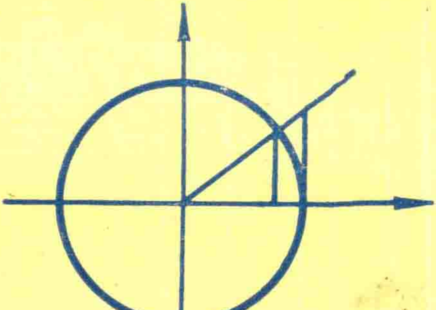
幼儿师范学校课本

数学

SHUXUE

上册



人民教育出版社

说　明

一、根据国家教育委员会颁布的《幼儿师范学校教学计划》和《幼儿师范学校数学教学大纲(试行草案)》,我们编写了这套《数学》课本,分上、下两册,供三年制幼儿师范学校和四年制幼儿师范学校试用,也可供职业高中幼教班选用.考虑到四年制幼儿师范学校数学课时较多,另编《电子计算机的初步知识》和《概率统计的初步知识》(拟于1988年秋供书),供这些学校选用.

二、这套《数学》课本在确定教学内容时,注意到以下几点:

1. 要与普通中学的初中数学内容相衔接;

2. 精选传统的初等数学内容,知识面适当宽一些,在理论、推理论证以及例、习题的技巧方面的要求要适度;

3. 适当充实与从事幼儿教育工作有联系的数学内容,适当增加与幼儿教育有关的例、习题.

三、本书系《数学》上册,内容包括集合、映射、函数,幂函数、指数函数、对数函数,三角函数,两角和与差的三角函数,空间图形,多面体和旋转体等六章,供三年制幼儿师范学校和四年制幼儿师范学校一年级使用.

第一章"集合、映射、函数"后面的附录,内容包括二次函数的图象和性质,一元一次不等式组和绝对值不等式,一元二次不等式及其解法三部分,作为在初中阶段没有学习这些内

容的学生补习用.

四、本书习题包括练习、习题两类:

1. 练习　供课堂练习用.

2. 习题　供课内、外作业用. 在习题中有少量带*的题目,供学有余力的学生选用.

五、本书由我室编写. 参加编写工作的有方明一、蔡上鹤、贾云山、鲍珑、李慧君,责任编辑是方明一. 全书由吕学礼、孙福元校订.

本书在编写过程中,方金秋、于云华、林明娜、朱青、王国福、蒋国政、孟庆坤、武锡志、龙建秋、唐继姝等同志对初稿提了很多宝贵意见. 在此,谨向这些同志表示感谢.

由于编写时间仓促,难免存在一些失误与不足之处,请同志们在试用中提出宝贵意见,以便进一步修改.

人民教育出版社数学室

1985年12月

目　录

第一章　集合，映射，函数

一　集　合

1.1　集合

我们考察下面几组对象：

（1）1 到 10 中的所有偶数；

（2）x^2，　$3x^2+2$，　$5x^2-6x+1$；

（3）所有的直角三角形；

（4）与一个角的两边距离相等的所有的点；

（5）某幼儿园小班教室里所有的玩具．

它们分别是由一些数、一些整式、一些图形、一些点、一些物体组成的．我们说，每一组对象的全体形成一个**集合**．集合里各个对象叫做这个集合的**元素**．例如，(1)中是由数2，4，6，8，10 组成的集合，其中的对象 2，4，6，8，10 都是这个集合的元素．

集合一般用大写的拉丁字母 A, B, C，…表示，集合的元素一般用小写的拉丁字母 a, b, c，…表示．如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A，记作 $a\in A$（符号"$\in$"表示属于），读作"a 属于 A"；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于集合 A，记作 $a\notin A$（符号"$\notin$"表示不属于），读作"a 不属于 A"．

例如，用A表示"1到10中的所有偶数"的集合，那么，$4\in A, 5\notin A$.

关于集合的概念，要注意下面几点：

(1) 对于一个给定的集合，它的元素是确定的. 这就是说，任何一个对象或者是这个集合的元素，或者不是它的元素，二者必居其一.

例如，集合A是由所有的直角三角形组成的集合，a表示内角分别为$30°, 60°, 90°$的三角形，就是A的元素，而b表示内角分别为$50°, 60°, 70°$的三角形，就不是A的元素.

又如，"相当大的数的全体"、"美丽的图形的全体"，由于所指的对象是不确定的，因而它们不能形成集合.

(2) 对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的. 这就是说，集合中任何两个元素都是不同的对象，当把相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素. 因此，集合中的元素是没有重复现象的.

集合有时简称集. 数的集合简称数集. 数集中有些惯用的符号如下：

全体自然数的集合通常简称自然数集，记作N；

全体整数的集合通常简称整数集，记作Z；

全体有理数的集合通常简称有理数集，记作Q；

全体实数的集合通常简称实数集，记作R.

例如，$3\in N$, $-5\notin N$, $-1\in Z$, $\frac{4}{5}\in Q$, $\sqrt{10}\in R$.

1.2 集合的表示法

集合的表示方法，常用的有列举法、描述法、文氏图法.

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做**列举法**.

例如，1 到 10 中的所有偶数组成的集合 A，可记作

$$A=\{2,4,6,8,10\}.$$

又如，由方程 $x^2-3x+2=0$ 的解组成的集合 B，可记作

$$B=\{1,2\}.$$

在用列举法表示集合时，不必考虑元素之间的顺序. 例如由三个元素 $-3,2,5$ 组成的集合，可以表示为 $\{-3,2,5\}$，也可以表示为 $\{5,2,-3\}$，等等.

应该注意，a 与 $\{a\}$ 是不同的：a 表示一个元素；$\{a\}$ 表示一个集合，这个集合只有一个元素 a；它们之间的关系是 $a\in\{a\}$.

2. 描述法

把集合中的元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做**描述法**. 这时往往在大括号内先写上这个集合的元素的一般形式，再划一条竖线，在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性.

例如，由不等式 $2x-1>0$ 的所有的解组成的集合，可以表示为

$$A=\{x\mid 2x-1>0\}.$$

有时为了简便起见，也常常直接在大括号内写上集合中元素的公共属性.

例如，自然数集 N，整数集 Z，有理数集 Q 可以表示为

$$N=\{\text{自然数}\},Z=\{\text{整数}\},Q=\{\text{有理数}\}.$$

3. 文氏[1]图法

把集合中的全部元素用一条封闭的曲线圈起来表示集合的方法，叫做文氏图法.

例如，图 1-1 表示由 a, b, c, d 这四个元素组成的集合.

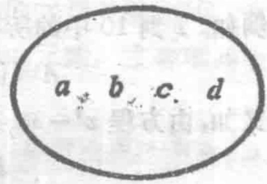


图 1-1

这种表示方法比较形象、直观. 在幼儿园和小学数学教材里常采用这种表示方法.

练 习

1. (口答)下面集合里的元素是什么?
   (1) {大于 3 小于 11 的奇数};
   (2) {平方等于 1 的数};
   (3) {12 的约数};
   (4) {一年中有 31 天的月份};
   (5) {京广铁路经过的省(市)}.
2. 下列各题中，分别指出了一个集合的所有元素，用适当的方法把这个集合表示出来:
   (1) 20以内的质数;
   (2) 20 以内既是奇数又是质数的数;
   (3) 方程 $x^2+5x+6=0$ 的解;
   (4) 太阳系的九大行星即水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星;

---

[1] 文(John Venn, 1834—1923 年)，英国逻辑学家.

(5) 中国古代四大发明;

(6) 长江、黄河、珠江、黑龙江。

3. 在____处填上符号$\in$或$\notin$:

(1) $1\_N, 0\_N, -3\_N, 0.5\_N, \sqrt{2}\_N$;

(2) $1\_Z, 0\_Z, -3\_Z, 0.5\_Z, \sqrt{2}\_Z$;

(3) $1\_Q, 0\_Q, -3\_Q, 0.5\_Q, \sqrt{2}\_Q$;

(4) $1\_R, 0\_R, -3\_R, 0.5\_R, \sqrt{2}\_R$.

1.3 子集

我们看集合

$$A=\{2,3\},\ B=\{2,3,5,7\}.$$

集合A中任何一个元素都是集合B的元素. 象这样,如果集合A的任何一个元素都是集合B中的元素,那么集合A叫做集合B的**子集**,记作

$$A\subseteq B(\text{或 } B\supseteq A).$$

读作"A包含于B"(或"B包含A"). 例如数集

$$N\subseteq Z,\ Q\subseteq R.$$

对于任何一个集合A,因为它的任何一个元素都属于它本身,所以有$A\subseteq A$. 也就是说,任何一个集合都是它本身的子集.

为了方便起见,我们把不含任何元素的集合叫做**空集**,记作$\varnothing$. 例如:

$$\{\text{小于零的正整数}\}=\varnothing,$$

$$\{\text{两边之和小于第三边的三角形}\}=\varnothing.$$

我们规定**空集是任何集合的子集**. 也就是说,对于任何集合

A，有 $\varnothing \subseteq A$.

如果 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记作

$$A \subset B (\text{或 } B \supset A).$$

例如，自然数集 N 是实数集 R 的子集，也是 R 的真子集，所以 $N \subset R$.

集合 B 同它的真子集 A 之间的关系，可以用图 1-2 中 B 同 A 的关系来说明，其中 A，B 两个圈的内部分别表示集合 A，B.

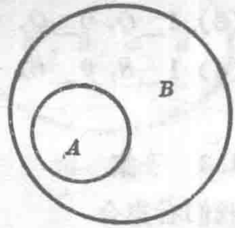


图 1-2

显然，空集是任何非空集合的真子集.

对于两个集合 A 与 B，如果 $A \subseteq B$，同时 $B \subseteq A$，我们就说这两个集合相等，记作

$$A = B,$$

读作"A 等于 B".

例如，$A = \{x \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$，$B = \{-1, -2\}$，则

$$A = B.$$

例 1　写出集合 $\{a, b\}$ 的所有的子集.

解： 集合 $\{a, b\}$ 的所有的子集是 $\varnothing$、$\{a\}$、$\{b\}$ 和 $\{a, b\}$.

例 2　写出不等式 $5x - 8 > x + 4$ 的解集.

解： 不等式 $5x - 8 > x + 4$ 的解集是

$$\{x \mid 5x - 8 > x + 4\} = \{x \mid 4x > 12\} = \{x \mid x > 3\}.$$

例 3　写出方程 $3x^2 + 2x - 5 = 0$ 的解集.

解： 方程 $3x^2 + 2x - 5 = 0$ 的解集是

$$\{x|3x^2+2x-5=0\}=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{-2\pm 8}{6}\right\}$$

$$=\left\{\frac{-2+8}{6},\frac{-2-8}{6}\right\}=\left\{1,-\frac{5}{3}\right\}.$$

练　习

1. 在下面各题中的__处填上适当的符号 ($\in,\notin,=,\subset,\supset$)：

(1) a__$\{a\}$;　　(2) a__$\{a,b,c\}$;

(3) d__$\{a,b,c\}$;　　(4) $\{a\}$__$\{a,b,c\}$;

(5) $\{a,b\}$__$\{b,a\}$;　　(6) $\{2,4,6\}$__{偶数}.

2. 写出集合$\{a,b,c\}$的所有的子集.

3. 写出不等式 $5x+3<7x-1$ 的解集.

4. 写出方程 $3x^2-6x+2=0$ 的解集.

1.4 交集

看下面两个集合:

$$A=\{1,2,3,6\},\ B=\{1,2,5,10\}.$$

容易看出,集合$\{1,2\}$是由同时属于A和B的所有元素所组成的. 这时,我们就说集合$\{1,2\}$是集合A与B的交集.

一般地，对于给定的集合A,B,由同时属于A与B的所有的元素所组成的集合，叫做**集合A与B的交集**,记作 $A\cap B$ (可读作"A交B").

图 1-3 的阴影部分，表示集合A与B的交集$A\cap B$.

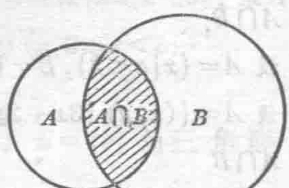


图 1-3

由交集定义容易推出，对于任何集合 A，有

$$A \cap A = A, \qquad A \cap \varnothing = \varnothing.$$

例 1 已知 $A=\{x \mid x>-2\}$，$B=\{x \mid x<3\}$，求 $A \cap B$。

解： $A \cap B=\{x \mid x>-2\} \cap \{x \mid x<3\}$

$=\{x \mid -2<x<3\}$.

例 2 已知 $A=\{(x, y) \mid 4x+y=6\}$，$B=\{(x, y) \mid 3x+2y=7\}$，求 $A \cap B$.

解： $A \cap B=\{(x, y) \mid 4x+y=6\} \cap \{(x, y) \mid 3x+2y=7\}$

$$=\left\{(x, y) \,\middle|\, \begin{cases}4x+y=6, \\ 3x+2y=7\end{cases}\right\}=\{(1,2)\}.$$

例 3 设 $A=$\{等腰三角形\}，$B=$\{直角三角形\}，求 $A \cap B$.

解： $A \cap B=$\{等腰三角形\} $\cap$ \{直角三角形\}

$=$\{有两边相等且有一个角是直角的三角形\}

$=$\{等腰直角三角形\}.

练 习

1. 设 $A=\{a, b, c, d\}$，$B=\{c, d, e, f\}$，求 $A \cap B$.
2. 设 $A=$\{能被 2 整除的数\}，$B=$\{能被 3 整除的数\}，求 $A \cap B$.
3. 设 $A=\{x \mid x<3\}$，$B=\{x \mid x \geqslant 0\}$，求 $A \cap B$.
4. 设 $A=\{(x, y) \mid 3x+2y=1\}$，$B=\{(x, y) \mid x-y=2\}$，求 $A \cap B$.
5. 设 $A=$\{锐角三角形\}，$B=$\{钝角三角形\}，求 $A \cap B$.

1.5 并集

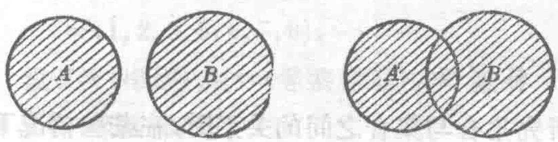
我们看下面两个集合：

$$A=\{1,2,-2\},\ B=\{1,-1,-2\}.$$

容易看出，集合$\{1,-1,2,-2\}$是由所有属于A或属于B的元素所组成的. 这时，我们就说集合$\{1,-1,2,-2\}$是集合A与B的并集.

一般地，对于给定的集合A，B，由所有属于A或者属于B的元素所组成的集合，叫做集合A与B的**并集**，记作$A\cup B$（可读作"A并B"）.

图 1-4 中的阴影部分，表示集合A,B的并集$A\cup B$.



（1）　　　　（2）

图 1-4

由并集定义容易知道，对于任何集合A，有

$$A\cup A=A,\qquad A\cup\varnothing=A.$$

例 1 设$A=\{x\,|\,-1<x<2\}$，$B=\{x\,|\,2\leqslant x<3\}$，求$A\cup B$.

解： $A\cup B=\{x\,|\,-1<x<2\}\cup\{x\,|\,2\leqslant x<3\}$

$=\{x\,|\,-1<x<3\}$.

例 2 设 $A=$｛锐角三角形｝，$B=$｛钝角三角形｝，求$A\cup B$.

解： $A\cup B=$｛锐角三角形｝$\cup$｛钝角三角形｝

$=$｛斜三角形｝

例 3 已知 Q 为有理数集，Z 为整数集，求 $Q\cup Z$, $Q\cap Z$.

解: $Q\cup Z=$ {有理数} $\cup$ {整数} $=$ {有理数} $=Q$,

$Q\cap Z=$ {有理数} $\cap$ {整数} $=$ {整数} $=Z$.

练 习

1 设 $A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{4,5,6,7\}$.

(1) 求 $A\cap B$, $A\cup B$;

(2) 用适当的符号($\supset$ 或 $\subset$)填空：

$A\cup B$__A, $A\cap B$__$A\cup B$.

2. 设 $A=\{x|-2<x<1\}$, $B=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$, 求 $A\cup B$.

3. 设 $A=$ {直角三角形}, $B=$ {斜三角形}, 求 $A\cup B$.

1.6 补集

在研究集合与集合之间的关系时，在某些情况下，这些集合都是某一个给定的集合的子集，这个给定的集合可以看作一个全集，用符号 I 表示. 也就是说，全集含有我们所要研究的各个集合的全部元素.

例如，在研究数集时，常常把实数集 R 作为全集，在研究图形的集合时，常常把所有的空间图形组成的集合作为全集.

已知全集 I, 集合 $A\subseteq I$, 由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 I 中的补集，记作 $\overline{A}$(可读作"A 补").

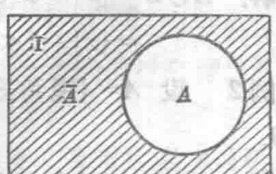


图 1-5

图 1-5 中的长方形内表示全集 I, 圆内表示集合 A, 阴影

部分表示集合 A 在集合 I 中的补集 $\overline{A}$.

由补集定义容易知道，对于任何集合 A，有

$$A\cup\overline{A}=I,\ \ A\cap\overline{A}=\varnothing.$$

例如，如果 $I=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,3,5\}$，那么

$$\overline{A}=\{2,4,6\}.$$

例 1 设 $I=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{4,7,8\}$. 求 $\overline{A},\overline{B},\overline{A}\cap\overline{B},\overline{A}\cup\overline{B}$.

解· $\overline{A}=\{1,2,6,7,8\}$，

$\overline{B}=\{1,2,3,5,6\}$，

$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,2,6,7,8\}\cap\{1,2,3,5,6\}=\{1,2,6\}$.

$\overline{A}\cup\overline{B}=\{1,2,6,7,8\}\cup\{1,2,3,5,6\}$

$=\{1,2,3,5,6,7,8\}$.

例 2 设 $I=\{$梯形$\}$，$A=\{$等腰梯形$\}$，求 $\overline{A}$.

解· $\overline{A}=\{$不等腰梯形$\}$.

练　习

1. 设 $I=\{$小于 9 的正整数$\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{3,4,5,6\}$. 求 $\overline{A},\overline{B},\overline{A}\cap\overline{B},\ \overline{A\cap B}$.
2. 设 $I=\{$四边形$\}$，$A=\{$至少有一组对边平行的四边形$\}$. 求 $\overline{A}$.

习 题 一

1. 在下列各题中分别指出了一个集合的所有元素，用适当的方法把这个集合表示出来：

(1) 组成中国国旗图案的颜色；

(2) 世界上最高的山峰;

(3) 由1,2,3这三个数字中抽出一部分或全部数字(没有重复)所排成的一切自然数;

(4) 直角坐标系第一象限内所有的点的坐标。

2. 写出方程 $x^2+x-1=0$ 的解集。

3. 写出方程组

$$\begin{cases}x+y=3,\\ y+z=4,\\ z+x=5\end{cases}$$

的解集。

4. 在下列各题中，指出关系式 $A\subseteq B$, $A\supseteq B$, $A\subset B$, $A\supset B$, $A=B$ 中哪些成立:

(1) $A=\{1,3,5,7\}$, $B=\{3,5,7\}$;

(2) $A=\{1,2,4,8\}$, $B=\{x|x$ 是 8 的正约数$\}$。

5. 判断下列各式是否正确，并说明理由:

(1) $2\subset\{x|x\leqslant 10\}$;

(2) $2\in\{x|x\leqslant 10\}$;

(3) $\{2\}\subset\{x|x\leqslant 10\}$;

(4) $\varnothing\in\{x|x\leqslant 10\}$;

(5) $\varnothing\not\subset\{x|x\leqslant 10\}$;

(6) $\varnothing\subset\{x|x\leqslant 10\}$;

(7) $\{4,5,6,7\}\not\subset\{2,3,5,7,11\}$;

(8) $\{4,5,6,7\}\not\supset\{2,3,5,7,11\}$.

6. 学校里开运动会，设 $A=\{$参加百米赛跑的同学$\}$, $B=\{$参加跳高比赛的同学$\}$, 求 $A\cap B$.

7. 用适当的集合填空：

$\cap$	$\varnothing$	A	B
$\varnothing$	____	____	____
A	____	____	____
B	____	$\underline{B\cap A}$	____

8. 设 $A=\{$红星农场的汽车$\}$，$B=\{$红星农场的拖拉机$\}$，求 $A\cup B$.

9. 用适当的集合填空：

$\cup$	$\varnothing$	A	B
$\varnothing$	____	____	____
A	$\underline{A}$	____	____
B	____	____	____

10. 设 $S=\{x\mid x\leqslant 3\}$，$T=\{x\mid x<1\}$，求 $S\cap T$ 及 $S\cup T$，并在数轴上表示出来.

*11. 用适当的集合填空：

$\cap$	$\varnothing$	A	$\bar{A}$
$\varnothing$	____	____	____
A	____	____	____
$\bar{A}$	____	____	____

$\cup$	$\varnothing$	A	$\bar{A}$
$\varnothing$	____	____	____
A	____	____	____
$\bar{A}$	____	____	____

12. 设 $I=\{x\mid x\in N$，且 $x\leqslant 10\}$，$A=\{1,2,4,5,9\}$，$B=\{4,6,7,8,10\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$，$\bar{A}\cap B$，$\bar{A}\cup B$.