

多指标优化试验 设计及其应用

金良超 遇今 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

多指标优化试验设计 及其应用

金良超 遇今 编著

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书以工业生产和产品设计、工艺设计过程中经常遇到的多指标多因素分析为对象,介绍了利用正交试验设计解决多指标优化的问题的方法。本书分为上下两篇:上篇为应用基础篇,主要介绍常用方法及其应用;下篇是应用提高篇,是在上篇的基础上对方法的基本数学原理和基础知识和方法的进一步补充。

全书内容都是以工程中遇到的实际问题为背景进行描述的,简明扼要,通俗易懂,可操作性强,适合于工程技术人员、企业管理人员自学。

图书在版编目(CIP)数据

多指标优化试验设计及其应用/金良超,遇今编著.

—北京:国防工业出版社,2016.1

ISBN 978-7-118-10548-3

I. ①多… II. ①金… ②遇… III. ①试验设计
IV. ①O212.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 006086 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

新华书店经售

*

开本 710×1000 1/16 印张 23½ 字数 448 千字

2016 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 69.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

前言

PREFACE

试验设计是研究如何通过合理地安排尽可能少的试验,就可以获取充分的数据进行分析的一门统计技术,其基本方法是由著名的统计学家 R. A. Fisher 提出来的,当时这些方法主要应用于农业、生物和医学试验。

随着科学技术的不断进步,尤其是计算机技术的快速发展,试验设计的应用领域在不断地扩展,特别欧美、日本等发达国家在用于提升产品质量方面取得了大量有效的应用成果。有学者认为,欧美及日本产品质量之所以先进,从技术层面上得益于在产品优化设计、健壮性设计和工艺优化各环节广泛应用了试验设计技术。

多指标优化试验设计方法的推广应用,是一项在经济效益增长、产品质量提高上十分领先的工作,这种方法若被应用于产品设计、工艺改进和技术攻关等产品开发领域,通过普遍的推广使用,将会对我国国民经济的发展和工业技术水平的提高起到巨大的作用。

过去,不用试验设计技术,要真正做好多指标优化试验常常是非常困难的,有时甚至是不可能实现的。若采用了试验设计方法,对于多因素的最优化环节就迎刃而解。用与不用,其效果的差别很大,大量工程应用案例表明,试验设计能够多快好省地完成试验,短期内就可以实现预期目标。例如:某工厂进行高温电焊配方试验,在没有采用试验设计方法之前,他们一年内做了近 900 次试验,各项指标均不满足要求,而采用正交试验设计方法之后,一个星期内仅仅做了 16 次试验,就找到了较好的配方,且各项指标均优于技术指标要求。又如:某研究所开发一种同步启动码解码器,其码长 100 位。如用现有计算机,要对所有码都算一遍,约需 2 亿 3 千万年才能完成,这当然是不可实现的。而采用正交试验设计后,只做了不到 300 次计算,就取得了满意的效果,使得该产品开发提前两年完成,而且这些试验仅在计算机上就能完成。

在《中国制造 2025》战略规划中,提出质量为先的方针,并要求“推广先进质

量管理技术和方法”。作者长期在航天领域进行多指标优化试验设计的应用与推广工作,并取得了明显的效果。本书就是作者在系统总结近三十年来亲自实施的工程应用实际案例的基础上,补充一些其他成果而形成的,以满足读者的需求。作者希望本书的出版,为开展产品优化设计、健壮性设计和工艺优化活动,以及开展质量管理小组,现场改进等群众性活动提供“金钢钻”的作用

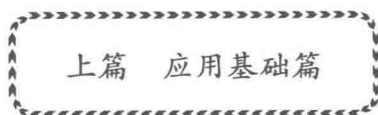
全书分为两篇,上篇为应用基础篇,该篇不需要读者具备高深的统计学基础知识,只要具备大学水平的读者就可以完全掌握和运用相关的方法,解决实际问题,甚至对于具备高中水平的读者也可以做到这一点。下篇为应用提高篇,主要对象是那些不满足于上篇的内容的读者,这些读者还希望系统、深入地学习试验设计的基本原理与基础知识,掌握更多的方法,以便更好地解决实际问题。

由于作者工作经验和知识水平有限,书中不当之处,恳请读者批评指正。

金良超 遇今
2016年1月于北京

目 录

CONTENTS



第1章 优选法应用	3
1.1 黄金分割法(0.618 法)	3
1.2 降维法	5
1.2.1 纵横对折法	5
1.2.2 从好点出发法	6
1.3 陡度法	7
1.4 单纯形法	10
1.4.1 正规单纯形法	10
1.4.2 p 和 q 的计算	13
1.4.3 直角单纯形	14
1.4.4 二水平单纯形法	16
1.4.5 单纯形的加速法	18
1.5 步长加速法	22
第2章 正交试验设计应用	27
2.1 正交试验设计的基本原理	27
2.2 正交表的应用	32
2.3 非数量指标的分析	41
2.4 因素之间的交互作用	46
第3章 多指标分析应用	55
3.1 基本概念	55
3.2 综合平衡法	56

3.3	综合评分法	60
3.4	优序法	63
3.5	功效系数法	70
3.6	虚拟目标法	75
3.7	确定权重的方法	84

第4章 方差分析法应用 89

4.1	单因子试验的方差分析	89
4.2	多因子试验的方差分析	96
4.3	重复试验(取样)的方差分析	105
4.4	效应与工程平均	109
4.4.1	效应的概念	109
4.4.2	工程平均	110
4.4.3	交互作用效应	111
4.5	响应曲面法	121

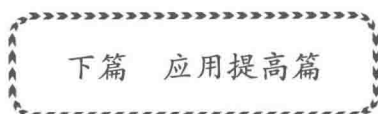
第5章 回归分析应用 122

5.1	一元线性回归	123
5.1.1	散点图和回归直线	123
5.1.2	确定回归直线的原则	124
5.1.3	具体计算格式	126
5.1.4	回归问题的方差分析	128
5.1.5	相关系数	130
5.1.6	利用回归方程进行预测和控制	131
5.2	多元线性回归	132
5.2.1	多元线性回归方程的求法	133
5.2.2	多元线回归的方差分析	137
5.3	多元正交多项式回归	139
5.3.1	正交多项式的应用	139
5.3.2	一元正交多项式回归的例子	143
5.4	多元正交多项式回归的例子	146

第6章 正交表的灵活应用 152

6.1	正交表的并列	152
6.2	拟水平设计	156

6.3	活动水平与组合因子	162
6.3.1	活动水平	162
6.3.2	组合因子	163
6.4	快速登高法	163
6.4.1	2 水平正交表和一次回归	163
6.4.2	快速登高法	165
6.4.3	逐次撒网登高法	169



第7章 绪论 181

7.1	引言	181
7.2	随机变量与分布函数	181
7.3	随机变量的均值与方差	183
7.4	总体和样本	184
7.5	样本平均与方差	185
7.6	试验中的几个用语及模型	186
7.7	符号说明	187

第8章 单因子试验应用 188

8.1	问题提出	188
8.2	数学模型与数据结构	188
8.3	效应估计与平方和分解	190
8.4	统计推断(I):显著性检验	195
8.5	统计推断(II):区间估计和多重比较方法	197
8.5.1	区间估计	197
8.5.2	多重比较法	200

第9章 双因子试验应用 207

9.1	问题提出	207
9.2	可加效应的试验	208
9.2.1	数学模型	208
9.2.2	试验设计与数据结构	208
9.2.3	效应估计与平方和分解	209

9.2.4	显著性检验	211
9.2.5	多重比较和区间估计	213
9.2.6	数值计算方法	214
9.3	有交互效应的试验	219
9.3.1	数学模型	219
9.3.2	试验设计与数据结构	220
9.3.3	效应估计与平方和分解	220
9.3.4	显著性检验	221
9.3.5	多重比较和区间估计	222
9.3.6	数值计算方法	223
9.4	减少交互效应的参数模型	226
9.5	区组的设计与数据分析	228
9.5.1	完全随机区组试验	229
9.5.2	平衡不完全区组试验	229

第10章 可加效应的多因子试验与正交表 235

10.1	问题提出	235
10.2	多因子试验与正交表	237
10.3	可加效应的正交试验	239
10.3.1	数学模型	239
10.3.2	试验设计与数据结构	240
10.3.3	效应估计与平方和分解	241
10.3.4	显著性检验	243
10.3.5	多重比较和区间估计	244
10.3.6	数值计算	246
10.4	正交试验中的区组设计与数据分析	251
10.4.1	完全区组设计	251
10.4.2	不完全区组试验	252
10.4.3	拉丁方区组试验	253
10.4.4	方块区组试验	255

第11章 有交互效应的多因子试验与正交表 257

11.1	正交表的并列问题	257
11.2	有交互效应的试验	259
11.3	$L_p(t^q)$ 型表和表头设计	265

第12章 回归分析与正交表	269
12.1 问题提出	269
12.2 多元回归与回归的正交设计	269
12.3 正交多项式回归	273
12.4 正交表与正交回归设计	281
12.5 有不可控因素的数据分析法	288
第13章 正交表的灵活应用及其他	291
13.1 有多道工序的试验	291
13.2 分批进行的试验	293
13.3 拟水平试验的数据分析	298
13.4 缺落数据的补插	300
13.5 非正态数据的几种变换	303
13.6 几类误差的关系	303
13.7 田口方法	304
13.7.1 基本概念	304
13.7.2 三次设计	307
13.7.3 参数设计的实例	309
第14章 其他几种回归设计方法应用	313
14.1 复合设计及其分析	313
14.2 用正单纯形做一次正交回归设计	320
14.3 配方试验的一种回归设计	322
第15章 构造常用正交表的数学工具与方法	325
15.1 同余式	325
15.2 二次剩余	328
15.3 有限域	329
15.4 $L_n(t^q)$ 型表的构造原理	333
15.5 阿达玛矩阵的构造	335
15.5.1 引言	335
15.5.2 H 矩阵的存在条件	337
15.5.3 H 矩阵的构造	337
15.5.4 $n \leq 200$ 的 H 矩阵的存在性	344

15.6 利用差集构造正交表 345

15.6.1 差集与正交表 345

15.6.2 对 p 为形 $6n-1$ 的素数构造差集 $D(2p,2p,p,2)$ 346

15.6.3 对 p 为形 $6n+1$ 的素数构造差集 $D(2p,2p,p,2)$ 347

15.6.4 正交表 $L_{2p^2}(p^{2p+1})$ 的构造 348

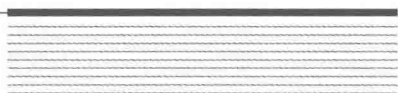
15.6.5 一个推广 350

附表 351

参考文献 365

上篇

应用基础篇



第 1 章

优选法应用

在生产实践和工程设计中,为了达到优质、高产、低消耗的目的,我们经常要进行试验,以找出最合理的工艺条件或最优的设计参数。优选法就是科学地安排试验的方法,力求以尽可能少的试验次数达到试验或设计的目的。实践表明,推广应用优选法,能帮助我们挖潜力、创效益。

如果对一个工程中的实际问题,能建立衡量优劣的标准,并能获得试验结果,影响其结果的因素是可以控制的,则就可以进行试验,因而也就可以应用优选法。

若能将试验结果和因素取值的关系写成数学表达式,则这个数学表达式就叫目标(或指标)函数。用 $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 表示因素取值, $f(X)$ 表示目标函数。根据具体问题的要求,在因素的最优点上,目标函数取最大值、最小值或满足某种规定的要求,对目标函数有解析表达式的问题,根据极值原理,用解析的优化方法来找最优点,故称这类方法为解析方法。如果目标函数没有解析表达式,需要通过实际试验来获得试验结果,从而需要按一定的策略安排试验点,以尽可能少的试验次数找出最优点,这类方法称为直接法。本章介绍的优选法主要指这类方法。当然,直接法也适用于目标函数有解析表达式的问题,特别当目标函数的解析表达式较复杂时,应用直接法是很简便的。

1.1 黄金分割法(0.618 法)

实际中最简单的试验问题是单目标单因素的问题。通常,一个问题影响目标值的因素不只一个,但在安排试验时,只考虑对目标值影响最大的因素,其他因素保持不变,则就成为单因素的试验。只要主要因素抓得准,单因素试验也能较好地解决很多问题,在考虑试验时,首先要确定包含最优点的试验范围。假定下限用 a 表示,上限用 b 表示,试验范围记作 $[a, b]$,若 x 表示试验点,则写成 $a \leq x \leq b$ 。如不考虑端点 a, b ,就记作 (a, b) 或 $a < x < b$ 。在实际问题中, a, b 都是具体数字。

设目标函数 $y = f(x)$ 在试验区间 $[a, b]$ 上是下单峰函数,在此区间内有唯一

1.2 降维法

降维法是把一个多因素的问题转化为一系列较少因素的问题,而较少因素的问题相对地说比较容易解决。同时,也便于首先考察主要的因素。

1.2.1 纵横对折法

不妨考虑两个因素 x_1, x_2 , 以横坐标表示 x_1 , 纵坐标表示 x_2 。 x_1, x_2 的试验范围分别为 $[a_1, b_1][a_2, b_2]$, 它在平面上是一个长方形。先将 x_2 固定在中点 $x_2 = \frac{1}{2}(a_2 + b_2)$ 处, 对 x_1 进行单因素优选试验, 得到较好点为 A_1 , 如图 1-2 所示。

$$A_1 = \left(x_1^{(1)}, \frac{a_2 + b_2}{2} \right)$$

然后固定因素 x_1 在中点 $x_1 = \frac{1}{2}(a_1 + b_1)$ 处, 对 x_2 进行单因素优选, 得到较好点 B_1

$$B_1 = \left(\frac{a_1 + b_1}{2}, x_2^{(1)} \right)$$

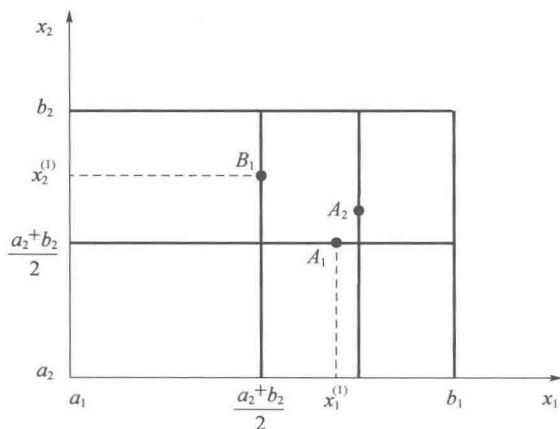


图 1-2 纵横对折法优选示意

比较 A_1 与 B_1 的试验结果, 若 A_1 比 B_1 好, 则舍去长方形左边的一半, 即舍去平面: $a_1 \leq x_1 \leq \frac{a_1 + b_1}{2}, a_2 \leq x_2 \leq b_2$ 。若 B_1 比 A_1 好, 则舍去长方形下边的一半。假定舍去左边的一半, 然后在因素 x_1 的新范围即 $\left(\frac{a_1 + b_1}{2}, b_1 \right)$ 的中点

$$x_1 = \frac{1}{2} \left[b_1 + \frac{1}{2}(a_1 + b_1) \right] = \frac{1}{4}(3b_1 + a_1)$$

用单因素方法对 x_2 进行优选, 得较好点为 A_2 , 若 A_2 比 A_1 好, 则舍去 A_1 下半部分。总之, 在比较纵横两根对折线上的较好点后, 就将试验范围缩小一半, 然后在剩下的一半继续用同样方法进行, 这样一直做下去, 就可找到最优点或近似最优点。

1.2.2 从好点出发法

从好点出发法也称坐标轮换法, 在实际中用得比较多。

为简单起见, 先考虑两个因素 x_1, x_2 情形。 x_1, x_2 的试验范围分别为 $[a_1, b_1]$ $[a_2, b_2]$ 。 这种方法是把因素 x_2 固定在生产点 (或试验范围的 0.618 点) $x_2^{(1)}$, 用单因素优选法优选因素 x_1 , 得最优点为 $A_1(x_1^{(1)}, x_2^{(1)})$, 然后把因素 x_1 固定 $x_1^{(1)}$, 用单因素优选法优选因素 x_2 , 得最优点 $B_1(x_1^{(1)}, x_2^{(2)})$ 。 现沿直线 $x_2 = x_2^{(1)}$ 把长方形分成两块, 舍去不含 B_1 的那一块, 即 A_1 的上面部分, 试验范围缩小到

$$\begin{cases} a_2 \leq x_2 \leq x_2^{(1)} \\ a_1 \leq x_1 \leq b_1 \end{cases}$$

再将因素 x_2 固定在 $x_2 = x_2^{(2)}$ 处, 用单因素优选法优选因素 x_1 , 得最优点 $A_2(x_1^{(2)}, x_2^{(2)})$ 。 这时沿直线 $x_1 = x_1^{(1)}$ 把试验范围分成两块, 舍去不包含 A_2 的那块, 即 B_1 右边那块, 试验范围缩小到

$$\begin{cases} a_1 \leq x_1 \leq x_1^{(1)} \\ a_2 \leq x_2 \leq x_2^{(1)} \end{cases}$$

在包含 A_2 这块中依照上述规则继续做下去, 就能找到最优点或近似最优点。 上述优选过程如图 1-3 所示。

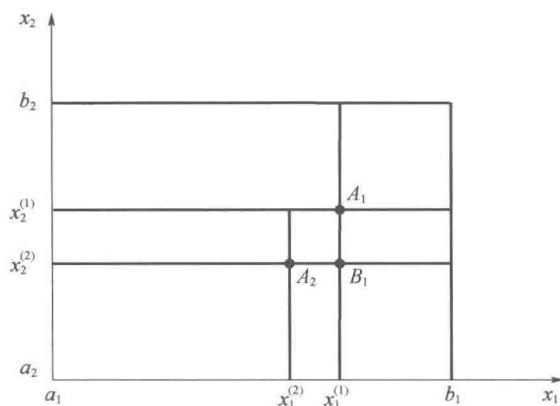


图 1-3 从好点出发法优选过程示意