几何坐标系分析中的运用,启发我将本书命名为傅里叶声学。

第 8 章详细介绍了亥姆霍兹积分方程(HIE),对任何声学工作者来说,它都是最基本的工具。许多预测振动和辐射的商业化计算机代码都表明,亥姆霍兹积分方程的确是一个既现代又流行的工具。针对内声场和外声场辐射问题以及散射问题,对 HIE 进行了详细推导。本章也深入地介绍了格林函数,给出的公式通常在声学教科书是找不到的,如倏逝格林函数。推导了各种几何形状下的狄利克雷和诺伊曼格林函数,简化了亥姆霍兹积分方程。

现在介绍第 3、5、7 和 8 章最后一节的内容。本书是为从事理论与从事实验的人员撰写的,尽管它基本上是一本理论性的专著。由于我早期的实验声学的背景,再加上想详细了解振动和声辐射的物理原理的愿望,促成了更清晰的和更细致的实验技术的发明和开发,具有更多的启发性和更为复杂的实验技术,尤其是近场声全息(NAH)。NAH 提供了逆问题的解决方案,即实现在时间和空间上逆向重建声场。这需要掌握理论概念和数学方法(本书中都会给出)。此外,这些理论概念和数学方法的掌握,对解释和理解实验结果也是必要的。理论概念和数学方法的有机结合,诞生了本书的素材。NAH 技术非同寻常的强大之处已经得到了世界各地的很多研究者的证明。然而,这是第一本详细介绍 NAH 的书籍,不仅包含了在平面坐标系实现 NAH 的基本理论,也包含了在其他几何坐标系中实现的基本理论。如傅里叶光学是针对光全息的,那么傅里叶声学是针对近场声全息的。

NAH 在第 3、5、7 以及 8 章最后一节中的讨论,分别对应平面坐标系、圆柱坐标系、球坐标系以及任何几何形状全息面的实现。针对 NAH 实现的详细讨论,读者可获得足够的信息将 NAH 运用到自己的工作中(假定这是他或她所渴望的)。为了展示 NAH 的能力,我给出了我对柱状对象研究的实际实验结果。

第 2、4、6 和 8 章是完全自成一体的,也就是说它们不以任何形式依赖于与 NAH 相关的第 3、5 和 7 章。因此对逆问题不感兴趣的读者,这几章后面的章节可以跳过,而不会影响对书中其余内容的了解。反之则不然,第 3、5 和 7 章很大程度上依赖于第 2、4 和 6 章的内容。

我感谢许多在我前进的道路上启发过我的人,首先感谢在宾夕法尼亚州立大学的博士生导师 Eugen Skudrzyk,然后感谢 Julian Maynard 和 Dean Aires,我做博士后期间与他们进行了很多有启发性的讨论。然而,我最感激的是令人难以置信的研究机构,即海军研究实验室,允许我 16 年中在激动但又不受干扰的基础研究中逐渐成长和成熟。这些年如果没有部门领导 Joseph Bucaro 难以想象的支持,这些成功都是不可能的,是他提出并鼓励我写一本有关我的工作的书。最后感谢才华横溢的实验家 Brian Houston,没有他这项工作也是不可能完成的。

非常感谢我勤勉的审稿人 Joseph Kasper,他带着真诚的兴趣并通过评论改进了我的工作。

作。感谢亲密的同事 Anthony Romano,他对本书也进行了无价的审阅。感谢我所有好奇的学生坐在我的课堂上听完我的讲座,这些形成了本书的基础。最后感谢我伟大的妻子 Virginia,是她全程支持我的这一工作,并帮助我校对原稿。

厄尔·威廉姆斯
美国海军研究实验室
华盛顿特区
1998 年

目 录

第 1 章 傅里叶变换和特殊函数	1
1.1 引言	1
1.2 傅里叶变换	1
1.3 傅里叶级数	4
1.4 傅里叶-贝塞尔(汉克尔)变换	5
1.5 狄拉克 δ 函数	6
1.6 矩形函数	6
1.7 梳状函数	7
1.8 连续傅里叶变换和离散傅里叶变换	7
1.8.1 傅里叶变换的离散化	8
1.8.2 傅里叶逆变换的离散化	10
1.8.3 圆周变换: 傅里叶级数	11
习题	11
第 2 章 平面波	13
2.1 引言	13
2.2 波动方程和欧拉方程	13
2.3 瞬态声强	15
2.4 稳态	15
2.5 时间平均声强	16
2.6 平面波展开	17
2.6.1 引言	17
2.6.2 平面波	18
2.6.3 倏逝波	21
2.7 以简正模态振动的无限大板结构	22
2.8 波数空间: k -空间	23
2.9 角谱: 傅里叶声学	26
2.9.1 波动场的外推	27

2.10	瑞利积分的导出	28
2.10.1	速度传播函数	31
2.11	远场辐射: 平面声源	32
2.11.1	圆对称振子	33
2.11.2	埃瓦尔德球构建	34
2.11.3	带障板的方形活塞	35
2.11.4	行波模式下带障板的方形板	38
2.11.5	带障板的圆活塞	40
2.11.6	阵列第一乘积定理	41
2.12	辐射功率	43
2.12.1	低频展开	46
2.13	点驱动无限大板的振动与辐射	46
2.13.1	远场辐射	50
2.14	有限大简支板的振动与辐射	52
2.14.1	受流体的激励的矩形板	56
2.14.2	矩形板的辐射: 辐射阻抗和辐射效率	56
2.15	超声声强	64
2.15.1	点声源的超声声强	65
2.15.2	单一模态下简支板的超声声强	67
	习题	69
第3章	逆问题: 平面近场声全息	74
3.1	引言	74
3.2	理论概述	74
3.3	一维辐射源的理论介绍	76
3.4	测量噪声所致的病态重构	77
3.5	k -空间滤波器	78
3.5.1	示例	79
3.6	滤波器形状的改进	81
3.7	测量噪声与测量距离	82
3.8	k -空间滤波器的截止频率的确定	83
3.9	有限测量孔径的影响	86
3.10	离散化和混叠现象	88
3.11	利用离散傅里叶变换求解全息方程	89
3.12	其他量的重构	93

3.12.1 时域	94
习题	94
第4章 柱面波	96
4.1 引言	96
4.2 波动方程	96
4.2.1 贝塞尔函数	98
4.3 通解	101
4.3.1 内部域问题和外部域问题	102
4.4 螺旋波谱: 傅里叶声学	104
4.4.1 倏逝波	107
4.4.2 螺旋波波速与声压之间的关系	109
4.5 类瑞利积分	110
4.5.1 无限长圆柱面上任意独立于 z 坐标的表面速度分布下的声辐射	111
4.5.2 无限长圆柱面在驻波模式下的辐射	113
4.6 远场辐射——柱面声源	114
4.6.1 稳相估计	114
4.6.2 一般速度分布下的远场和 k -空间	116
4.6.3 带柱面障板上的活塞	120
4.6.4 带柱面障板的局域螺旋波的辐射	121
4.7 辐射功率	122
习题	123
第5章 逆问题: 柱面近场声全息	124
5.1 引言	124
5.2 逆问题概述	124
5.2.1 重构图像的分辨率	126
5.2.2 k -空间滤波器	127
5.3 柱面近场声全息的实现	128
5.3.1 快速傅里叶变换的运用	128
5.3.2 离散化和有限扫描长度所引起的误差	129
5.4 实验结果	133
5.4.1 扫描控制和数据采集	133
5.4.2 实验参数	134
5.4.3 与其他技术对比: 双水听器与柱面近场声全息	135

5.4.4	声压、速度和声强矢量的重构	139
5.4.5	与表面加速度计的比较	145
5.4.6	关于螺旋波谱的几个示例	148
习题		149
第 6 章	球面波	152
6.1	引言	152
6.2	波动方程	152
6.3	角函数	155
6.3.1	勒让德多项式	155
6.3.2	关联勒让德函数	156
6.3.3	球谐函数	159
6.4	径向函数	162
6.4.1	球贝塞尔函数	162
6.5	多极子	165
6.5.1	单极子	165
6.5.2	偶极子	167
6.5.3	四极子	169
6.6	球谐指向性形态	170
6.7	外部域问题的通解	172
6.7.1	球面波谱	173
6.7.2	速度谱和声压谱的关系	174
6.7.3	倏逝波	175
6.7.4	指定径向速度条件下的边界值问题	175
6.7.5	类瑞利积分	176
6.7.6	辐射功率	176
6.7.7	远场声压	177
6.7.8	脉动球的辐射	178
6.7.9	一般的轴对称声源	179
6.7.10	带球面障板的圆形活塞	180
6.7.11	带障板的点声源	181
6.8	内部域问题的通解	182
6.8.1	指定的径向表面速度	183
6.8.2	脉动球	184
6.9	瞬态辐射——外部域问题	185

6.9.1 冲击激励球的辐射	186
6.10 球面散射	188
6.10.1 求解思路	188
6.10.2 释压球的散射	190
6.10.3 刚性球的散射	191
6.10.4 弹性体的散射	193
习题	194
第7章 球面近场声全息	197
7.1 引言	197
7.2 外部域——逆问题建模	197
7.2.1 表面粒子速度的切向分量	199
7.2.2 倏逝球面波	199
7.3 内部域近场声全息	199
7.3.1 倏逝球面波	200
7.3.2 测量噪声的影响	200
7.3.3 平面波示例	203
7.4 散射近场声全息	205
7.4.1 双层测量面法	206
7.4.2 应用声强探头的声全息	208
习题	209
第8章 格林函数和亥姆霍兹积分方程	210
8.1 引言	210
8.2 格林定理	210
8.3 内部域亥姆霍兹积分方程	211
8.3.1 球面边界示例	214
8.4 辐射问题的(外部域)亥姆霍兹积分方程	216
8.5 散射问题的亥姆霍兹积分方程	219
8.6 格林函数与非齐次波动方程	221
8.6.1 二维自由空间格林函数	221
8.6.2 三维问题向二维问题的转化	222
8.7 简单声源建模	223
8.7.1 示例	225
8.8 狄利克雷-格林函数和诺伊曼-格林函数	227

8.8.1 球面的内部域诺伊曼-格林函数	228
8.8.2 点声源散射的等效情形	229
8.8.3 平面诺伊曼-格林函数和狄利克雷-格林函数	230
8.8.4 球面外部域诺伊曼-格林函数	231
8.9 利用本征函数的展开来构造内部域诺伊曼-格林函数和狄利克雷-格林函数	232
8.9.1 示例:柱面腔体	233
8.10 倏逝诺伊曼-格林函数和狄利克雷-格林函数	235
8.10.1 柱面腔体的倏逝狄利克雷-格林函数	236
8.10.2 禁止频率	240
8.10.3 柱面腔内部的倏逝诺伊曼-格林函数	241
8.11 任意形状结构体与诺伊曼-格林函数	242
8.11.1 外部域问题	242
8.12 任意几何形状结构的共形近场声全息	245
习题	246
术语表	249
索引	254

第 1 章 傅里叶变换和特殊函数

1.1 引言

傅里叶变换(包括傅里叶级数和汉克尔变换等概念)是傅里叶声学中的核心内容。在本章中我们将介绍大量的数学预备知识,这些知识是理解本书后续内容的必备知识。特殊函数,如狄拉克 δ 函数,是非常重要的函数,可使得一些数学表达式更为完美和简洁;矩形函数和梳状函数,对于理解近场声全息公式(特别是理解因计算机编程而需要的公式的离散化)十分重要。DFT——离散傅里叶变换和积分(即连续)傅里叶变换之间的关系,则是理解离散化过程的核心数学内容。

1.2 傅里叶变换

函数 $f(x)$ 的傅里叶变换 $F(k_x)$,在本书中的定义为

$$F(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ik_x x} dx \quad (1.1)$$

下面的简化表达非常有用,令 $\mathcal{F}_x$ 表示傅里叶变换算子,因此式(1.1)可简化为

$$\mathcal{F}_x[f(x)] = F(k_x) \quad (1.2)$$

在本书中,我们用符号“ $\equiv$ ”来表示“定义为”,以区别于“ $=$ ”所代表的“等于”。与式(1.1)对应的逆变换为

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(k_x) e^{ik_x x} dk_x \quad (1.3)$$

此方程可简写为

$$\mathcal{F}_x^{-1}[F(k_x)] \equiv f(x) \quad (1.4)$$

代入式(1.1),再利用 δ 函数即式(1.36),式(1.3)可以得到验证,并可重写为

$$\delta(k_x - k'_x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k'_x - k_x)x} dx \quad (1.5)$$

因此

$$F(k_x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk'_x F(k'_x) \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k'_x - k_x)x} dx = F(k_x)$$

与式(1.1)和式(1.3)所给出的一对空间变换相对应,下面为一对时间-频率变换公式:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt \quad (1.6)$$