



高职高专基础课程规划教材

高等数学基础 解析与实训

GAODENG SHUXUE JICHU JIEXI YU SHIXUN

主编 胡桂萍 白 健

3
15.1

上海科学技术出版社



高职高专基础课程规划教材

高等数学基础

解析与实训

GAODENG SHUXUE JICHU JIEXI YU SHIXUN

主 编 胡桂萍 白 健

副主编 左静贤 倪 文 温 静 赵彦艳



上海科学技术出版社

内 容 提 要

本书是《高等数学基础》配套实训教材,系根据教育部提出的“培养高端技能型专门人才”的最新培养目标,结合编者多年的高职数学教学实践和课改成果编写而成。全书共9章,参照《高等数学基础》的章节顺序编排,主要内容包括预备知识、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、线性代数、概率论与数理统计等。

每节均由知识点归纳与解析、题型分析与举例、实训三部分组成。实训分为基础知识实训、基本能力实训和能力提高与应用实训等,突出基础性和应用性。

本书可作为高职高专工科专业一年级上学期高等数学课程的辅导用书,也可作为专接本复习参考书,财经类和文科专业也可选用。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学基础解析与实训 / 胡桂萍, 白健主编. —
上海: 上海科学技术出版社, 2013. 8
高职高专基础课程规划教材
ISBN 978-7-5478-1813-8

I. ①高… II. ①胡… ②白… III. ①高等数学—高等职业教育—教学参考资料 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 123933 号

上海世纪出版股份有限公司
上海科学技术出版社 出版、发行
(上海钦州南路71号 邮政编码 200235)
新华书店上海发行所经销
常熟市兴达印刷有限公司印刷
开本 787×1092 1/16 印张: 11.5
字数 210 千字
2013年8月第1版 2013年8月第1次印刷
ISBN 978-7-5478-1813-8/O·26
定价: 20.80 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题,
请向工厂联系调换

前 言

《高等数学基础解析与实训》是与上海科学技术出版社出版的《高等数学基础》配套实训教材,是根据高职高专院校的培养目标,注重数学思想与方法的培养,强调数学知识的应用,适应高职高专教育培养生产、建设、管理、服务需要的高端技能型专门人才的需求,通过编者认真总结多年的高职数学教学经验和课程改革成果编写而成的,是一部能较好地满足高职高专数学教学需要的配套辅导教材。

本书按照教学要求,每节设计了知识点归纳与解析、题型分析与举例、实训三个板块。在编写过程中,充分考虑专业实际和发展需求,通过对教材中的基本概念、基本理论进行归纳和解析,着眼于基础知识的强化,突出解题思路和方法指导,对解题步骤和思路进行了适当的解析,使读者易于掌握解题思路,提高分析问题和解决问题的能力。具体编写思路如下:

(1) 在“知识点归纳与解析”部分,通过对本节教材中所涉及的基本概念、基本理论进行简要的归纳、提炼与解析,并指出对重要概念和定理在学习中所要注意的方面,帮助学生把握重点知识,理解知识间的内在联系。

(2) 在“题型分析与举例”部分,典型例题选取力求深浅适度,既有易错、易混淆的概念题和计算题等基本题,也有较难题,强调知识覆盖面,无论从题型、题量,还是从难易程度等方面都能恰到好处地反映高职高专院校高等数学课程教学的基本要求。通过对例题的分析,让读者了解更多的解题思路,从而提高分析问题、解决问题的能力。

(3) 在“实训”部分,编排了三个层次的实训,分别是“实训1 基础知识实训”“实训2 基本能力实训”“实训3 能力提高与应用实训”。通过实训,在帮助学生系统掌握基础知识的同时,更注重对学生获取知识和提高思维能力的培养,同时实现了对后续教学和学生可持续发展(继续教育)的一个恰到好处的结合。特别通过实训3,使高等数学更好地与专业课结合。

本书由河北建材职业技术学院胡桂萍、白健任主编,左静贤、倪文、温静、赵彦

艳任副主编,该校邱长富和东北大学秦皇岛分校张斌参编.写作分工如下:第1章由赵彦艳编写,第2、3章由胡桂萍编写,第4章由倪文编写,第5章由白健编写,第6章由白健、赵彦艳编写,第7章由左静贤编写,第8章由邱长富编写,第9章由温静、张斌编写.全书由白健、胡桂萍规划设计,胡桂萍统稿并定稿.

本书在编写过程中,得到了有关学校领导、上海科学技术出版社的热心帮助和指导,郭志敏、王小薇、王宙、都小菊、张淑欣、宁秀君等专业课教学专家对教材规划提出了宝贵的意见,河北省教学名师朱玉春教授给予了热心的指导.本书还参考吸收了有关教材的成果,在此一并致谢!

由于编者水平有限,本书难免存在疏漏之处,敬请广大读者不吝赐教,提出批评意见,使之日臻完善.

编 者

实训评价记录

系部：_____ 专业和班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

章节	实训 1			实训 2			实训 3			单元评价
	实训分	答辩	总评	实训分	答辩	总评	实训分	答辩	总评	
1.1										
1.2										
1.3										
1.4										
1.5										
1.6										
2.1										
2.2										
2.3										
2.4										
2.5										
2.6										
3.1										
3.2										
3.3										
3.4										
3.5										
3.6										
4.1										
4.2										
4.3										
4.4										
4.5										
4.6										
4.7										
5.1										

续 表

章节	实 训 1			实 训 2			实 训 3			单元 评价
	实训分	答辩	总评	实训分	答辩	总评	实训分	答辩	总评	
5.2										
5.3										
5.4										
5.5										
5.6										
6.1										
6.2										
6.3										
6.4										
6.5										
6.6										
6.7										
7.1										
7.2										
7.3										
7.4										
7.5										
8.1										
8.2										
9.1										
9.2										
9.3										
9.4										
9.5										
9.6										
9.7										
9.8										

说明：本表供教师评价学生实训成果使用。评价等级为 A,B,C,D,E。答辩评价,通不过为 N,通过为 P。

目 录

第1章 预备知识	001	2.2.2 题型分析与举例	019
1.1 集合	001	2.2.3 实训	019
1.1.1 知识点归纳与解析	001	2.3 极限的运算法则	021
1.1.2 题型分析与举例	001	2.3.1 知识点归纳与解析	021
1.1.3 实训	001	2.3.2 题型分析与举例	021
1.2 函数的概念及简单性质	002	2.3.3 实训	022
1.2.1 知识点归纳与解析	002	2.4 两个重要极限	024
1.2.2 题型分析与举例	003	2.4.1 知识点归纳与解析	024
1.2.3 实训	003	2.4.2 题型分析与举例	024
1.3 初等函数	006	2.4.3 实训	025
1.3.1 知识点归纳与解析	006	2.5 函数的连续性	028
1.3.2 题型分析与举例	006	2.5.1 知识点归纳与解析	028
1.3.3 实训	006	2.5.2 题型分析与举例	028
1.4 函数模型	008	2.5.3 实训	029
1.4.1 知识点归纳与解析	008	2.6 连续函数的性质	031
1.4.2 题型分析与举例	009	2.6.1 知识点归纳与解析	031
1.4.3 实训	009	2.6.2 题型分析与举例	031
1.5 平面曲线方程	010	2.6.3 实训	031
1.5.1 知识点归纳与解析	010	第3章 导数与微分	033
1.5.2 题型分析与举例	010	3.1 导数	033
1.5.3 实训	011	3.1.1 知识点归纳与解析	033
1.6 极坐标系	012	3.1.2 题型分析与举例	034
1.6.1 知识点归纳与解析	012	3.1.3 实训	034
1.6.2 实训	013	3.2 初等函数求导法则	036
第2章 极限与连续	016	3.2.1 知识点归纳与解析	036
2.1 极限的概念	016	3.2.2 题型分析与举例	036
2.1.1 知识点归纳与解析	016	3.2.3 实训	037
2.1.2 题型分析与举例	016	3.3 复合函数求导法则及高阶导数	038
2.1.3 实训	017	3.3.1 知识点归纳与解析	038
2.2 无穷小量与无穷大量	018	3.3.2 题型分析与举例	038
2.2.1 知识点归纳与解析	018		

3.3.3 实训	039	4.6.3 实训	064
3.4 隐函数及参数方程确定的函数求 导法则	040	4.7 导数在经济学中的应用	066
3.4.1 知识点归纳与解析	040	4.7.1 知识点归纳与解析	066
3.4.2 题型分析与举例	040	4.7.2 题型分析与举例	066
3.4.3 实训	041	4.7.3 实训	067
3.5 函数的微分	043	第5章 不定积分	069
3.5.1 知识点归纳与解析	043	5.1 不定积分的概念和性质	069
3.5.2 题型分析与举例	043	5.1.1 知识点归纳与解析	069
3.5.3 实训	044	5.1.2 题型分析与举例	070
3.6 函数微分的应用	045	5.1.3 实训	070
3.6.1 知识点归纳与解析	045	5.2 不定积分的基本公式和直接积 分法	073
3.6.2 题型分析与举例	045	5.2.1 知识点归纳与解析	073
3.6.3 实训	046	5.2.2 题型分析与举例	073
第4章 导数的应用	047	5.2.3 实训	075
4.1 中值定理和洛比达法则	047	5.3 换元积分法	078
4.1.1 知识点归纳与解析	047	5.3.1 知识点归纳与解析	078
4.1.2 题型分析与举例	047	5.3.2 题型分析与举例	079
4.1.3 实训	049	5.3.3 实训	081
4.2 函数的单调性	051	5.4 分部积分法	085
4.2.1 知识点归纳与解析	051	5.4.1 知识点归纳与解析	085
4.2.2 题型分析与举例	052	5.4.2 题型分析与举例	085
4.2.3 实训	053	5.4.3 实训	087
4.3 函数的极值和最值	054	5.5 积分表的使用	088
4.3.1 知识点归纳与解析	054	5.5.1 知识点归纳与解析	088
4.3.2 题型分析与举例	055	5.5.2 题型分析与举例	088
4.3.3 实训	056	5.5.3 实训	089
4.4 函数图形的凹凸性与拐点	059	5.6 应用举例	090
4.4.1 知识点归纳与解析	059	5.6.1 知识点归纳与解析	090
4.4.2 题型分析与举例	059	5.6.2 题型分析与举例	090
4.4.3 实训	060	5.6.3 实训	090
4.5 函数图形的描绘	061	第6章 定积分及其应用	092
4.5.1 知识点归纳与解析	061	6.1 定积分的概念和性质	092
4.5.2 题型分析与举例	061	6.1.1 知识点归纳与解析	092
4.5.3 实训	062	6.1.2 题型分析与举例	092
4.6 曲率	063	6.1.3 实训	093
4.6.1 知识点归纳与解析	063	6.2 微积分基本定理	096
4.6.2 题型分析与举例	064		

6.2.1 知识点归纳与解析	096	7.4.1 知识点归纳与解析	124
6.2.2 题型分析与举例	096	7.4.2 题型分析与举例	124
6.2.3 实训	097	7.4.3 实训	125
6.3 定积分的换元法与分部积分法	099	7.5 矩阵的分块	127
6.3.1 知识点归纳与解析	099	7.5.1 知识点归纳与解析	127
6.3.2 题型分析与举例	100	7.5.2 题型分析与举例	127
6.3.3 实训	101	7.5.3 实训	128
6.4 广义积分	103	第8章 线性方程组	130
6.4.1 知识点归纳与解析	103	8.1 n 维向量	130
6.4.2 题型分析与举例	103	8.1.1 知识点归纳与解析	130
6.4.3 实训	104	8.1.2 题型分析与举例	130
6.5 定积分在几何上的应用	106	8.1.3 实训	131
6.5.1 知识点归纳与解析	106	8.2 线性方程组解的结构	132
6.5.2 题型分析与举例	107	8.2.1 知识点归纳与解析	132
6.5.3 实训	107	8.2.2 题型分析与举例	132
6.6 定积分在物理中的应用	109	8.2.3 实训	134
6.6.1 知识点归纳与解析	109	第9章 概率论与数理统计初步	136
6.6.2 题型分析与举例	109	9.1 随机事件和概率	136
6.6.3 实训	110	9.1.1 知识点归纳与解析	136
6.7 定积分在经济中的应用	111	9.1.2 题型分析与举例	136
6.7.1 知识点归纳与解析	111	9.1.3 实训	137
6.7.2 题型分析与举例	111	9.2 概率的性质及其计算	140
6.7.3 实训	112	9.2.1 知识点归纳与解析	140
第7章 行列式与矩阵	113	9.2.2 题型分析与举例	140
7.1 线性方程组和行列式	113	9.2.3 实训	141
7.1.1 知识点归纳与解析	113	9.3 条件概率	143
7.1.2 题型分析与举例	113	9.3.1 知识点归纳与解析	143
7.1.3 实训	114	9.3.2 题型分析与举例	143
7.2 矩阵及其运算	117	9.3.3 实训	144
7.2.1 知识点归纳与解析	117	9.4 随机事件的相互独立性和重复 独立试验	146
7.2.2 题型分析与举例	117	9.4.1 知识点归纳与解析	146
7.2.3 实训	118	9.4.2 题型分析与举例	146
7.3 矩阵的秩	120	9.4.3 实训	147
7.3.1 知识点归纳与解析	120	9.5 一维离散型随机变量及其分布 函数	149
7.3.2 题型分析与举例	121	9.5.1 知识点归纳与解析	149
7.3.3 实训	122		
7.4 逆矩阵	124		

9.5.2 题型分析与举例	149	9.7.3 实训	157
9.5.3 实训	151	9.8 数理统计初步	159
9.6 一维连续型随机变量及其分布		9.8.1 知识点归纳与解析	159
函数	153	9.8.2 题型分析与举例	159
9.6.1 知识点归纳与解析	153	9.8.3 实训	160
9.6.2 题型分析与举例	153		
9.6.3 实训	154	实训参考答案	163
9.7 随机变量的数字特征	156		
9.7.1 知识点归纳与解析	156	参考文献	174
9.7.2 题型分析与举例	156		

1.1 集 合

1.1.1 知识点归纳与解析

1. 集合的运算是函数定义域表示的基础,理解集合的交、并、补的概念.
2. 熟练应用韦恩图或数轴方法进行集合的运算.

1.1.2 题型分析与举例

1. 集合的表示方法很多,如列举法、韦恩图法以及数轴法.

例1 设 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x \mid x \subset A\}$, 试用列举法表示集合 B .

分析 本题的关键是子集与真子集的概念. 真子集不包括 $A = B$, 另外空集是任何集合的子集.

解 $\emptyset, \{0\}, \{1\}$.

例2 用列举法化简集合 $M = \left\{x \mid \frac{6}{3-x} \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{Z}\right\}$.

解 $\{-3, 0, 1, 2, 4, 5, 6, 9\}$.

2. 熟练集合之间的运算.

例3 集合 $A = \{3-2x, 1, 3\}$, $B = \{1, x^2\}$, 并且 $A \cup B = A$, 那么满足条件的实数 x 个数有几个?

分析 满足条件的表达式为 $3-2x = x^2$, 解得 $x = -3$, 或 $x^2 = 3$, 解得 $x = \pm\sqrt{3}$, 所以满足条件的 x 个数为 3.

1.1.3 实训

实训1 基础知识实训

实训目的: 通过该实训, 进一步加深学生对集合基本概念的理解.

实训内容:

1. 用适当的符号($\in$, $\notin$, $\subset$, $\supset$, $=$)填空.

(1) $1(\quad)\mathbf{N}$

(2) $0(\quad)\emptyset$

(3) $\{0\}(\quad)\emptyset$

(4) $\mathbf{R}(\quad)\mathbf{N}$

(5) $0(\quad)\{0\}$

(6) $\{2, 1\}(\quad)\{1, 2\}$

2. 设集合 $M = \{x \mid x < 5\}$, $N = \{x \mid x > 3\}$, 那么“ $x \in M$ 或者 $x \in N$ ”是“ $x \in M \cap N$ ”的()条件.

3. 集合 $A = \{x | x \leq 1\}$, $B = \{x | x > a\}$, 如果 $A \cap B = \emptyset$, 那么 a 的取值范围是().
 A. $a > 1$ B. $a \geq 1$ C. $a < 1$ D. $a \leq 1$
4. 已知集合 $M \subseteq \{2, 3, 5\}$, 且 M 中至少有一个奇数, 则这样的集合 M 共有().
 A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个
5. 列举 $\{3, 6, 8\}$ 所有真子集.

实训 2 基本能力实训

实训目的: 通过该实训, 进一步加深学生对集合概念的理解, 加强学生掌握集合之间的运算.

实训内容:

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 1 \leq x < 7\}$, $B = \{x | x^2 - 7x + 10 < 0\}$, 求 $A \cap (\bar{B})$.
2. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{2, 3\}$, 求 $\bar{A} \cup B$.

1.2 函数的概念及简单性质

1.2.1 知识点归纳与解析

1. 函数的概念: 函数是一种对应关系, 我们接触的绝大多数函数都是一对一的单值函数, 也存在多值函数.
2. 函数的两个要素: 定义域和对应法则.
3. 函数定义域的求法: 求使表达式有意义的点的集合, 用集合的形式表示.
4. 分段函数: 自变量在不同变化范围内对应法则用不同的式子表示的函数; 其定义域是各段定义域的并集.
5. 掌握函数的四个性质的定义以及具备此性质的图像的特点.

1.2.2 题型分析与举例

例1 求函数 $y = \frac{\ln(x-2)}{\sqrt{9-x^2}}$ 的定义域.

解 要使函数有意义,需满足 $\begin{cases} x-2 > 0 \\ 9-x^2 > 0 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} x > 2 \\ -3 < x < 3 \end{cases}$, 因此定义域为 $(2, 3)$.

例2 若 $f(x)$ 定义域为 $[1, 3]$, 求函数 $f(1+x^2)$ 的定义域.

解 $1 \leq 1+x^2 \leq 3$, 所以 $0 \leq x^2 \leq 2$, 所求函数的定义域为 $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$.

例3 讨论函数 $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 的奇偶性.

解
$$\begin{aligned} f(-x) &= \ln(-x + \sqrt{x^2 + 1}) = \ln \frac{(-x + \sqrt{x^2 + 1})(x + \sqrt{x^2 + 1})}{(x + \sqrt{x^2 + 1})} \\ &= \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})^{-1} = -\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \end{aligned}$$

所以函数为奇函数.

1.2.3 实训

实训1 基础知识实训

实训目的: 通过该实训,了解函数的概念及基本要素,会求简单函数的定义域,了解函数的性质,知道函数的反函数的概念.

实训内容:

1. 下列函数是否为相同函数,为什么?

(1) $y = x$ 与 $y = \sqrt[3]{x^3}$

(2) $y = \frac{x}{x(1+x)}$ 与 $y = \frac{1}{1+x}$

(3) $y = 2\ln(2+x)$ 与 $y = \ln(2+x)^2$

2. 求下列函数的定义域.

(1) $y = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$

(2) $f(x) = \ln(x+5)$

$$(3) y = \arcsin(1-x)$$

3. 判断函数的奇偶性.

$$(1) y = x^5 + 3x^3 - x$$

$$(2) y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

4. 求下列函数的反函数.

$$(1) y = 3x + 1$$

$$(2) y = \frac{1}{x+3}$$

$$(3) y = 1 + \ln x$$

5. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ 4, & x > 0 \end{cases}$, 求函数的定义域, 并求 $f(0)$, $f(-2)$, $f(2)$.

实训2 基本能力实训

实训目的: 通过该实训, 熟练函数定义域的求法, 会判断函数的奇偶性.

实训内容:

1. 求函数的定义域.

$$(1) y = \ln(2x-1) + \frac{1}{\sqrt{x-5}}$$

$$(2) y = \ln \frac{1}{1-x}$$

2. 判断函数的奇偶性.

$$(1) y = x^2 \sin \frac{1}{x^2}$$

$$(2) y = x^2 \sin \frac{1}{x}$$

$$(3) y = \ln \frac{x+1}{x-1}$$

$$3. \text{ 设 } f(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| < \frac{\pi}{3} \\ 0, & |x| \geq \frac{\pi}{3} \end{cases}, \text{ 求 } f\left(\frac{\pi}{6}\right), f\left(\frac{\pi}{4}\right), f\left(-\frac{\pi}{4}\right), f(-2), \text{ 并作出其}$$

图像.

实训3 能力提高与应用实训

实训目的: 通过该实训, 进一步加深函数定义域的求法.

实训内容:

1. 求函数的定义域.

$$(1) y = \sqrt{1-x} + \arcsin \frac{x+1}{2}$$

$$(2) y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{|x+1|-2}$$

2. 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 求下列函数的定义域.

$$(1) f(x^2)$$

$$(2) f(x+a)$$

$$(3) f(\sin x)$$

1.3 初等函数

1.3.1 知识点归纳与解析

1. 复合函数的形成: 设 $y = f(u)$ 而 $u = \varphi(x)$, 且函数 $\varphi(x)$ 的值域全部或部分包含在函数 $f(u)$ 的定义域内, 那么 y 通过 u 的关系成为 x 的函数, 我们把 y 称为 x 的复合函数.

2. 复合函数的分解方法: 从最外层分解到最里层. 这就需要掌握基本初等函数的标准形式, 以便准确地分解复合函数.

1.3.2 题型分析与举例

例 1. 是否任何两个函数的复合都能得到复合函数?

解 $y = \sqrt{u}$, $u = \sin x - 2$ 就不能复合, 因为 $u = \sin x - 2$ 的值域为 $[-3, -1]$, 而 $y = \sqrt{u}$ 的定义域为 $[0, +\infty)$.

例 2 分解复合函数 $y = \arcsin \sqrt{x-1}$.

解 $y = \arcsin u$, $u = \sqrt{v}$, $v = x - 1$.

例 3 分段函数是不是初等函数?

解 分段函数是在自变量不同变化范围内对应法则用不同的式子表示的函数.

初等函数是基本初等函数经过有限次四则运算和复合运算, 能用一个式子表示的函数.

从定义角度看分段函数与初等函数最大区别就是几个式子表示, 所以分段函数不是初等函数, 但绝对值函数除外, 它既是分段函数也是初等函数.

1.3.3 实训

实训 1 基础知识实训

实训目的: 通过该实训, 加深学生对基本初等函数和复合函数的理解, 并能熟练分解复合函数.

实训内容:

1. 基本初等函数都有哪些? 写出其标准形式.

2. 求函数的复合函数.

(1) $y = u^2$, $u = \ln x$