



智能全向混合动力电动汽车 设计与控制

Hybrid Electric Vehicle Design and Control:
Intelligent Omnidirectional Hybrids

徐扬生 (Yangsheng Xu)

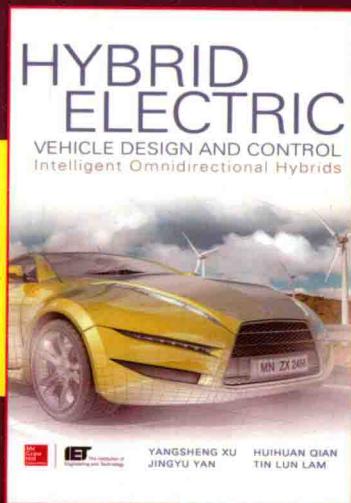
阎镜予 (Jingyu Yan)

钱辉环 (Huihuan Qian)

林天麟 (Tin Lun Lam)

殷国栋 徐利伟 等译

著



- ◎ 本书作者徐扬生教授为中国工程院院士
- ◎ 内容涵盖全向混合动力电动汽车研究中所有重要方面，书中提及的一些新技术同样适用于其他类型的车辆



国际电气工程先进技术译丛

智能全向混合动力 电动汽车设计与控制

Hybrid Electric Vehicle Design and Control:
Intelligent Omnidirectional Hybrids

徐扬生 (Yangsheng Xu)

阎镜予 (Jingyu Yan)

钱辉环 (Huihuan Qian)

著

林天麟 (Tin Lun Lam)

殷国栋 徐利伟 等译



机械工业出版社

Yangsheng Xu, Jingyu Yan, Huihuan Qian, Tin Lun Lam
Hybrid Electric Vehicle Design and Control: Intelligent Omnidirectional Hybrids
978 - 0 - 07 - 182683 - 9

Copyright © 2014 by McGraw - Hill Education

All Rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including without limitation photocopying, recording, taping, or any database, information or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

This authorized Chinese translation edition is jointly published by McGraw - Hill Education and China Machine Press. This edition is authorized for sale in the People's Republic of China only, excluding Hong Kong, Macao SAR and Taiwan.

Copyright © 2016 by McGraw - Hill Education and China Machine Press.

版权所有。未经出版人事先书面许可，对本出版物的任何部分不得以任何方式或途径复制或传播，包括但不限于复印、录制、录音，或通过任何数据库、信息或可检索的系统。

本授权中文简体字翻译版由麦格劳 - 希尔（亚洲）教育出版公司和机械工业出版社合作出版。此版本经授权仅限在中华人民共和国境内（不包括香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾）销售。

版权© 2016 由麦格劳 - 希尔（亚洲）教育出版公司与机械工业出版社所有。

本书封面贴有 McGraw - Hill 公司防伪标签，无标签者不得销售。

北京市版权局著作权合同登记 图字：01 - 2014 - 1607 号。

图书在版编目 (CIP) 数据

智能全向混合动力电动汽车设计与控制/徐扬生等著；殷国栋等译. —北京：机械工业出版社，2016.11
(国际电气工程先进技术译丛)

书名原文：Hybrid Electric Vehicle Design and Control: Intelligent Omnidirectional Hybrids

ISBN 978 - 7 - 111 - 54956 - 7

I. ①智… II. ①徐… ②殷… III. ①电动汽车 - 研究 IV. ①U469.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 231251 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑：刘星宁 责任编辑：刘星宁

责任校对：张玉琴 封面设计：马精明

责任印制：常天培

北京圣夫亚美印刷有限公司印刷

2017 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

169mm × 239mm · 11.5 印张 · 223 千字

0001—3000 册

标准书号：ISBN 978 - 7 - 111 - 54956 - 7

定价：59.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务 网络服务

服务咨询热线：010 - 88361066 机工官网：www.cmpbook.com

读者购书热线：010 - 68326294 机工官博：weibo.com/cmp1952

010 - 88379203 金书网：www.golden-book.com

封面无防伪标均为盗版 教育服务网：www.cmpedu.com

本书对全向混合动力电动汽车（Hybrid Electric Vehicle，HEV）进行了综合研究与分析，其中包括系统设计和实现，四轮独立驱动和转向控制，电池管理系统和能量管理系统。本书范围很广，内容包括从硬件如机械和电子部件的实现，到软件如智能控制算法的研究，涵盖了全向 HEV 研究中所有重要方面，体现了全向 HEV 创新性的设计与实现过程，并有详细的试验结果和分析。书中提及的一些新技术不仅限于 HEV 或四轮转向车辆，也同样适用于其他类型的车辆。

本书适于对智能全向电动汽车感兴趣的研究生、学者和工程师阅读，尤其适用于对全向 HEV 的机械设计、实现和控制感兴趣的读者。

译 者 序

由于能源短缺、环境污染和城市拥堵等问题的日益严重，现代城市交通需要一种节能、污染小及运动灵活的新式交通工具。以四轮独立转向/驱动和混合动力为基础的全向混合动力电动汽车（HEV）无疑是一种理想的选择。相比于其他类型车辆和传统的 HEV，其具有续航里程长、燃油消耗低、运动及控制灵活等特点，因此近年来得到了越来越多的关注。本书以全向 HEV 为研究对象，全面阐述了全向 HEV 设计和控制所涉及的各个方面，内容丰富翔实，具有深入、系统和实用的特点，是一本既有理论研究意义又具实际应用价值的参考书。

本书主要作者徐扬生教授为香港中文大学自动化与计算机辅助工程学讲座教授，中国工程院院士。徐教授及其研究团队长期关注于电动汽车、能源管理系统、智能控制、动力学及控制、全向车辆、人机交互等方面的研究，并在以上研究领域取得许多显著的成果。本书的内容及实验数据结果来源于徐教授及其研究团队在相关研究领域所发表的部分论文、专著，相信对我国从事 HEV 设计与控制的科研人员及工程师会起到很好的帮助和指导作用。

在本书的翻译过程中，得到了出版社的大力支持及国内外同行、朋友的热情帮助。东南大学车辆工程专业研究生：李岩峻、王睿峰、汪瑞杰、曹哲、张林灿、范慧等，也参与了部分内容的翻译，在此一并表示感谢。

由于译者水平所限，本书难免有翻译不当之处，欢迎读者提出宝贵意见。

译 者

原书前言

对智能全向混合动力电动汽车（HEV）的研究在汽车工程领域是极富有挑战性的，已经受到了研究人员的广泛关注。在有的文献中，HEV 已成功实现。然而，很少有资料涉及四轮独立转向全向移动电动汽车设计的内容。本书作者一直积极致力于全向 HEV 领域的研究。本书源于作者在全向电动汽车领域中最显著的研究成果，通过本书以期能为智能全向 HEV 的设计和控制提供完整的参考。

本书对全向 HEV 进行了综合研究与分析，其中包括系统设计和实现，四轮独立驱动和转向控制，电池管理系统和能量管理系统。本书的范围很广，内容包括从硬件如机械和电子部件的实现，到软件如智能控制算法的研究，涵盖了全向 HEV 研究中所有重要方面。书中每章内容都仅关注于全向 HEV 的某个重要方面，因此每章是相对独立的。这意味着读者可直接从自己感兴趣的某一章节开始阅读。因此，本书对于汽车工程师们深入理解全向 HEV 的每个重要部分具有很好的参考价值。

本书源自作者已发表的论文和著作，体现了全向 HEV 创新性的设计与实现过程，并有详细的试验结果和分析。此外，书中提及的一些新技术不仅限于 HEV 或四轮转向车辆，也同样适用于其他类型的车辆。例如，基于模型预测控制的电源管理系统可应用于任何电动汽车。

本书适用于对智能全向电动汽车感兴趣的研究生、学者和工程师阅读，尤其适用于对全向 HEV 的机械设计、实现和控制感兴趣的读者。

目 录

译者序

原书前言

第1章 绪论	1
1.1 背景	1
1.2 研究对象	3
1.3 本书框架	4
第2章 全向系统设计及实现	6
2.1 结构	6
2.1.1 零半径转向	7
2.1.2 横向泊车	9
2.1.3 前轮转向	9
2.2 系统设计	9
2.2.1 机械设计	10
2.2.2 电气设计	11
2.2.3 转向角定位	13
2.2.4 软件	14
2.2.5 用户界面	15
2.3 实施和测试	15
2.4 摘要	16
第3章 四轮独立转向控制	17
3.1 模型建立	17
3.1.1 车身	17
3.1.2 轮胎	18
3.1.3 转向器	18
3.2 转向接口扩展	20
3.2.1 接口设计	20
3.2.2 ICR 定义目标	20

VI 智能全向混合动力电动汽车设计与控制

3.2.3 定义车轮的转向目标	21
3.2.4 硬件原型	22
3.3 力的反馈控制	23
3.3.1 确定当前转向条件	23
3.3.2 参考力反馈	24
3.3.3 电动机转矩控制	25
3.3.4 力反馈控制器的结构	25
3.4 基于转向控制器	25
3.4.1 位置误差	26
3.4.2 运动学约束误差	26
3.4.3 基于转向控制器的结构	26
3.4.4 稳定性分析	27
3.5 实验仿真	28
3.5.1 仿真环境结构	28
3.5.2 转向运动仿真	29
3.5.3 力反馈仿真	29
3.5.4 转向性能	30
3.5.5 行驶轨迹的跟踪	31
3.5.6 驱动效率	32
3.6 总结	33
第4章 四轮独立驱动控制	34
4.1 驱动力分配	34
4.1.1 确定性力的产生	35
4.1.2 最佳驱动力分配	39
4.1.3 性能分析	42
4.2 直接横摆力矩	44
4.2.1 确定性横摆力矩控制	45
4.2.2 前馈和反馈控制	48
4.2.3 性能分析	49
4.3 总结	54
第5章 电池管理系统	55
5.1 硬件设计	55
5.1.1 系统结构与功能分析	56

5.2 鲁棒荷电状态估计	67
5.2.1 总体框架概述	68
5.2.2 电流降噪	68
5.2.3 电流零点漂移消除	73
5.2.4 仿真: RC 模型和 H_∞ 滤波器	77
5.2.5 实验与应用: 改进 ESC 模型与扩展卡尔曼滤波器	81
5.2.6 数据融合	90
5.3 快速充电控制器	92
5.3.1 框架概述	92
5.3.2 预测模型	93
5.3.3 模型预测公式控制框架	96
5.3.4 采用遗传算法优化	98
5.3.5 操作示范	100
5.4 电池均衡	104
5.4.1 平衡电路及其分析	106
5.4.2 基于充电状态的模糊控制	112
5.4.3 应用结果	114
5.5 总结	119
第 6 章 能源管理系统	120
6.1 串联式电动汽车模型	120
6.1.1 模型的主要组成部分	121
6.1.2 四轮独立转向串联式混合动力电动汽车	129
6.1.3 模型的建立及分析	131
6.2 载荷预测	134
6.2.1 载荷水平定义	134
6.2.2 基于 CNN - NDEKF 的预测方法	137
6.2.3 仿真分析	141
6.3 能源管理	142
6.3.1 性能标准的选择	143
6.3.2 模型预测控制方法	144
6.3.3 粒子群优化算法	148
6.4 实验与分析	154
6.4.1 纯电动实验	155
6.4.2 恒温控制实验	157

VIII 智能全向混合动力电动汽车设计与控制

6.4.3 MPC – LFS 实验	159
6.4.4 实验比较	161
6.5 总结	162
第7章 总结.....	163
7.1 结合了最先进的机器人研究的车辆技术的发展	163
7.2 支持四轮独立转向和四轮独立驱动的全向车辆结构	163
7.3 专门用于混合动力电动汽车的智能电池管理系统	164
7.4 针对混合动力电动汽车的智能能源管理系统	165
附录 缩略语表.....	166
参考文献.....	168

第1章 绪论

1.1 背景

自有人类文明起，交通就一直是我们社会生活中的一个很重要的组成部分。汽车，作为以载客为目的的轮式机动车，毫无疑问是我们日常生活中最重要的交通工具。然而，近年来大幅增加的汽车数量已经引起了许多社会问题。这些问题包括：

1) 能源和环境问题。由于过去几十年中，市场上各种类型汽车数量的激增，能源短缺和环境恶化已成为最严重的世界性问题。例如，在美国，道路车辆被认为是最主要的大气污染源之一，大气污染物中 18% 的悬浮颗粒物、27% 的挥发性有机物、28% 的铅、32% 的氮氧化物、62% 的一氧化碳、25% 的二氧化碳都来源于汽车尾气^[18]。同时，美国用于交通的石油消耗量占总石油消耗量的 71%，占总运输需求的 95%，如图 1.1 所示^[110]。因此，毫无疑问，当今传统内燃机汽车驱动能源必须要进行改变。

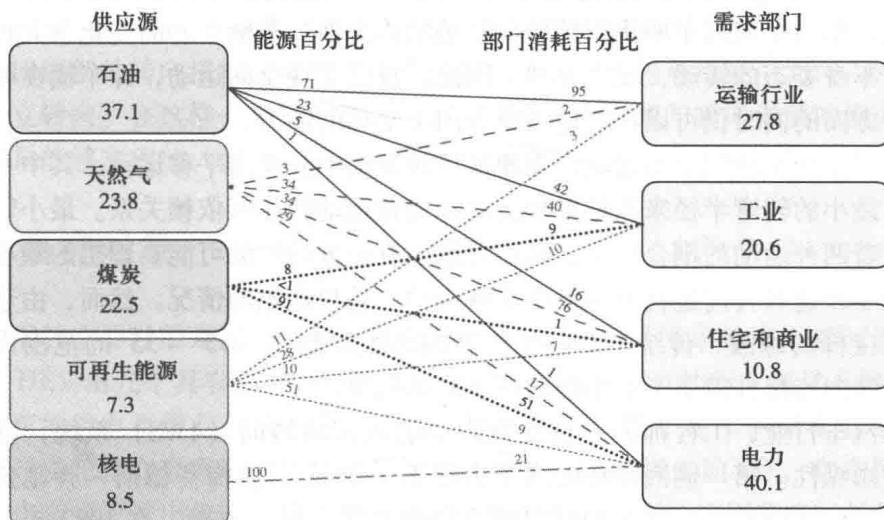


图 1.1 美国能源部统计的美国 2008 年一次能源消耗情况（单位：千兆 Btu[⊖]）

⊖ 1Btu = 1055.06J。

2) 效率问题。随着城市中汽车数量的快速增长，汽车的停放已成为城市设计和发展过程中必须要考虑的一个重要方面。在世界大多数的大城市中，拥挤的停车场随处可见。在汽车停放区域，不仅需要有充足的停放空间，同时也需要有足够的空间来便于汽车的驶进驶出。如果城市中规划的区域不能满足这样的高要求，将最终导致整个城市工作效率和生活质量的降低。比如，驾驶员需要花更多时间在工作地点附近找到一个空闲停车位。

为了解决上述问题，一个原始的方法是对路上行驶的汽车数量进行限制。这个方法短时期内也许有效，但无法从根本上解决问题。由于常规的技术和手段很难解决这些问题，一些研究者开始在新技术领域寻求解决方案。例如，电动汽车（Electric Vehicle，EV）技术。由于能够同时减少能量消耗和污染物的排放，电动汽车被视为是最有可能取代传统内燃机汽车，以解决能源短缺和环境污染等问题的最佳方案，因此受到了来自学术界和汽车行业的极大关注。

电动汽车中比较常见的一种类型是混合动力电动汽车（Hybrid Electric Vehicle，HEV），它被定义为一种车辆，其中驱动能量可从两个或两个以上类型的能源存储器、能源或转换器获得，其中至少有一个可以提供电能。用不同类型能源来驱动车辆各具优势，而 HEV 的优点是能整合这些优势。例如，电动机驱动具有较快的加速能力，而内燃机驱动在恒定的速度下运行良好。因此，利用内燃机、电动机和电池作为驱动源的车辆可以在性能上超越传统汽车和纯电动汽车。

为了解决效率问题，除了改变能量源，整个车辆结构也需要进行相应的改变。自 1885 年第一辆现代汽车诞生起，汽车转向机构的结构就几乎没有变^①。以后四轮汽车与早期汽车所采用的转向器的结构类似。车辆中心的变化很大程度上依赖于车身姿态的转动，反之亦然。因此，难以实现全向运动，即车辆在朝着任意一个方向的同时仍可以在其他任意方向上平移的能力。

为了实现车辆的全向运动，需要从旋转运动中分离出平移运动。其中一种方式是由最小的转弯半径来衡量平移运动和旋转运动的相互依赖关系。最小转弯半径意味着两种运动的耦合较小，从而导致了有全方向性的可能。理想的最小转弯半径是零，这时转向过程中不发生平移运动，是最理想的情况。然而，由于前轮转向连接杆的缘故，传统车辆的前轮转向角被限制在 $-35^\circ \sim 35^\circ$ 的范围内^[43]。因此，转向连接杆阻碍了更小的转弯半径的实现。

在汽车行业，工程师们一直在致力于引入四轮转向（4WS）系统，以提高车辆的操纵性。第一辆四轮转向汽车出现于 1938 年，由梅赛德斯 - 奔驰公司制造，其后轮转向与前轮转向相反以减小转弯半径。另一方面，在 1987 年，本田汽车公司开始研制 Prelude 四轮转向汽车，其后轮转向角的改变依赖于前轮，在

① 尽管第一辆汽车只要 3 个车轮，但是其后面 2 个车轮方向固定，前轮为处于中间位置的转向轮。

车辆高速行驶转向或车辆变道时，方向盘会发生轻微转动，为提高稳定性，后轮将与前轮保持相同的方向转动。而当方向盘以大的角度转动时，后轮就会与前轮朝相反的方向转动，以便缩小转弯半径。但尽管如此，转向横拉杆的存在仍会阻碍转向性能进一步提高。

最近由克莱斯勒集团发布的 Hurricane 吉普引起了汽车行业的关注。这款新型汽车能够零半径转弯，即可绕车辆中心旋转。它是四轮驱动（4WD），驱动力源于四个车轮，轮子上的两台发动机提供动力来源。其结果是，在传统的前轮转向（FWS）或零半径转弯模式下，由于四个轮的方向依赖于驾驶模式，这就需要复杂的装置来控制每个车轮的方向。此外，尽管它的转向系统是与平移运动相互独立的，但它不能进行任意方向平移运动。

除了专注于汽车行业自身的技术，一些研究者还试图借鉴机器人领域的研究。在国际上，对全向运动轮式移动机器人的研究已超过 10 年。Fujisawa 等人通过建立车轮缘上带有垂直辊子的四轮移动平台能进行平行运动^[26]。然而，这仅仅是一个小尺寸的平台，在重载下将会使轮式机构崩溃。此外，在参考文献 [59, 60, 89, 106, 114] 中提出其他的一些移动平台，但它们都不是以载人为目的来研发的。

香港中文大学正在研究集成了最新的机器人车辆技术的智能全向 HEV。不同于传统车辆中直接以发动机进行驱动，该车辆的发动机没有连接变速器，而是连接到一台发电机来对电池包进行充电。电池包对四个轮毂电动机供电以产生驱动力。因此该项驱动技术能够有效地降低由机械式差速器（如出现在 Hurricane 吉普中）所引起的传动机构的复杂性。同时，在该车辆结构中，转向横拉杆被换成了四组新的转向机构，每组转向机构都能使每个车轮可以在 $-35^\circ \sim +90^\circ$ 范围内独立转向。在这样一个大的范围内，零半径转向以及与转向无关的横向移动停车都是能够实现的。由此，泊车问题可以得到缓解。

1.2 研究对象

本书的主要目的是提出一种全新的智能全向 HEV 系统来解决上述问题。所提出的 HEV 由几个具有显著特点的部分组成，对每一部分的研究都具有挑战性。全向汽车的机电系统与传统汽车有着根本性的不同。除了在车辆结构方面（像一些通过四轮独立来实现的新功能，例如零半径转动和横向泊车），在车辆控制方面，也需要设计出包括四轮独立转向控制和力控制的新的控制策略。另外，电池是电动汽车中至关重要的组成部分之一。设计一个高效、具有鲁棒性的电池管理系统是一项非常具有挑战性的任务。此外，智能能量管理策略是电动汽车的另一个重要方面。能量管理策略用来管理 HEV 的功率流，实现对燃油经济性、排

放、爬坡能力和加速能力等性能的平衡。下面简单介绍一下本书的主要内容：

- 1) 通过结合机器人技术，研发了车辆的全向结构 [即车辆四轮独立转向 (4WIS) 结构]，对车辆的平移和旋转运动进行解耦。该全向结构能使车辆绕任意瞬心转动。
- 2) 为四轮独立转向车辆研发了一套全向线控转向系统，适用于任何需要快速和机动性高的四轮独立转向车辆。
- 3) 提出了一种不依赖于车辆运动反馈信息的最优牵引力分配控制方法，以提高四轮独立转向车辆的稳定性。
- 4) 设计了一个确定性横摆力矩控制器，以提高四轮独立转向车辆的驾驶稳定性和可控性。
- 5) 为了解决电池管理系统中一些难题，如荷电状态 (SOC) 的估计、快速充电控制和电池均衡控制等，提出了一些新的研究方法和解决方案。
- 6) 基于模型预测控制 (MPC) 构建一套电源管理系统，以优化汽车的燃油消耗效率和性能。

1.3 本书框架

本书从讨论四轮独立转向 HEV 的硬件设计开始，逐渐过渡到与电动汽车智能化相关的软件部分。这里，智能是指涉及牵引力控制、电池管理系统以及能源管理系统的最优过程。本书的其余章节安排如下。

第 2 章详细阐述了四轮独立转向车辆的系统设计和实现过程。四轮独立转向车辆结构可以实现汽车全向运动。

第 3 章继续对四轮独立转向车辆进行讨论并提出了一种全向线控转向系统。该系统由一个扩展转向接口和基于行为的转向控制器组成。描述了其数学模型和扩展转向接口的概念和原型。展现了力反馈控制器的设计。介绍了基于行为的转向控制器的实现和测试结果讨论。

在讨论了独立转向问题后，车轮驱动力是可以独立的。这引入了四轮独立驱动 (4 WID) 的概念。在第 4 章，对于全向四轮独立转向车辆和四轮独立驱动汽车，我们提出了一个最佳的牵引力分配并设计了确定性横摆力矩控制器以提高驾驶的稳定性和可控性。它包括两个部分：第一部分提出了确定性力生成算法和最佳牵引力分布的模拟结果；第二部分介绍了直接横摆力矩控制，包括车轮打滑观测器、横摆率误差的观测器、横摆速度误差观测器。通过数值模拟结果评估其性能。

第 2 ~ 4 章是对四轮独立转向车辆的介绍。后续章节开始专注于 HEV 的电气部分。电动汽车电池系统是电动汽车设计中最重要也是很困难的部分，这阻碍了

其大规模商业化。因此，在第5章里讨论了电池管理系统，它由四个主要部分构成。5.1节阐述了电池管理系统原型的系统结构和硬件设计。5.2节重点在讲荷电状态估算框架的鲁棒性。5.3节提出了基于模型预测控制（MPC）的快速充电框架，其目的是同时减少充电的持续时间，它代表了充电过程中的安全性和节能。5.4节介绍了一种基于荷电状态的模糊控制器用来均衡单体电池。仿真和实验都表明了所提出的方法是有效的。

在第5章介绍了电池管理系统后，第6章介绍了如何将其与之前提出的四轮独立转向汽车相结合形成全向HEV。第6章对HEV提出了一个新的功率管理方案。在这里，我们关注串联HEV，首先详细描述了串联HEV的模型，然后提出了基于模糊逻辑和神经网络分类的负载预测算法。根据模糊逻辑，驱动负载可分为五个不同的等级。接着，通过整合模型预测控制和负荷预测算法，得到了一个实时功率控制系统。利用粒子群算法为不同的驱动等级寻找最佳操作权重。它可以自动调整工作权重，以达到最佳的性能。最后，该方法的实施和实验都证明了该方法是可行和有效的。

最后，第7章总结了本书，并就智能全向HEV提出了一些未来的研究方向。

第2章 全向系统设计及实现

本章介绍了全向混合动力电动汽车（HEV）的设计方法与实现过程。2.1节讨论了三种运动模式下的车辆运动学模型：最常见的绕任意瞬时中心旋转（ICR）、零半径转弯（ZRT）、前轮转向（2FWS）。2.2节介绍了系统设计的过程，包括机械设计、电气设计、转向角度定位设计、软件设计和用户界面设计。2.3节对设计的全向HEV进行了ZRT和侧向停车（LP）试验以检验汽车的全向运动能力。

2.1 结构

一般来说，前轮转向足以满足车辆大多数的，甚至于当车辆在高速行驶时的要求。对于前轮转向的汽车，为了便于对车辆的运动学和动力学模型进行分析，一般可采用基于四轮模型简化的单轨模型^[92]。

但是，当汽车需要在一个狭小空间中行驶时，转向性能就变得尤为重要。我们设计的全向HEV通过改变前后轮耦合关系来实现车辆转向性能的提高。该车辆有三种驾驶模式，分别为ZRT、LP和2FWS。在不同的模式下，前后车轮的耦合关系是不同的，但都符合阿克曼定律^[92]。

图2.1为车辆绕任意瞬时中心旋转的运动学模型，该瞬时中心由 $[x_{\text{ICRb}}, y_{\text{ICRb}}]$ 来表示。 OXY 和 $O_bX_bY_b$ 分别为全局坐标系和车辆坐标系。车辆运动的状态为 $[x_v, y_v, \theta]$ 。 $[x_{ib}, y_{ib}]$ 为车轮中心点在全局坐标系中的坐标， $i=1, 2, 3, 4$ 分别表示车辆左前、左后、右后、右前车轮。图中车轮上的黑色部分为车轮的外侧， α_i 为车轮初始转向角， $i=1, 2, 3, 4$ 。所有的旋转运动以逆时针方向为正。 v_{ib} 是车轮在车辆坐标系中的速度矢量， $i=1, 2, 3, 4$ ； W 和 L 分别是轮距和轴距。

通过阿克曼定律可知，在车辆转向过程中，所有车轮轴线的延长线必相交于瞬时中心点。因此，车轮的转向角受式(2.1)约束，该公式表明每个车轮中心到瞬时中心的连线应都垂直于该车轮运动的方向。由此，汽车的转向自由度从4个降为2个。

$$[\cos(\alpha_i), \sin(\alpha_i)] \cdot ([x_{ib}, y_{ib}]^T - [x_{\text{ICRb}}, y_{\text{ICRb}}]^T) = 0 \quad (2.1)$$

式中， $i=1, 2, 3, 4$ ； $[\cdot, \cdot]$ 表示一个2维行向量。

此外，因为所有四个车轮在相同的瞬时中心有相同的旋转速度，在假设没有

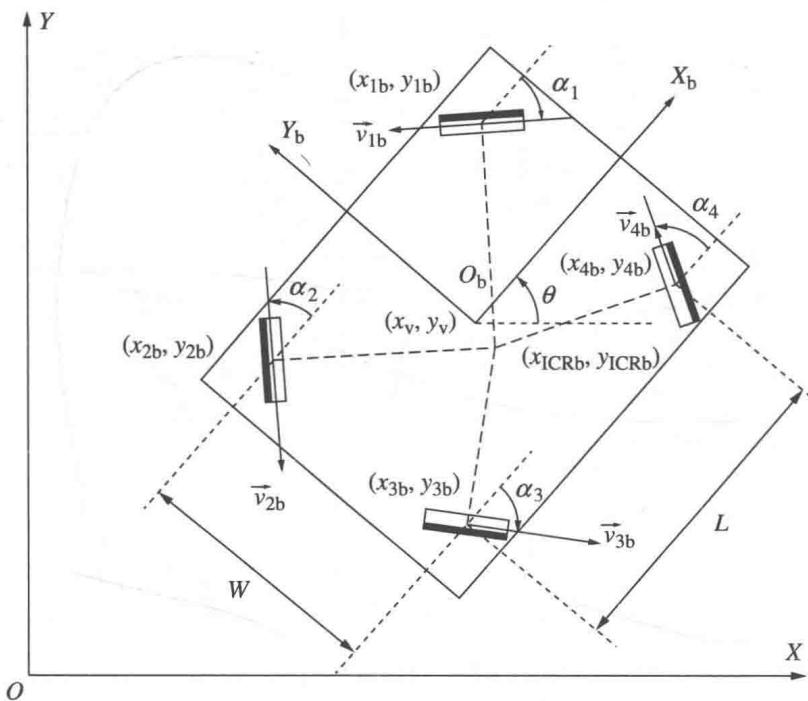


图 2.1 车辆绕任意瞬时中心的旋转运动

摩擦力的情况下，线速度方程可用下列等式来表示。

$$\frac{([x_{ICRb}, y_{ICRb}]^T - [x_{1b}, y_{1b}]^T) \times v_{1b}}{|[x_{ICRb}, y_{ICRb}]^T - [x_{1b}, y_{1b}]^T|^2} = \frac{([x_{ICRb}, y_{ICRb}]^T - [x_{2b}, y_{2b}]^T) \times v_{2b}}{|[x_{ICRb}, y_{ICRb}]^T - [x_{2b}, y_{2b}]^T|^2} \quad (2.2)$$

$$= \frac{([x_{ICRb}, y_{ICRb}]^T - [x_{3b}, y_{3b}]^T) \times v_{3b}}{|[x_{ICRb}, y_{ICRb}]^T - [x_{3b}, y_{3b}]^T|^2} \quad (2.3)$$

$$= \frac{([x_{ICRb}, y_{ICRb}]^T - [x_{4b}, y_{4b}]^T) \times v_{4b}}{|[x_{ICRb}, y_{ICRb}]^T - [x_{4b}, y_{4b}]^T|^2} \quad (2.4)$$

在全向运动中有三种特殊情况：ZRT（转动独立于平移）、LP（平移独立于转动）和2FWS（正常车辆运动）。图 2.2 为这三种情况的车轮转向动力的分配。

2.1.1 零半径转向

为了要改变车辆的方向，传统车辆通过转动前轮来改变。旋转会带来中心位置的变化。然而，在狭窄的空间，该种变化不是驾驶员所希望的。因此，理想的情况是车辆旋转而不移动，这可以通过 ZRT 来实现。