线性代数习题集

XianXingDaiShu XiTiJi

兰丙申　张红霞◎主编

XD

重庆大学出版社
http://www.cqup.com.cn

线性代数习题集

XianXingDaiShu XiTiJi

兰丙申　张红霞◎主　编
黄常春　宋丽丽
赵艳丽　秦雨萍◎副主编

XD

重庆大学出版社

内容提要

本书是科学出版社出版的《线性代数》(韩红伟、马致远主编)的配套习题集.本书共五章,包含了行列式、矩阵、向量组及其线性相关性、线性方程组、矩阵的特征值、二次型等知识,每章节习题包含基础练习、提高练习以及历年的考研真题集锦,对教学大纲所要求的知识点、重点、难点都配有适应性习题,加强了知识的应用性和针对性.本书题目丰富,层次分明,难度适中.

本书可作为高等院校、高职高专等各专业的线性代数课程的参考书,也可供自学者参考.

图书在版编目(CIP)数据

线性代数习题集/兰丙申,张红霞主编.—重庆:重庆大学出版社,2016.8

ISBN 978-7-5624-9939-8

Ⅰ.①线… Ⅱ.①兰… ②张… Ⅲ.①线性代数—高等学校—习题集 Ⅳ.①O151.2-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第146507号

线性代数习题集

兰丙申 张红霞 主 编

黄常春 宋丽丽 赵艳丽 秦雨萍 副主编

责任编辑:文 鹏 版式设计:文 鹏

责任校对:张红梅 责任印制:邱 瑶

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:易树平

社址:重庆市沙坪坝区大学城西路21号

邮编:401331

电话:(023) 88617190 88617185(中小学)

传真:(023) 88617186 88617166

网址:http://www.cqup.com.cn

邮箱:fxk@cqup.com.cn(营销中心)

全国新华书店经销

重庆川外印务有限公司印刷

*

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:10 字数:250千

2016年8月第1版 2016年8月第1次印刷

印数:1—3 000

ISBN 978-7-5624-9939-8 定价:27.00元

前　言

本书是根据独立学院学生学习线性代数的实际情况编写的一本习题集.本书内容包含了行列式、矩阵、向量组及其线性相关性、线性方程组、矩阵的特征值、二次型等知识.编写目的是希望独立学院层次的学生能够更好地掌握线性代数知识,为今后的学习打下良好的基础.

全书包含五章练习题和三套综合测试题,每章包括以下几个方面:

A类基础习题:此类习题是对教材习题的一个补充,供学生复习基础知识和课后强化使用.

B类提高习题:提高学生对基本知识的掌握,满足学有余力的学生进一步学习的需求.

历年考研真题集锦:让复习考研的学生深入了解、学习本章应考知识点.

综合测试题:综合测试题一、二供学习课程为线性代数Ⅰ,Ⅲ的学生期末复习使用,综合测试题三供学习课程为线性代数Ⅱ,Ⅳ的学生期末复习使用.

本书在编写时考虑到学生不同学习层次的需要,学生可以根据自己的实际情况选择相应分类的题型进行学习,同时建议教师在教学时对学生习题的选择作相应的指导.

本书由兰丙申、张红霞主编,田琳组织编写,各章编写情况如下:

第一章由田琳、黄常春编写;第二章由宋丽丽编写;第三章由张红霞编写;第四章由赵艳丽、秦雨萍编写;第五章由韩红伟、兰丙申编写.

本书在编写过程中得到了成都理工大学工程技术学院数学教研室田琳主任和全体教师的帮助,也获得基础部杨志军主任和教务处各位领导的大力支持,在此表示感谢.

由于编者水平有限,对本书的不妥之处,敬请广大读者批评指正.

编　者

2016年5月

目 录

第一章　行列式

第一节　行列式的概念

(A) 基础练习

一、选择题

1. 排列 145362879 的逆序数为(　　).

A. 8　　B. 7　　C. 10　　D. 9

2. 下列排列中,(　　)是偶排列.

A. 54312　　B. 51432　　C. 38162754　　D. 654321

3. 下列各项中,(　　)为某 4 阶行列式中带正号的项.

A. $a_{14}a_{23}a_{31}a_{42}$　　B. $a_{11}a_{23}a_{32}a_{44}$　　C. $a_{12}a_{23}a_{34}a_{41}$　　D. $a_{13}a_{24}a_{31}a_{42}$

4. 若行列式 $\begin{vmatrix} \lambda^2 & \lambda \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$ 的值为 0,则 $\lambda=$(　　).

A. -1 或 3　　B. 0 或 3　　C. 1 或 -3　　D. -1 或 -3

5. 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ 的值是(　　).

A. -1　　B. -2　　C. 1　　D. 2

6. 行列式$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_1 \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \lambda_n & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$的值为(　　).

A. 0　　　　B. $\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n$

C. $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n$　　　　D. $-\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n$

二、填空题

1. $\begin{vmatrix} 34\,215 & 35\,215 \\ 28\,092 & 29\,092 \end{vmatrix}=$__________.

2. 行列式$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}=$__________.

3. 行列式$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \end{vmatrix}=$__________.

4. 行列式$\begin{vmatrix} 1 & 2\,000 & 2\,001 & 2\,002 \\ 0 & -1 & 0 & 2\,003 \\ 0 & 0 & -1 & 2\,004 \\ 0 & 0 & 0 & 2\,005 \end{vmatrix}=$__________.

5. 行列式$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}=$__________.

三、计算题

1. 用对角线法则计算二阶行列式.

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$　　　　(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix}$　　(4) $\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix}$

2. 用对角线法则计算三阶行列式.

(1) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 8 & 9 & 5 \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

(B) 提高练习

一、填空题

1. 要使排列(3729m14n5)为偶排列,则 $m=$__________,$n=$__________.

2. 若 $a_{1i}a_{23}a_{35}a_{5j}a_{44}$ 是五阶行列式中带有正号的一项,则 $i=$__________,$j=$__________.

3. 关于 x 的多项式 $\begin{vmatrix} -x & 1 & 1 \\ x & -x & x \\ 1 & 2 & -2x \end{vmatrix}$ 中含 x^3,x^2 项的系数分别是__________,__________.

4. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & x \\ 4 & x & 0 \\ 1 & 0 & x \end{vmatrix} \neq 0$,则 x 应满足的条件是__________.

二、用对角线法则计算三阶行列式

1. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$.

2. $\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$.

3. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$.

三、利用行列式的定义计算行列式

1. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & n-1 & \cdots & 0 & 0 \\ n & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$.

2. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$.

3. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$.

4. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$.

第二节　行列式的性质

(A) 基础练习

一、选择题

1. 行列式 $3\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=($　　$)$.

A. $\begin{vmatrix} 3a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & 3b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & 3c_3 \end{vmatrix}$　　B. $\begin{vmatrix} 3a_1 & 3b_1 & 3c_1 \\ 3a_2 & 3b_2 & 3c_2 \\ 3a_3 & 3b_3 & 3c_3 \end{vmatrix}$

C. $\begin{vmatrix} 3a_1 & -3b_1 & 3c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$　　D. $\begin{vmatrix} 3a_1 & 3b_1 & 3c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

2. 已知四阶行列式 A 的值为 2，将 A 的第 3 行元素乘以 -1 加到第 4 行的对应元素上去，则现行列式的值为(　　).

A. 2　　B. 0　　C. -1　　D. -2

3. 设 $D=\begin{vmatrix} a+m & c+e \\ b+n & d+f \end{vmatrix}$，则 $D=($　　$)$.

A. $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} m & e \\ n & f \end{vmatrix}$　　B. $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} m & c \\ n & d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} a & e \\ b & f \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} m & e \\ n & f \end{vmatrix}$

C. $\begin{vmatrix} a & c \\ n & d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} m & e \\ b & f \end{vmatrix}$　　D. $\begin{vmatrix} m & a \\ b & n \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} c & e \\ d & f \end{vmatrix}$

4. 设行列式 $D_1=\begin{vmatrix} a & b & c+a \\ a_1 & b_1 & c_1+a_1 \\ a_2 & b_2 & c_2+a_2 \end{vmatrix}$，$D_2=\begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$，则 $D_1=($　　$)$.

A. 0　　B. D_2　　C. $2D_2$　　D. $3D_2$

5. 设行列式 $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 4 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=1$，则行列式 $\begin{vmatrix} 2x & 2y & 2z \\ \frac{4}{3} & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=$（　　）.

A. $\frac{2}{3}$　　B. 1　　C. 2　　D. $\frac{8}{3}$

6. 设行列式 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=3$，$D_1=\begin{vmatrix} a_{11} & 5a_{11}+2a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 5a_{21}+2a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & 5a_{31}+2a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$，则 D_1 的值为（　　）.

A. -15　　B. -6　　C. 6　　D. 15

7. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \\ 5 & 0 & 6 & -2 \end{vmatrix}$ 的值为（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 0　　D. -1

二、计算下列行列式

1. $\begin{vmatrix} 4\ 251 & 6\ 251 \\ 7\ 092 & 9\ 092 \end{vmatrix}$.

2. $\begin{vmatrix} a+b & c & 1 \\ b+c & a & 1 \\ c+a & b & 1 \end{vmatrix}$.

3. $D=\begin{vmatrix} 246 & 427 & 327 \\ 1\,014 & 543 & 443 \\ -342 & 721 & 621 \end{vmatrix}$.

4. $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

5. $\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ -1 & b & 1 & 0 \\ 0 & -1 & c & 1 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{vmatrix}$.

6. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ n-1 & n & 1 & \cdots & n-2 \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-1 \end{vmatrix}$.

7. $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$.