

TURING

图灵新知

Professor Stewart's Casebook of Mathematical Mysteries



[英] 伊恩·斯图尔特◎著 何生◎译

数学万花筒3

夏尔摩斯探案集



中国工信出版集团



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

Professor Stewart's Casebook of Mathematical Mysteries



[英] 伊恩·斯图尔特◎著 何生◎译

数学万花筒3

夏尔摩斯探案集

人民邮电出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

数学万花筒. 3, 夏尔摩斯探案集 / (英) 伊恩·斯图尔特著; 何生译. — 北京: 人民邮电出版社, 2017.4

(图灵新知)

ISBN 978-7-115-44434-9

I. ①数… II. ①伊… ②何… III. ①数学—普及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第316314号

内 容 提 要

本书是《数学万花筒(修订版)》、《数学万花筒2(修订版)》的续集。在保持一贯的大杂烩风格, 收集大量有趣的数学游戏、谜题、故事和八卦之外, 伊恩·斯图尔特教授还记录下了居住在贝克街222B的福洛克·夏尔摩斯及其同伴约翰·何生医生破解众多数学疑案的探案冒险。同样地, 本书最后给出了那些有已知答案的问题的解答, 以及相关话题的更多信息。本书适合各种程度的数学爱好者阅读。

◆ 著 [英] 伊恩·斯图尔特

译 何 生

责任编辑 楼伟珊

责任印制 彭志环

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京丰台区成寿寺路11号

邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

北京艺辉印刷有限公司印刷

◆ 开本: 880×1230 1/32

印张: 10

字数: 258千字

2017年4月第1版

印数: 1—5000册

2017年4月北京第1次印刷

著作权合同登记号 图字: 01-2015-1883号

定价: 39.00元

读者服务热线: (010)51095186转600 印装质量热线: (010)81055316

反盗版热线: (010)81055315

广告经营许可证: 京东工商广字第8052号

目 录

夏尔摩斯与何生登场.....	1	666 恐惧症.....	44
关于计量单位的说明.....	3	一倍, 两倍, 三倍.....	46
失窃金镑丑闻 🔍.....	5	好运守恒.....	46
11 的乘法速算.....	6	牌面向下的 A 🔍.....	48
寻找路线.....	7	纠结的父母.....	51
夏尔摩斯初见何生 🔍.....	8	拼图佯谬.....	52
几何幻方.....	11	恐怖猫门案 🔍.....	52
橙子皮是什么形状的?	12	煎饼数.....	57
如何中彩票?	13	汤盘戏法.....	58
绿色袜子把戏案 🔍.....	15	数学俳句.....	61
连续立方.....	20	神秘马车轮案 🔍.....	62
Adonis Asteroid Mousterian	20	成双成对.....	65
平方数问题二则.....	21	V 字形雁阵之谜.....	66
抓手干净的人.....	21	e 的记忆术.....	69
硬纸盒子案 🔍.....	22	令人惊叹的平方.....	70
RATS 数列.....	27	三十七疑案 🔍.....	71
生日对你有好处.....	27	平均速度.....	72
数学日.....	28	无提示伪数独四则.....	73
巴斯克特球的猎犬 🔍.....	29	立方求和.....	74
数字立方.....	35	文件被盗之谜 🔍.....	76
水仙花数.....	35	普天之下.....	79
π 文、 π 诗和 π 语.....	38	另一道数的谜题.....	80
没有任何提示! 🔍.....	40	不透明正方形问题.....	80
数独简史.....	41	不透明多边形和圆形.....	82

πr^2 ?	84	那棵树有多高?	154
一签名: 第一部分	84	为什么我朋友有比我 更多的朋友?	155
质数间隙研究的进展	89	统计学是不是很棒?	157
奇数哥德巴赫猜想	90	六客人	158
质数疑案	92	如何写出一个非常大的数	161
最优化金字塔	99	格雷厄姆数	165
一签名: 第二部分	103	理解不了	167
首字母的困惑	107	高于平均数的车夫	168
欧几里得涂鸦	108	MOUSETRAP 立方	170
欧几里得算法的效率	112	谢尔平斯基数	171
123456789 乘以 X	113	詹姆斯·约瑟夫·什么?	172
一签名: 第三部分	114	巴福汉入室盗窃案	173
计程车数	118	π 的第一千万亿位	175
平移的波	120	π 是正规数吗?	177
沙之谜	122	一位数学家、一位统计学家和 一位工程师	178
爱斯基摩人的 π	124	和田湖	179
一签名: 大结局	124	一首关于费马大定理的打油诗	183
完全错位	128	马尔法蒂的错误	183
抛公平硬币并不公平	129	二次剩余	186
通过邮寄玩扑克	131	通过电话抛硬币	189
排除不可能	135	如何消除不想要的回声	191
贻贝的力量	138	多用砖之谜	194
证明地球是圆的	140	Thrackle 猜想	201
123456789 乘以 X (续)	144	与恶魔做交易	202
声名的代价	144	非周期性密铺	203
正五边形之谜	145	二色定理	206
等差幂数列	146	空间中的四色定理	208
为什么健力士黑啤的 泡泡往下沉?	148	古怪的积分	210
随机调和级数	150	埃尔德什差异问题	211
在公园里打架的狗	152		

古希腊积分案 🔍	214	正多面体圈	234
四个立方数之和	218	方枘问题	237
为什么金钱豹有斑纹	220	不可能路径 🔍	238
多边形永远下去	222	最后一案 🔍	242
最高机密	223	归来记 🔍	244
赛艇手之谜 🔍	223	最后之解 🔍	246
十五谜题	228	疑案揭秘	249
诡异的六谜题	230	译后记	308
像 ABC 一样难	231		

夏尔摩斯与何生登场

《数学万花筒》在2008年圣诞节前面世。读者似乎很喜欢这种随机融合数学知识、游戏、八卦、轶事、已解的和未解的难题，以及偶尔穿插一些诸如分形、拓扑和费马大定理这样篇幅更长、专业性更强的话题的大杂烩方式。于是，我又在2009年出版了《数学万花筒2》，该书在延续《数学万花筒》风格的同时，又融入了海盗元素。

有人说，三部曲，顾名思义，事不过三。但已故的道格拉斯·亚当斯的《银河系漫游指南》证明了三部曲可以分成四部，乃至五部，不过三听上去是个不错的开端。因此，时隔五年之后，《数学万花筒3》诞生了。不过，这回又有点新花样。书中依然有短小的数学知识，比如666恐惧症、Thackle猜想、橙子皮是什么形状的、RATS数列和欧几里得涂鸭等；也有大量关于已解的和未解的难题，比如煎饼数、奇数歌德巴赫猜想、埃尔德什差异问题、方枘问题和ABC猜想等；还有各种笑话、诗歌和轶事；更别说数学各种不同寻常的应用，比如在飞的大雁、丛生的贻贝、金钱豹的斑点、健力士黑啤的泡泡等背后的数学。但这回，在这些五花八门的内容之间还穿插着一系列关于一位维多利亚时期的侦探和他的助手的故事——

我知道你现在在想什么。不过，请相信我，我的这个想法是在本尼迪克特·康伯巴奇和马丁·弗里曼主演的福尔摩斯现代演绎大红大紫前一年左右产生的。况且，本书主角并不是那对搭档，也不是阿瑟·柯南·道尔爵士原书中的人物。是的，他们也生活在那个时代，但住在街对面

的222B。从那里，他们眼巴巴地看着有钱的客户络绎不绝地光顾那对更知名的搭档。但时不时地，他们也会接到一些对面邻居不屑于或无法解决的案子，比如一签名、在公园里打架的狗、恐怖猫门案和古希腊积分案等。每到这时，福洛克·夏尔摩斯和约翰·何生医生都会绞尽脑汁破解谜题，试图展现他们的本色和风采，扭转缺乏存在感的困境。

正如你将会看到的，这些都是**数学**疑案。破解它们需要爱好数学且思路清晰，而夏尔摩斯和何生都具备这方面的能力。涉及他们的故事都用 ρ 进行了标记。随着故事的展开，我们会看到何生医生在阿尔热巴拉斯坦（Al-Jebraistan）的当兵经历、夏尔摩斯和他的宿敌莫亚里蒂教授之间的较量，以及他们最后在辛莱巴赫瀑布之巅的决战。然后——

幸好何生医生把他们的探案过程记录在了他的回忆录和没有发表的笔记中。我很感谢能够得到他的后代安德伍德和维里蒂·华生的许可，拜读这些从未示人的家族档案并将部分片段收录于此。

伊恩·斯图尔特

2014年3月于英国考文垂

关于计量单位的说明

在夏尔摩斯和何生所处的年代，英国的标准计量单位是英制，而不是我们如今采用的公制，货币的进位也不是十进制的。虽然美国读者对于英制单位应该没有阅读障碍，但加仑这个单位在英美的用法是不同的，而且如今也已不再使用。为了前后一致，即便在那些不是夏尔摩斯/何生故事的话题里，我也将尽量使用维多利亚时期的计量单位，除非叙述需要必须使用公制。

下面列出了英制单位与公制/十进制单位的转换关系。

多数时候，实际的单位无关要紧：你可以保持数不变，而把“英尺”或“码”替换成非特指的“单位”，或替换成你熟悉的（比如用米代替码）。

长度	
1英尺 (ft) =12英寸 (in)	304.8毫米
1码 (yd) =3英尺	0.9144米
1英里 (mi) =1760码=5280英尺	1.609千米
1里格 (lea) =3英里	4.827千米
质量	
1磅 (lb) =16盎司 (oz)	453.6克
1英石 (st) =14磅	6.35千克
1英担 (cwt) =8英石=112磅	50.8千克
1英吨 (t) =20英担=2240磅	1.016吨

4 | 关于计量单位的说明

货币

1先令 (s) = 12便士 (d)

5新便士

1英镑 (£) = 20先令 = 240便士

1金镑 = 1英镑

1几尼 = 1英镑 1先令

1.05英镑

1克朗 = 5先令

25新便士

失窃金镑丑闻

我们的私家侦探从自己口袋里取出钱包翻了翻，确认里面依旧空空如也，于是叹了口气。站在自己222B公寓的窗边，他愁容满面地注视着街对面。斯特拉迪瓦里琴奏出的爱尔兰乐曲在空中飘扬，在来来往往喧嚣的车马声中隐约可闻。那个人简直让人难以忍受！夏尔摩斯眼望着客户络绎不绝地登门拜访他那知名的竞争对手。其中大多数都是上流社会的有钱人。而那些看上去不像上流社会有钱人的人，除了个别例外，也都是代表上流社会有钱人的。

不法分子就是不对那些会向福洛克·夏尔摩斯寻求帮助的人下手。

在过去的两周里，夏尔摩斯羡慕地看着一位接一位的客户登门拜访他们相信是世界上最好的侦探——或者至少是伦敦最好的，但这对于维多利亚时期的英国人来说相当于一回事。与此同时，他自己这边门可罗雀，待付账单堆叠如山，肥皂泡太太还威胁要收回租房。

目前他手头只有一个案子。浮华酒店老板哼啐老爷怀疑他的一个服务生偷了1金镑。老实说，夏尔摩斯自己对于区区1金镑的案子觉得还可以凑活，至少在现在这种情况下。但这种事情很难吸引那些哗众取宠的黄色小报的注意，尽管不无可悲的是，他的未来还有赖于它们。

夏尔摩斯研究了一下他的案件笔记。阿姆斯特朗、本尼特和康宁汉姆三位朋友一起去酒店用晚餐，结账时拿到了一张30金镑的账单。于是他们每人给了服务生曼纽尔10金镑。但之后主管发现算错了，账单实际只需25金镑。他便给了5金镑让曼纽尔退给客人。由于5金镑没法被三人均分，于是曼纽尔提议客人们给他2金镑当小费，这样客人们就可以有每人1金镑的退款。

客人们答应了这个提议，可主管算来算去觉得不对劲。客人们每人付了9金镑，晚餐费一共27金镑。曼纽尔拿到了2金镑，所以总共加起来是29金镑。

有1金镑不见了。

哼啐老爷觉得是曼纽尔偷的。虽然没有直接证据，但夏尔摩斯知道如果不解开这个疑案，曼纽尔的生计就会受到影响。如果他是因为犯错而被解雇的，那他以后就再也找不到工作了。

那1金镑去哪里了呢？

详解参见第250页。

11 的乘法速算*

在破案过程中，辨认出模式至关重要。在夏尔摩斯一部未发表和未命名的专著中，他收集了2041个模式示例，以下便是其中之一。试计算

$$11 \times 91$$

$$11 \times 9091$$

$$11 \times 909091$$

$$11 \times 90909091$$

$$11 \times 9090909091$$

夏尔摩斯会用纸和笔来分析，现代读者如果还记得怎么使用纸笔，也可以试试。你总是可以使用计算器，但它很快会显示不出这么多位数字。这个模式可以无限延续下去：这无法通过计算器证明，但用传统的

* 本书中许多与破案不直接相关的话题选自何生医生的笔记，其中一些内容已经整理发表（得到了夏尔摩斯的许可），题为《法医万花筒》，对此以后不再说明。有些话题则时间上晚很多，是由何生医生的文学遗产执行人添加的，细心的读者应该一眼就能看出此类时代错误。

方法可以。因此，不通过具体计算，试算出

$$11 \times 9090909090909091$$

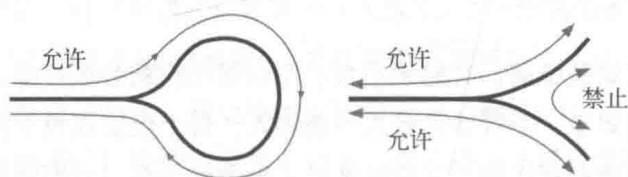
另一个更难的问题是：其中的原理是什么？

详解参见第251页。

$$\begin{array}{r} 10 \dots 0 \\ \underline{\quad\quad} \\ 15 \end{array}$$

寻找路线

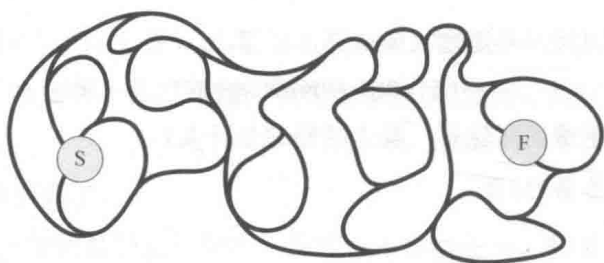
莱昂内尔·彭罗斯发明过传统迷宫的一种变体：铁路迷宫。它们拥有跟铁轨上一样的岔口，而你需要找到一条没有急弯的路线，使得列车能沿其运行。以这种方式，可以将一个复杂的迷宫画在一个狭小的空间里。



在岔口处允许的和禁止的路线

他的儿子、数学家罗杰·彭罗斯，进一步发展了这一思想。他构建的一个迷宫被刻在了英格兰德文郡的鲁皮特千禧纪念长椅上。那个迷宫有点难，所以这里给出一个较简单的版本供你尝试。

下图是一张慢车铁路网络。10:33的列车从S站出发开往F站。列车不能通过减速再后退来掉转行驶方向，但它可以沿同一段轨道的任意一个方向行驶，如果列车绕了一圈之后又开回那段轨道的话。在两条支线相交的岔口上，列车可以选取任意一条平滑的路径。列车走哪条路线才能到F站呢？



迷宫

详解和更多关于鲁皮特千禧纪念长椅的信息参见第252页。

夏尔摩斯初见何生 🔍

天下着蒙蒙细雨，看起来不大，但衣服很快就会被打湿。伦敦市民都被这雨笼罩着，不管他是好人还是坏人。每个疾走在贝克街头赶路的行人都小心地避开水塘，无论他是受人尊敬的还是穷凶极恶的。我们的非著名侦探正站在窗边的老位置，端详着无望的黑暗，自怨着瘪瘪的荷包，沮丧的心情油然而生。他快速解决失窃金镑丑闻而获得的报酬暂时让肥皂泡太太闭了嘴，但那次成功带来的喜悦正在渐渐消退，孤单寂寞和怀才不遇的情绪又开始萦绕心头。

也许他需要一位志同道合的同伴？一位能每天和他一起打击犯罪、根据罪犯在作案时留下的零星线索来破案的同仁？但他上哪儿去找这样的人呢？他毫无头绪。

他低落的情绪被一个健壮的身形正打算走向对面建筑的情形打破了。出于本能地，夏尔摩斯判断出那个人是位医务人员，最近刚刚从陆军退伍。穿着体面，是个响当当的人物：又是一个有钱人客户，来求助于那个被过誉的混蛋福尔——

哦，不对！那人看了下门牌号，摇了摇头，转身离开了。他小心避开观光马车，穿过马路。虽然他的脸被帽檐挡住，但他的举止表露出一一种置之死地而后生的决心。夏尔摩斯的兴致被吊了起来。随着人影走得越来越近，他才意识到那人的外套不是新的，跟自己最初的猜想相反。它最近被精心缝补过……根据线头的样子，是在老康普顿街。是在某个星期四，赶在女裁缝领班请半天假的时候。是响当当，只是穷得响当当，他修正了对那人的最初印象。这时，那男人从视线中不见了，显然他正往窗下的门廊走去。

不一会儿，门铃响了。

夏尔摩斯等着。随后敲门声响起，女房东肥皂泡太太走了进来，穿着她习惯穿的一件印花裙子，外罩一件大围裙。“一位先生想见您，夏尔摩斯先生，”她满脸好奇地问道，“要我带他上来吗？”

夏尔摩斯点了点头，肥皂泡太太慢慢走下了楼梯。不一会儿，她又敲了敲门，把那位从医的先生带了进来。夏尔摩斯示意让她把门关上，并回到楼下她平常作息的地方。她照做了，但明显有点不情愿。

那位先生在门后听了会儿，突然把门打开，一个欠身让肥皂泡太太摔进门来。

“垫——子——需要扫一下灰。”肥皂泡太太边爬起身边说。夏尔摩斯心想这位房东太太才需要被“扫”出去，但只是微微一笑，示意她出去。门再次被关上。

“我的名片。”那人说道。

夏尔摩斯把名片面朝下放好，没去看它，只是把他从头到脚细细打量了一番。几秒钟后，他说道：“从你身上看不出更多值得注意的东西了。”

“你说什么？”

“当然，除了一些显而易见的。你曾作为皇家第六龙骑兵团的外科医生在阿尔热巴拉斯坦服役四年。你在卡拉特战役中身受重伤，几乎丧命。

不久后你便退伍了，并在反复思虑后，决定回到英格兰，这是今年初的事情。”夏尔摩斯走近细看了一下，补充道，“你还养了四只猫。”

不管来人如何惊讶得目瞪口呆，夏尔摩斯把那张名片翻了过来。“约翰·何生医生，”他大声念道，“皇家第六龙骑兵团退伍外科医生。”对于自己的推断得到确认，他的脸上波澜不惊，因为他知道这是不可避免的。“请坐，先生，给我讲讲你遇到的麻烦。我可以保证——”

何生友好地笑了起来。“夏尔摩斯先生，久仰你的大名，今日终于得见。你对我的推断证明了我听闻的传言不假。你对你的技艺实在太过谦。不过，我这次拜访主要不是为了雇你为我办事。恰恰相反，是我希望你能雇我做事。我对当医生已经没有了兴趣——如果你见到过我在前线不得不经受的事情，你也会没有兴趣的。但我是个闲不下来的人，我还想找些刺激的事情做，我仍然持有我的佩枪，而且……对了，刚才你是怎么做到的？”

心里按捺下自己是不是被当作了221B的那位住客的疑问，夏尔摩斯面对何生坐了下来。“在你过马路前，我就根据你的举止判断你是行伍出身。我的视力超乎寻常地好，我看到你有一双外科医生的手，强壮但又不像普通劳工那样满手是茧。去年12月的《泰晤士报》报道说，在阿尔热巴拉斯坦历时四年的战争快要结束了，皇家第六龙骑兵团在卡拉特打了一场损失惨重的决战之后返回英格兰。你穿着龙骑兵团的军靴，从靴子磨损的程度来看你回英格兰已经有一阵了。你下颌骨有一处差不多痊愈的轻微疤痕，那显然是由一种非欧洲设计的火枪弹珠擦到的——我曾写过一部关于远东火器伤口研究的简短专著，以后一定抽时间读给你听。你说你闲不下来，这在你刚刚处理肥皂泡太太偷听我们谈话的时候就已经表现出来了，所以你退伍一定不是自愿的。而如果你是因为犯了军规而被开除的，那我应该在八卦小报上看到过相关报道，但最近似乎没有这类事情见诸报端。你的外套上有四种不同类型的猫毛——不只是四种

颜色（否则这有可能表明是一只虎斑猫），而且毛长和质地都不一样……我还可以告诉你它们的具体种类。”

“真是太厉害了！”

“坦白说，我还必须承认你的脸有点面熟。我确信曾在哪里——啊，对，我想起来了！上周《纪事报》上有篇配照片的小短文……约翰·何生医生（Dr John Watsup），著名用语‘出什么事了，伙计？’（what's up, doc?）的最早提出者。你的名气可比我的大啊，医生。”

“你太客气啦，夏尔摩斯先生。”

“没有，这只是实事求是而已。不过想要和我一起工作，你得证明你的思考也和行动一样令人满意。来试试这个。”说罢，夏尔摩斯在一个信封背面写了两个数字

4 9

“请你加一个规范的算术符号，使计算结果介于1到9之间。”

何生专心地撅嘴思考着。“加号……不对，13太大了。减号——结果变成负数了。乘号和除号也都不对。对了！根号！噢，也不对： $4\sqrt{9}=12$ ，还是太大。”他挠了挠头，“我想不出了。这不可能做到。”

“你放心这是可以做到的。”

房间里鸦雀无声，只有壁炉上的钟摆滴答作响。突然，何生眼前一亮。“我想到了！”他拿起信封，在上面添了个符号，递给夏尔摩斯。

“你通过了第一个考验，医生。”

何生写了点什么呢？详解参见第253页。

几何幻方

数字幻方的行、列及对角线上的数字之和均相等。李·萨洛斯发明