



江苏省教育科学规划“十二五”重点资助课题

《数学开放题教学促进小学生数学思维发展的研究》研究成果

杨传冈 徐正洲 杨汉英 主 编

小学数学 开放题 举一反三

五年级



一心之作
打破传统接纳开放
经历教改实践检验
着眼思维品质训练



南京大学出版社



江苏省教育科学规划“十二五”重点资助课题

《数学开放题教学促进小学生数学思维发展的研究》研究成果

小学数学 开放题

举一反三



五年级

杨传冈 徐正洲 杨汉英 主 编



南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学开放题举一反三. 五年级 / 杨传冈, 徐正洲, 杨汉英主编. — 南京: 南京大学出版社, 2014.5
ISBN 978-7-305-13234-6

I. ①小… II. ①杨… ②徐… ③杨… III. ①小学数学课—题解 IV. ①G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 100641 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093
网 址 <http://www.NjupCo.com>
出 版 人 左 健

书 名 小学数学开放题举一反三·五年级
主 编 杨传冈 徐正洲 杨汉英
责任编辑 管湘生 江宏娟 编辑热线 0515-88212787
审读编辑 徐卫军

印 刷 盐城市华光印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 6.5 字数 150 千
版 次 2014 年 5 月第 1 版 2014 年 5 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-13234-6
定 价 14.80 元

发行热线 025-83594756 025-83686452
电子邮箱 Press@NjupCo.com
Sales@NjupCo.com(市场部)

* 版权所有,侵权必究

* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购
图书销售部门联系调换

Contents



1 火柴拼图	01	22 公倍数(1)	43
2 数字探险	03	23 公倍数(2)	45
3 等积变形(1)	05	24 公因数	47
4 等积变形(2)	07	25 最大公因数和最小公倍数 ...	49
5 数字趣题	09	26 等分图形	51
6 巧手剪一剪	11	27 行程问题	53
7 动手拼一拼	13	28 分数与除法	55
8 数字组合	15	29 最简分数	57
9 巧填小数	17	30 比较分数大小	59
10 四舍五入	19	31 奇妙的数	61
11 小数加法和减法	21	32 巧填分数	63
12 一一列举	23	33 巧拆分数	65
13 变与不变	25	34 设计分数	67
14 小数的运算	27	35 奇妙的图形密铺	69
15 贴错标签	29	36 圆的认识	71
16 统计	31	37 对称轴	73
17 图形切拼	33	38 补充条件或问题	75
18 确定范围	35	39 面积相等	77
19 奇妙的数阵	37	40 趣味等式	79
20 生活中的问题	39	参考答案	81
21 确定位置	41		



1 火柴拼图



例题在线



用 3 根火柴棒能摆出几个直角？试一试。



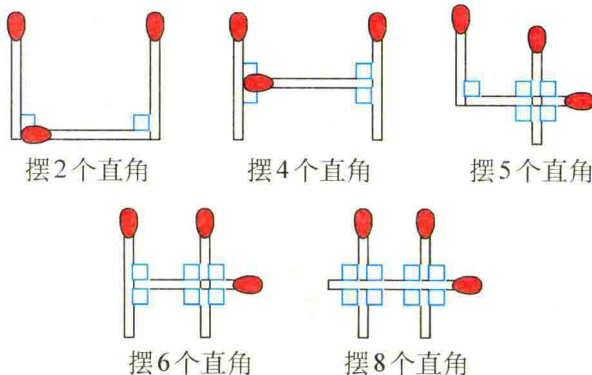
分析

要想用 3 根火柴棒摆出直角，必须火柴棒之间相互垂直，才能形成直角。可从平面角度考虑，也可从立体角度考虑。

解答

经操作，发现可以摆出 2 个、4 个、5 个、6 个、8 个、12 个直角。

如图：



摆 12 个直角，需从立体角度摆才可，先将两根火柴棒水平十字交叉，组成一个平面，再将第三根火柴棒竖直与前两根火柴垂直。

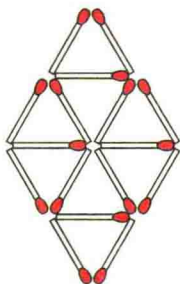
亲爱的同学们，快来试试吧！

变式辨析

1. 用 6 根同样长的火柴棒可以摆出几个三角形呢？试一试。（一个三角形由 3 根火柴棒摆成）
2. 用火柴棒摆 6 个同样大小的三角形，可能需要多少根火柴呢？（一个三角形由 3 根火柴棒摆成）
3. 用火柴棒摆 6 个同样大小的正方形，可能需要多少根火柴呢？（一个正方形由 4 根火柴棒摆成）

拓展延伸

如果允许拿掉 2 根火柴棒，将下图变成 4 个如原图中 8 个小三角形一样大小的等边三角形，并且不能有一边的口儿是开的。试试看，你会有不同的收获的。





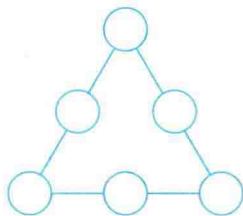
2 数字探险



例题在线



请你将 1、2、3、4、8、12 这六个数填入下图中的六个○内,使三角形每条边上三个数的乘积都相等,可以怎样填?

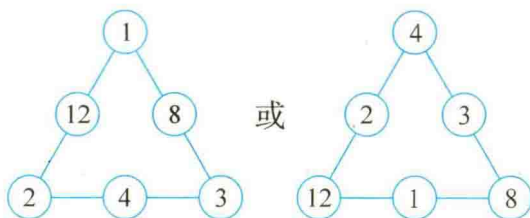


分析

由于要使三角形每条边上三个数的乘积都相等,如果我们假设每条边上的三个数之积为 a ,那么三角形三条边上 9 个数的乘积就是 $a \times a \times a = a^3$,其中三个顶点数均重复计算了一次,因此 a^3 就等于这六个数相乘的积,再乘上三个顶点数的乘积。这六个数的乘积为 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 8 \times 12 = 2^8 \times 3^2$ 。为使 $2^8 \times 3^2$ 与三个顶点数的乘积是立方数,三个顶点数有四种可能搭配:(1,2,3);(2,3,8);(1,4,12);(4,8,12)。

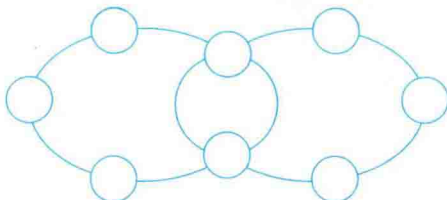
解答

经试验,只有两种符合要求的填法。

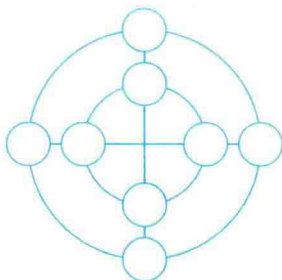


变式辨析

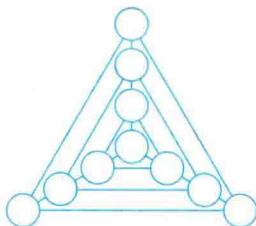
1. 将 1~8 这 8 个数字分别填入下图中,使两个大圆上的 5 个数之和都等于 21。



2. 将 1~8 这 8 个数字分别填入下图中,使每条直线上的 4 个数之和与圆周上的 4 个数之和都相等。

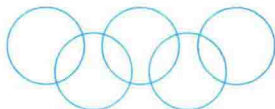


3. 将 1~10 填入下图的 10 个○内,使 3 条直线上的 4 个数字之和相等,3 个正三角形 3 个顶点上的数字之和也相等。



拓展延伸

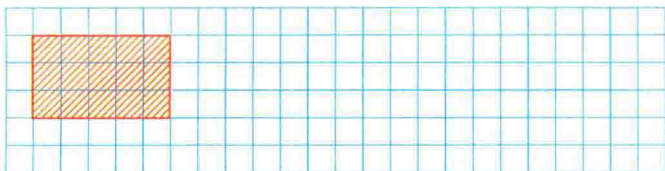
下图是大家都熟悉的奥林匹克的五环标志。请将 1~9 分别填入五个圆相互分割的九个部分,并且使每个圆环内的数字之和都相等。



3 等积变形(1)

例题在线

下面每个小方格表示 1 平方厘米。在方格纸上画两个形状不同的平行四边形,使它们的面积都与图中长方形的面积相等。

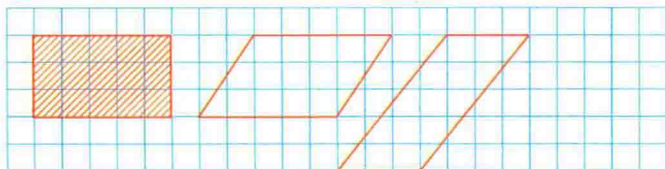


分析

每个小方格表示 1 平方厘米,说明小方格的边长都是 1 厘米。经观察,已知长方形的长是 5 厘米,宽是 3 厘米,长方形的面积就是 $5 \times 3 = 15$ 平方厘米。要使所画平行四边形的面积与长方形的面积相等,只要平行四边形的底与高的乘积等于 15 平方厘米即可。画出的平行四边形可以是:底 15 厘米,高 1 厘米;底 5 厘米,高 3 厘米;底 3 厘米,高 5 厘米;底 1 厘米,高 15 厘米。其实每一组数据都可以画出无数种形状不同的平行四边形。

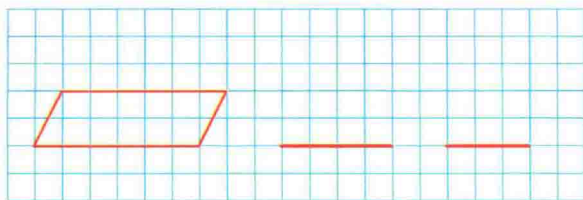
解答

答案不唯一,只需平行四边形的底与高的乘积等于 15 平方厘米即可。

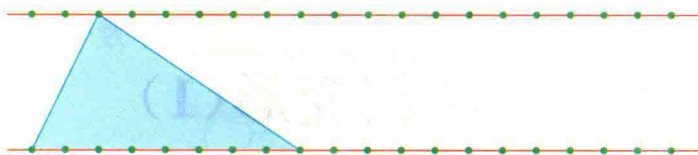


变式辨析

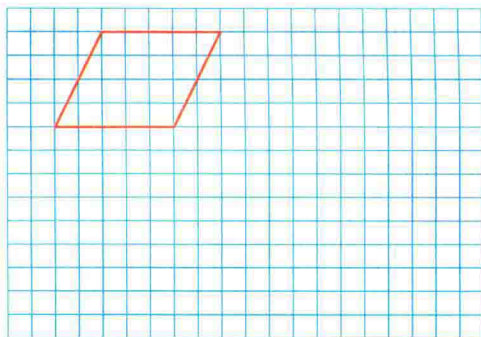
1. 在下面的方格纸上以已知线段为一条边,分别画一个平行四边形与一个三角形,并使它们分别与图中已知平行四边形的面积相等。(每小格为 1 平方厘米)



2. 在图中画出与涂色三角形面积相等的平行四边形、三角形和梯形各一个。
(每小段为 1 厘米)



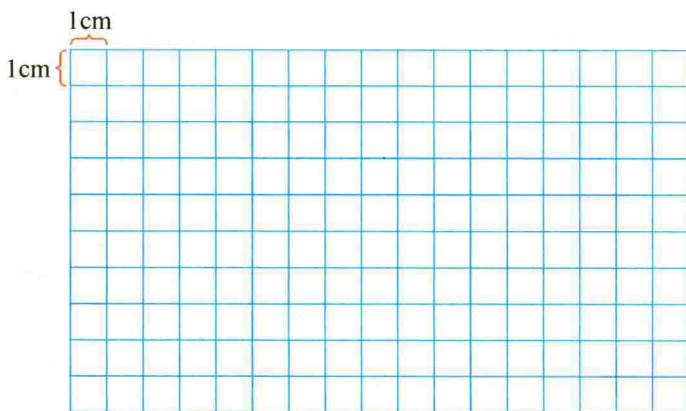
3. 在下面的方格纸上画出面积与已知平行四边形面积相等的三角形、梯形和长方形各一个。



拓展延伸



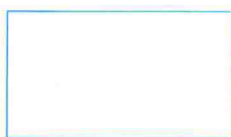
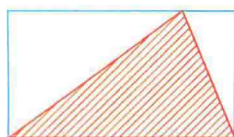
在下面的方格纸上分别设计出面积是 18 平方厘米的长方形、平行四边形、三角形、梯形各一个。(每个小方格表示 1 平方厘米)



4 等积变形(2)

例题在线

下面两个长方形完全一样,你能在右边长方形中设计出与左图中阴影部分面积相等、形状不同的三角形吗?试试看。

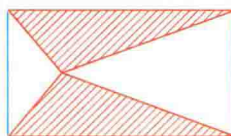
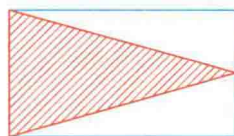
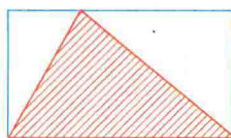
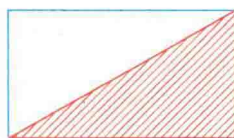


分析

观察左图,发现三角形的底等于长方形的长,三角形的高等于长方形的宽,因此,三角形的面积等于长方形面积的一半。要想在同样大小的长方形中设计出与左图阴影三角形面积相等、形状不同的三角形,只要所画三角形的底和高与长方形的长和宽分别相等即可。

解答

答案不唯一,如图。

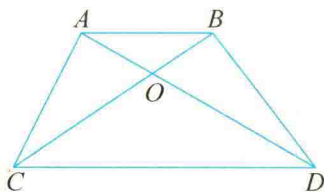


变式辨析

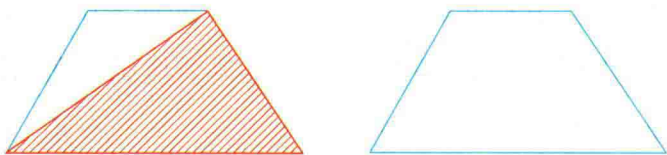
1. 下图中两个平行四边形完全一样，面积都是 100 平方厘米。你能在右图中也设计出一个与左图涂色三角形面积相等、形状不同的图形吗？试试看。



2. 在下面的梯形中，你能找出哪几组面积相等的三角形？请分别说一说，写一写。

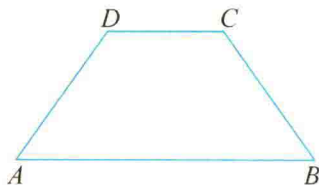


3. 下图中两个梯形完全一样。你能在右图中也设计出一个与左图涂色三角形面积相等、形状不同的图形吗？试试看。



拓展延伸

你能通过剪拼的方法把下面的梯形转化成已学过的图形吗？如果能，请画出示意图。



5 数字趣题



例题在线



如图,钟面上有 12 个数字,请在数字前添加加号或减号,使它们的结果正好等于 0。



分析

本题可以采用枚举法给出全部答案,过程应遵循下面几条规律。(提示:下面所给答案中每个括号里的数称为一个数组。数组表示被减数,数组以外的其他所有数均为减数)

1. 由于钟面上 12 个数相加的和等于 78,所以要求算式中被减数或减数的和均为 39。
2. 被减数组成的数组至少由四个数(至多由八个数)组成。想一想:为什么?
3. 数组中的数的个数由四到八递进。
4. 数组中的数由大到小排列。
5. 数字连续即止。
6. 对偶。(以下数组可以作为被减数,也可作为减数,每个数组实际上是两组答案)

解答

例如:根据数组(12,11,10,6)可以得到两种答案,即 $12-1-2-3-4-5+6-7-8-9+10+11=0$ 或 $1+2+3+4+5-6+7+8+9-10-11-12=0$ 。

四个数组成的数组:考虑对偶共 6 组。

(12,11,10,6), (12,11,9,7), (12,10,9,8)。

五个数组成的数组:考虑对偶共 60 组。

(12,11,10,5,1), (12,11,10,4,2), (12,11,9,6,1), (12,11,9,5,2), (12,11,

9,4,3),(12,11,8,7,1),(12,11,8,6,2),(12,11,8,5,3),(12,11,7,6,3),(12,11,7,5,4),(12,10,9,7,1),(12,10,9,6,2),(12,10,9,5,3),(12,10,8,7,2),(12,10,8,6,3),(12,10,8,5,4),(12,10,7,6,4),(12,9,8,7,3),(12,9,8,6,4),(12,9,7,6,5),(11,10,9,8,1),(11,10,9,7,2),(11,10,9,6,3),(11,10,9,5,4),(11,10,8,7,3),(11,10,8,6,4),(11,10,7,6,5),(11,9,8,7,4),(11,9,8,6,5),(10,9,8,7,5)。

六个数组成的数组:考虑对偶共 58 组。

(12,11,10,3,2,1),(12,11,9,4,2,1),(12,11,8,5,2,1),(12,11,8,4,3,1),(12,11,7,6,2,1),(12,11,7,5,3,1),(12,11,7,4,3,2),(12,11,6,5,4,1),(12,11,6,5,3,2),(12,10,9,5,2,1),(12,10,9,4,3,1),(12,10,8,6,2,1),(12,10,8,5,3,1),(12,10,8,4,3,2),(12,10,7,6,3,1),(12,10,7,5,4,1),(12,10,7,5,3,2),(12,10,6,5,4,2),(12,9,8,7,2,1),(12,9,8,6,3,1),(12,9,8,5,4,1),(12,9,8,5,3,2),(12,9,7,6,4,1),(12,9,7,6,3,2),(12,9,7,5,4,2),(12,9,6,5,4,3),(12,8,7,6,5,1),(12,8,7,6,4,2),(12,8,7,5,4,3)。

以上共计有 124 组答案。

变式辨析

1. 在下面的 $\square$ 内填上加号或减号,使等式成立,请你给出尽可能多的答案。

$$9 \square 8 \square 7 \square 6 \square 5 \square 4 \square 3 \square 2 \square 1 = 21$$

2. 将 0~9 这 10 个数字填入下面的 10 个 $\square$ 中,使得到的 4 个数都是平方数。

$$\square, \square\square, \square\square\square, \square\square\square\square。$$

3. 能否将 5、6、7、8、9、10、11、12 这八个数分别填到下面四个等式中的括号内?(每个数只能使用一次)你能给出几种不同的答案?

$$(\quad) - (\quad) = 1$$

$$(\quad) - (\quad) = 2$$

$$(\quad) - (\quad) = 3$$

$$(\quad) - (\quad) = 4$$

拓展延伸

能否将 1、2、3、……、8、9 共九个数分成三部分,使各部分的和都相等? 如果能的话,请尽可能多地给出不同的结果。

6 巧手剪一剪

例题在线

你能动手剪一剪,将一个边长为 12 厘米的正方形分成若干个小正方形吗?(所分成的小正方形的边长必须是整厘米数,大小可以不相同)现限定分成的小正方形的个数不超过 12,请设计出不同的剪法。



分析

将一个边长为 12 厘米的大正方形剪成若干个边长为整厘米数的小正方形,最简单的是平均分。也就是将大正方形分成边长分别是 1 厘米、2 厘米、3 厘米、4 厘米、6 厘米的小正方形,边长和个数的关系可以从下面这张表中看出来:

小正方形的边长/厘米	1	2	3	4	6
小正方形的个数	144	36	16	9	4

如果限定所分成的小正方形个数不超过 12,下面是一些不同分法的例子:(以所分成的小正方形中最大的一个的边长的长短为序)

解答

设所分成的小正方形中最大的一个的边长为 n 厘米。

(1) 当 $n=10$ 时,见图 1。

(2) 当 $n=9$ 时,见图 2。

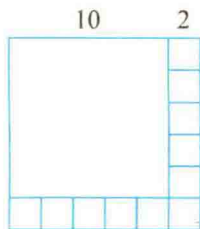


图 1

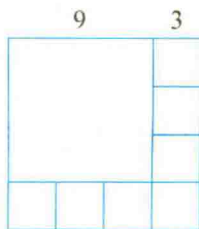


图 2

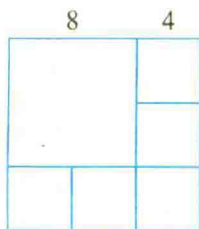


图 3

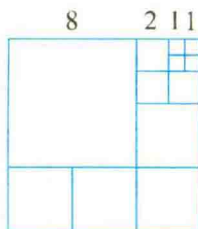


图 4

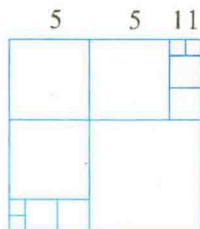


图 5

(3) 当 $n=8$ 时,见图 3、图 4。

(4) 当 $n=7$ 时,见图 5。

(5) 当 $n=6$ 时, 见图 6、图 7。

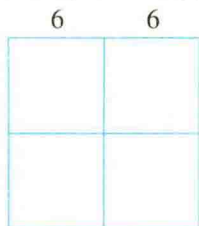


图 6

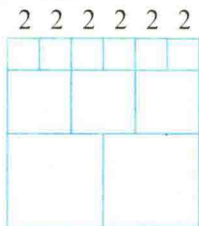


图 7

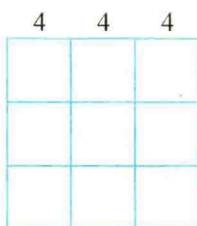


图 8

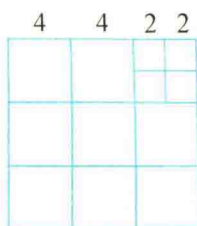


图 9

(6) 当 $n=4$ 时, 见图 8、图 9。

提示: 以上我们仅仅列举了一些分割的类型, 实际上每种类型都有很多种不同的分法, 限于篇幅就不一一列举了, 有兴趣的同学可以自己再分一分。

变式辨析

- 图 1 是一张 3×3 的方格纸, 由九个小正方形组成, 每个小正方形里都写了一个数, 如果剪去形状如图 2 这样的“Z”字形(“Z”字形允许旋转或翻转得到), 可以怎样剪? 剩下图形中各个数的和分别是多少? 余下的数有什么特点?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

图 1

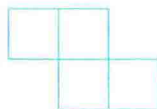


图 2

- 图 1 是一张 3×3 的方格纸, 由九个小正方形组成, 每个小正方形里都写了一个数, 如果剪去形状如图 2 这样的“L”字形(“L”字形允许旋转或翻转得到), 可以怎样剪? 剩下图形中各个数的和分别是多少? 余下的数有什么特点?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

图 1

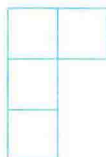
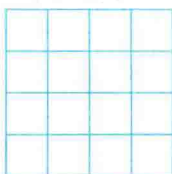


图 2

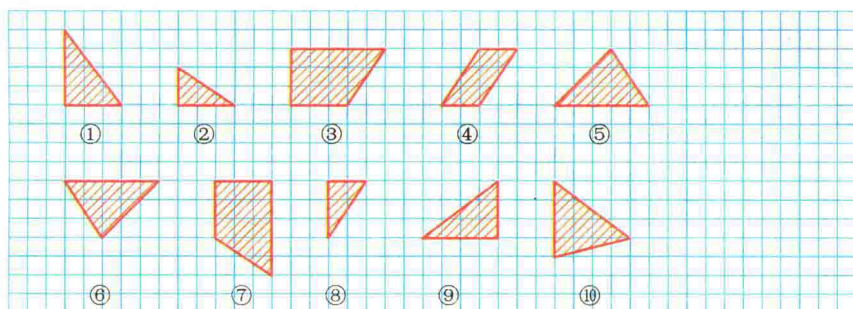
拓展延伸

有一张 4×4 的正方形方格纸, 要求沿格线将它剪成大小、形状完全相同的两部分。试一试, 看看最多有多少种不同的剪法。



7 动手拼一拼

例题在线



上图中每个小方格都表示 1 平方厘米，你能从图中选出两个图形拼成长方形吗？想一想：可以有哪些选法？（允许图形进行旋转或翻转）

分析

根据长方形“对边相等，四个角都是直角”的特征，因此，在选择图形时应选择直角三角形或直角梯形。

解答

能拼成长方形的为②、③；②、⑦；⑧、③；⑧、⑦；①、⑨；②、⑧；③、⑦。一共有 7 种不同的选法。

变式辨析

- 你能从例题图中选出两个图形拼成平行四边形吗？想一想：可以有哪些选法？