

HOCHSCHULBÜCHER FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN VON FRANZ X. EDER UND ROBERT ROMPE

BAND 32

HIMMELSMCHANIK

BAND I

DAS ZWEIKÖRPERPROBLEM
UND DIE METHODEN DER BAHNBESTIMMUNG
DER PLANETEN UND KOMETEN

VON

KARL STUMPF

Dr. phil., a.o. Universitätsprofessor i. R.,
Lehrbeauftragter für Sphärische Astronomie, Bahnbestimmung
und Himmelsmechanik an der Universität Göttingen

MIT 60 ABBILDUNGEN



VEB DEUTSCHER VERLAG DER WISSENSCHAFTEN

BERLIN 1959

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung, vorbehalten
© 1959 by VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin
Printed in Germany • Lizenz-Nr. 206-435/41/59
Satz und Druck: VEB Offizin Andersen Nexö in Leipzig

VORWORT

Die mit NEWTONS „Philosophiae naturalis principia mathematica“ (1687) beginnende klassische Epoche der modernen Astronomie ist etwa mit der letzten Jahrhundertwende zu Ende gegangen. Viele Versuche sind in jenem Zeitraum unternommen worden, die Ergebnisse der Himmelsmechanik zu einem Lehrgebäude zusammenzufassen. Besonders die Franzosen haben es verstanden, in ihrer schönen und exakten Sprache die Lehren dieser schönen und exakten Wissenschaft meisterhaft zu vermitteln. Ich darf nur an das fünfbändige Werk von LAPLACE, den „Traité de mécanique céleste“ (1799–1825) erinnern, ferner an das gleichnamige vierbändige Werk von F. TISSERAND (1889–1896), das den Astronomengenerationen der letzten sieben Jahre durch seine kristallene Klarheit und formvollendete Darstellungsweise den Zugang zu diesem erhabenen Gegenstand eröffnet und erleichtert hat. Am Ende dieser klassischen Epoche stehen die beiden dreibändigen Werke „Méthodes nouvelles de la mécanique céleste“ (1892–1899) und „Leçons de mécanique céleste“ (1905–1910) von H. POINCARÉ, die nicht nur das Vorhandene noch einmal zusammenfaßten, sondern aus tiefen mathematischen Einsichten heraus neue Wege für die zukünftige Forschung eröffneten.

Das zwanzigste Jahrhundert hat diesen Meisterwerken nur wenig Ebenbürtiges an die Seite zu stellen. In deutscher Sprache erschien 1902 die „Mechanik des Himmels“ des schwedischen Astronomen C. V. L. CHARLIER, ein ausgezeichnetes Buch, das auch die damals neuesten Ergebnisse berücksichtigte, so die Arbeiten von G. W. HILL und G. H. DARWIN über die Mondbewegung und über die Bahnen von Planetoiden in der Nähe der LAGRANGESCHEN Librationszentren sowie die POINCARÉSCHE Theorie der periodischen Lösungen des Dreikörperproblems. Im Jahre 1912 veröffentlichte F. R. MOULTON das kleine Buch „An Introduction to Celestial Mechanics“, das als erste Einführung in diese Wissenschaft bleibenden Wert besitzt und das seit 1927 auch in deutscher Übersetzung vorliegt. In Frankreich trat (1923–1926) H. ANDOYER mit seinem zweibändigen „Cours de mécanique céleste“ hervor, der das Gebiet besonders hinsichtlich der allgemeinen Störungstheorie bereicherte, aber die ungemein fruchtbaren POINCARÉSCHEN Ideen unberücksichtigt ließ. In Deutschland erschien 1941 „Das Dreikörperproblem“ von H. HAPPEL, das für den Kenner der Probleme ein äußerst wertvolles Nachschlagewerk über viele in den älteren Werken noch nicht enthaltenen Methoden darstellt und insbesondere die wichtigen Ergebnisse neuerer Forscher wie GYLDÉN, SUNDMAN, BRENDL u. a. bringt, aber als Lehrbuch für Studierende weit weniger geeignet ist, als es die obengenannten Werke der klassischen Fachliteratur gewesen sind. Von den Erscheinungen der letzten Jahre verdienen noch die „Celestial Mechanics“ von W. M. SMART (1953) und die „Vorlesungen über Himmelsmechanik“ von C. L. SIEGEL (1956) genannt zu werden. Das letztere nur wenig umfangreiche Buch

betrachtet die Probleme der Himmelsmechanik (insbesondere das Dreikörperproblem) vom Standpunkt des reinen Mathematikers aus und beschäftigt sich daher vorwiegend mit Konvergenz- und Stabilitätsfragen und mit Betrachtungen über die mathematische Behandlung von allgemeinen kanonischen Differentialgleichungssystemen, also mit Dingen, die für den Theoretiker außerordentlich bedeutsam, für den Anfänger aber zu schwierig und für den praktischen Astronomen weniger wichtig sind. Der letztere wird die Grundlagen für seine Tätigkeit nicht so sehr aus den Werken über die allgemeine Himmelsmechanik erarbeiten als aus der Spezialliteratur über die Bahnbestimmung der Himmelskörper und die Methoden der speziellen Störungsrechnung. Hier sei besonders auf zwei Bücher verwiesen: die „Bahnbestimmung der Himmelskörper“ von J. BAUSCHINGER (1906, letzte Auflage 1928) und die „Bahnbestimmung der Planeten und Kometen“ von G. STRACKE (1929).

Inzwischen ist die in Zeitschriften und Publikationen weit verstreute Literatur ungeheuer stark angewachsen. Das Bedürfnis nach einer auf den modernsten Stand gebrachten Darstellung der Himmelsmechanik in deutscher Sprache, die sich als Einführung in das Studium eignet und die auch dem Astronomen zur Vervollständigung seines Wissens dienen kann, ist unzweifelhaft heute größer als noch vor wenigen Jahren. Während die moderne Astrophysik, die der Forschung in den letzten fünfzig Jahren eine ungeheure Fülle neuer Aufgaben eröffnet hat, das Interesse der jungen Astronomengeneration beinahe ausschließlich in Anspruch genommen hat, sind die Probleme der Himmelsmechanik, die noch im vorigen Jahrhundert im Vordergrund gestanden haben, stark beiseite gedrängt worden. Das wird sich aber bald wieder ändern: Das Zeitalter der künstlichen Erdsatelliten und der ersten Vorstöße in den Weltraum wird mit zwingender Notwendigkeit das Augenmerk auf eine Wissenschaft lenken, von der noch vor kurzem mit Unrecht vermutet wurde, daß ihre Probleme, soweit unsere mathematischen Hilfsmittel es erlauben, gelöst seien, und die man daher als abgeschlossenes und der Forschung wenig Anreiz bietendes Lehrfach ansah.

Der Plan, ein Lehrbuch der Himmelsmechanik zu schreiben, entstand bei mir schon 1944, mußte aber damals, nachdem einige Kapitel des ersten Bandes zu Papier gebracht worden waren, infolge der Ungunst der Zeitverhältnisse unterbrochen und auf längere Zeit verschoben werden. Ich bin auch heute noch, nachdem der „Deutsche Verlag der Wissenschaften“, der erst kürzlich mein Lehrbuch „Geographische Ortsbestimmungen“ herausgebracht hat, mich zur Vollendung dieses alten Vorhabens ermutigt hatte, sehr im Zweifel gewesen, ob ich es wagen sollte, eine so große und verantwortungsvolle Aufgabe auf mich zu nehmen, deren Erledigung jahrelange Arbeit erfordern wird, und die mir dadurch erschwert erscheint, daß in der Vergangenheit so große Vorbilder aufgerichtet sind, die auch nur annähernd zu erreichen ich nicht hoffen darf. Wenn ich mich trotzdem entschlossen habe, diesen Versuch zu unternehmen, so vor allem, weil ich von seiner Notwendigkeit überzeugt bin und weil ich vielleicht, wenn auch sicher nicht die Meisterschaft jener Vorbilder, so doch die bescheidene Fähigkeit mitbringe, die dem Anfänger schwer verständlichen Dinge klar und leicht faßlich darzustellen. Was den Stoff anbetrifft, so kann ich wenig-

stens auf einigen Gebieten, wie in der Theorie der Zweikörperbewegung und der Methodik der Bahnbestimmung der Himmelskörper, auf eigene Ideen verweisen. So darf ich hoffen, daß zumindest der Band I, der jetzt vollendet vorliegt und der sich hauptsächlich mit diesen Dingen beschäftigen soll, in einigen seiner Abschnitte sein eigenes Gesicht tragen wird.

Im ganzen sind drei Bände geplant. Der erste umfaßt, wie gesagt, die Analyse des Zweikörperproblems und die Bahnbestimmung der Planeten und Kometen. Der Band II wird sich mit dem Dreikörperproblem und den Methoden der numerischen Integration und der Berechnung spezieller Störungen befassen, Band III mit den allgemeinen Störungen und allen damit zusammenhängenden Fragen (Stabilität des Planetensystems, Bewegung der Satelliten, einschließlich der künstlichen Erdsatelliten, kosmogonische Probleme). Ob es nötig (und möglich) sein wird, noch einen weiteren Band über Rotationsprobleme hinzuzufügen, wird die Zukunft lehren.

Ich lasse den Band I mit einem Kapitel über das ptolemäische Weltsystem beginnen. Die Kenntnis der antiken Vorstellungen von der Mechanik und Kinematik des Planetensystems ist heute weitgehend verlorengegangen, und wenn ich von einem kurzgefaßten Anhang in FRISCHAUFS „Grundriß der Theoretischen Astronomie“ und einem Abschnitt in VALENTINERS „Handwörterbuch der Astronomie“ absehe, so ist mir kein modernes Lehrbuch bekannt, in dem die Bemühungen der Alten um die Erforschung des Weltmechanismus die ihnen gebührende Würdigung erfahren haben. Das mag daran liegen, daß die griechischen und lateinischen Texte des „Almagest“ (von dem arabischen ganz zu schweigen) der neuen Generation kaum noch zugänglich sind. Seitdem aber K. MANITIUS (1912) uns die schöne und sorgfältige (leider längst vergriffene) Übersetzung dieses antiken Werkes ins Deutsche geschenkt hat, läßt sich die völlige Vernachlässigung des geschichtlich Gewordenen im Studium der Astronomie kaum noch entschuldigen. In meiner Darstellung habe ich nur das berücksichtigt, was auch für die moderne Himmelsmechanik interessant und wesentlich ist. Ich weiß wohl, daß die Ansicht weit verbreitet ist, die Beschäftigung mit diesen Dingen sei überflüssig und eine unnötige Belastung für Geist und Gedächtnis. Ich hoffe trotzdem, daß dieser Versuch bei den Jüngern der astronomischen Wissenschaft Anklang finden und ihnen den Anreiz geben wird, sich ein wenig in dieses anziehende Thema zu versenken, das so viele Jahrhunderte lang *das* Thema der astronomischen Vorlesungen an allen Universitäten des Abend- und Morgenlandes gewesen ist. Die Übertragung der schwerfälligen geometrischen Ausdrucksweise des PROLEMÄUS in die elegantere Form der modernen mathematischen Symbolik verhilft dazu, auf die Denkart und den Scharfsinn des großen Ägypters überraschende Lichter zu werfen, und die Erkenntnis, daß viele moderne Gedankengänge und Methoden in ihrem Ursprung schon auf ihn und seine Zeit zurückgehen, sollte in dem Schatz der allgemeinen Bildung auch des modernen Wissenschaftlers nicht fehlen.

In den nachfolgenden Kapiteln wird die Theorie der Zweikörperbewegung mit der ihr gebührenden Gründlichkeit behandelt. In der Tat ist ja die Bewegung in Kegelschnittsbahnen nach den KEPLERSchen Gesetzen als erste Näherung

für die Bewegungen der Planeten, Kometen und Satelliten unseres Sonnensystems der Ausgangspunkt für die meisten himmelsmechanischen Untersuchungen, und es wäre durchaus falsch, in Unterschätzung dieses Umstandes sich damit zufrieden zu geben, dieses Problem (was an sich möglich wäre) mit wenigen Federstrichen zu lösen, um dann sogleich auf das wesentlich schwierigere Dreikörperproblem überzugehen oder gar mit diesem zu beginnen und jenes dann als besonders einfachen Spezialfall nur am Rande zu behandeln. Vielmehr zeigt sich, daß das Zweikörperproblem trotz seiner relativen Einfachheit erstaunlich vielseitig ist und daß fast jeder der zahlreichen Gesichtspunkte, von denen aus man es betrachten und analysieren kann, Wege erkennen läßt, die in die noch recht unerschlossenen Tiefen des Dreikörperproblems und in die schwierigen Entwicklungen der Störungstheorie hineinführen.

Um dem Studierenden das Hineinlesen in den Gegenstand zu erleichtern, habe ich es bewußt vermieden, die allgemeinen mechanischen Prinzipie, wie sie von LAGRANGE, d'ALEMBERT, HAMILTON, JACOBI usw. entwickelt worden sind und die häufig (so bei TISSERAND, POINCARÉ, HAPPEL) an den Beginn der himmelsmechanischen Deduktionen gestellt worden sind, auch hier an den Anfang zu setzen. Die Erfahrung lehrt, daß der Anfänger dadurch leicht entmutigt wird. Vom Standpunkt des Lehrers aus scheint es mir ratsam, das Verständnis des Schülers nicht von vornherein mit diesen schönen, aber tief liegenden und sehr abstrakten Gedankengängen zu belasten, sondern ihn allmählich über konkrete und der Anschauung zugängliche Zwischenstufen auf sie vorzubereiten. So soll auch die HAMILTON-JACOBISCHE Theorie erst im Band II Platz finden, damit der Leser, der den ersten aufmerksam studiert hat, ihre Gültigkeit sogleich an den noch einfachen und durchsichtigen Zusammenhängen in der Zweikörperbewegung zu verifizieren imstande ist.

Die Kapitel VIII und IX behandeln Probleme und Methoden der Bahnbestimmung von Planeten und Kometen. Über diesen Gegenstand ist in den letzten Jahrzehnten viel geschrieben worden, und es müßte einem besonderen Werk über Bahnbestimmung vorbehalten werden, die Vielzahl der vorgeschlagenen Methoden darzustellen und kritisch miteinander zu vergleichen. Das ist z. T. schon in dem obenerwähnten Lehrbuch von G. STRACKE geschehen, in dem natürlich die seit 1930 hinzugekommene Literatur noch nicht berücksichtigt werden konnte. Teilweise ist dies in der Abhandlung von P. HERGET: „The Computation of Orbits (1948)“ nachgeholt worden. Ich selbst habe versucht, aus der Vielzahl der dargebotenen Methoden diejenigen herauszuheben, deren Gedankenführung besonders charakteristische Merkmale zeigt. Dagegen habe ich es vermieden, allzusehr ins Einzelne gehende praktische Anweisungen, Rechenschemata und Rechenbeispiele zu geben. Diese Dinge gehören in ein Rezeptbuch für den Rechner, wie es (im besten Sinne) das Buch von STRACKE darstellt, aber nicht in ein allgemeines Lehrbuch der Himmelsmechanik, in dem es mehr auf die Herausarbeitung der Ideen als auf Anleitungen für deren praktische Anwendung ankommt.

Das letzte Kapitel behandelt schließlich einige Probleme, die über die Zweikörperbewegung nach dem NEWTONSchen Gesetz hinausgehen: die Zentralbewegungen auf Grund verschiedener Beschleunigungsgesetze – als besonders

wichtiger Spezialfall erscheint hier die Bewegung sonnennaher Planeten nach der allgemeinen Relativitätstheorie.

Ursprünglich bestand die Absicht, noch ein Kapitel über die Methoden der Berechnung spezieller Störungen hinzuzufügen. Ich habe mich aber während der Arbeit an diesem Band I entschlossen, die Behandlung dieses Gegenstandes auf den Band II zu verschieben, da die Methoden der numerischen Integration ja nicht nur im Zusammenhang mit der Bahnbestimmung und Ephemeridenrechnung, sondern in weit größerem Umfang bei der numerischen Lösung allgemeinerer himmelsmechanischer Aufgaben angewandt werden. Ich erinnere nur an die Kopenhagener Arbeiten über die periodischen Bahnen im eingeschränkten Dreikörperproblem. So habe ich mich damit begnügt, in den Kapiteln über Bahnbestimmung einiges über die Berücksichtigung von Störungseinflüssen bei der Bahnberechnung der Planetoiden zu sagen.

Im Anhang habe ich eine Reihe von Tabellen und Tafeln zusammengestellt, die für die Ephemeridenrechnung und Bahnbestimmung nützlich sind. Teil A des Anhangs bringt eine Anzahl kleinerer Tabellen, während Teil B eine umfangreichere sechsstellige Tafel der von mir eingeführten c -Funktionen enthält, wie sie – abgesehen von einer weitmaschigen Tabelle in den Astronomischen Nachrichten (Band 275, 108) – noch nirgends existiert. Bei der Berechnung dieser Tafel stand mir, dank dem Entgegenkommen von Prof. L. BIERMANN, die elektronische Rechenanlage G I des MAX-PLANCK-INSTITUTS FÜR PHYSIK in Göttingen zur Verfügung. Für die Ausführung dieser Rechnung danke ich Dipl.-Phys. PETER STUMPF, der mir auch wertvolle Hilfe bei der Korrektur dieses Bandes geleistet hat.

Möge dieses Buch, für dessen Gestaltung dem Verlag mein besonderer Dank gebührt, dazu dienen, dem Studierenden der Himmelskunde die Probleme der Himmelsmechanik wieder näher zu bringen, die zweifellos in der zukünftigen Entwicklung der astronomischen Wissenschaft sehr bald den Platz zurückgewinnen werden, der ihnen von alters her und von Rechts wegen zukommt.

Göttingen, im April 1958

KARL STUMPF

INHALTSVERZEICHNIS

Kapitel I: Die Himmelsmechanik der Antike

1. Das geozentrische und das heliozentrische Prinzip	13
2. Die Bewegung der Fixsternsphäre und der Sonne	15
3. Bestimmung der Elemente der Sonnenbahn	19
4. Die Perioden der Mondbewegung	22
5. Die große Ungleichheit der Mondbewegung. Einführung des Epizykels .	26
6. Die Evekation	34
7. Vergleich der Mondtheorie des PTOLEMÄUS mit der modernen	38
8. Allgemeines über die Theorie der Planetenbewegung	42
9. Theorie und Bahnbestimmung der Venus	46
10. Theorie und Bahnbestimmung der äußeren Planeten	52
11. Theorie der Bewegung des Merkur	59
12. VON PTOLEMÄUS ZU KEPLER	62

Kapitel II: Die KEPLERSchen Gesetze und die Gravitation

13. Die Bahnbewegung in der KEPLERSchen Ellipse	66
14. Die KEPLERSche Gleichung	69
15. Die antifokale Anomalie und das punctum aequans	72
16. Zentralbewegung und Gravitationskraft	74
17. Das dritte KEPLERSche Gesetz und die allgemeine Gravitation	79
18. Gravitationskonstante und Sonnenparallaxe	84

Kapitel III: Analysis der Zweikörperbewegung

19. Die Differentialgleichungen der Zweikörperbewegung und ihre Lösungen .	88
20. Der Energiesatz und die Geschwindigkeitsbeziehung	95
21. Der Hodograph der Zweikörperbewegung	101
22. Das Integral der Anomalie	104
23. Beziehungen zwischen den Anomalien in der Ellipse	109
24. Beziehungen zwischen den Anomalien in der Hyperbel	114
25. Die Mittelwerte des Radiusvektors	117
26. Die geradlinige Bahn	118
27. Potential und Gravitationsfeld ausgedehnter Himmelskörper mit radial-symmetrischem Massenaufbau	127
28. Potential und Gravitationsfeld abgeplatteter Himmelskörper	133
29. Universelle Gültigkeit des NEWTONSchen Gravitationsgesetzes	139

Kapitel IV: Die Berechnung ungestörter Ephemeriden

30. Koordinatensysteme und Örter	145
31. Die Bahnelemente	150

32. Berechnung heliozentrischer und geozentrischer Örtter aus den Kegelschnittelementen	155
33. Die GAUSSSchen Konstanten	157
34. Die Bestimmung der wahren Anomalie bei Parabelbahnen	162
35. Auflösung der KEPLERSchen Gleichung	165
36. Parabelnahe Bahnen: GAUSSSche Methode	175
37. Parabelnahe Bahnen: Neuere Methoden	178

Kapitel V: Die Zweikörperbewegung als Anfangswertproblem

38. Das Wurfproblem. Die Anfangswerte als lokale Elemente	188
39. Beziehungen zwischen den lokalen und den Kegelschnittelementen	190
40. Die lokalen Invarianten	193
41. Die Hauptgleichung der Zweikörperbewegung	201
42. Die lokalen Invarianten als Funktionen der Lösung der Hauptgleichung	208
43. Bedeutung und Auflösung der Hauptgleichung	215
44. Übergang auf die Apsiden	224
45. Diskussion der Hauptgleichung. Eindeutigkeit der Lösung	227
46. Berechnung einer Ephemeride aus Anfangswerten	236

Kapitel VI: Die Zweikörperbewegung als Randwertproblem

47. Die Integralgleichung der Zweikörperbewegung	244
48. Die LAMBERTSche und die EULERSche Gleichung	246
49. Übertragung der Sätze von EULER und LAMBERT auf das Geschwindigkeitsdreieck	251
50. Berechnung der Bahnelemente aus Randwerten	255
51. Das Verhältnis Sektor : Dreieck	260
52. Auflösung der Gleichung für das Verhältnis Sektor : Dreieck	269
53. Das Verhältnis Sektor : Dreieck und die LAMBERTSche Gleichung	273
54. Berechnung einer gleichabständigen Ephemeride aus den Randwerten eines Intervalls	281

Kapitel VII: Reihenentwicklungen im Zweikörperproblem

55. Allgemeines über Reihenentwicklungen	288
56. Entwicklung der rechtwinkligen heliozentrischen Koordinaten nach Potenzen der Zeit	291
57. Die BESSELSchen Funktionen	296
58. Entwicklung von Funktionen der exzentrischen Anomalie in FOURIERreihen nach der mittleren Anomalie	300
59. Entwicklung von Anomaliedifferenzen	307
60. Die Mittelpunktsgleichung	313
61. Konvergenz der Reihen in der elliptischen Bewegung	317
62. Konvergenz der Reihen in der hyperbolischen Bewegung	328
63. Konvergenz der Potenzreihen nach der Zeit	333
64. Reihenentwicklung bei geradliniger Bewegung. Zusammenstoß und Regularisierung	341

Kapitel VIII: Bahnbestimmung der Himmelskörper nach dem LAPLACESchen Prinzip

65. Allgemeines und Historisches über das Problem der Bahnbestimmung ...	345
66. Reduktion der Beobachtungen	348
67. Bahnbestimmung nach dem LAPLACESchen Prinzip	352
68. Die LAGRANGESche Schlüsselgleichung. Mehrfache Lösungen. Die CHAR- LIERSchen Bereiche	357
69. Die GAUSSSche Gleichung	365
70. Der LAMBERTSche Satz von der Krümmung der scheinbaren Bahn	370
71. Untersuchungen von POINCARÉ	373
72. Die Methode von STUMPF-HERGET	378
73. Das Verbesserungsverfahren	381
74. Bahnbestimmung nach WILKENS und VÄISÄLÄ	385
75. Bestimmung parabolischer Bahnen	388
76. Bahnbestimmung aus vier Beobachtungen	392
77. Bahnverbesserung auf Grund zusätzlicher Beobachtungen	394
78. Berücksichtigung von Störungen. Definitive Bahnen	397

Kapitel IX: Bahnbestimmung der Himmelskörper nach dem GAUSSSchen Prinzip

79. Bahnbestimmung als Randwertproblem	401
80. Die Entwicklung der Dreiecksverhältnisse nach Potenzen der Zwischen- zeiten	406
81. Das Iterationsverfahren nach GAUSS-ENCKE	413
82. Die Bahnbestimmung nach BAŽENOW	417
83. Bestimmung einer Kreisbahn	420
84. Bestimmung einer Parabelbahn. Methode von OLBERS	423
85. Bahnbestimmung aus vier Örtern	428
86. Bahnverbesserung durch Variation der geozentrischen Distanzen	431
87. Bahnbestimmung mit gleichzeitiger Berücksichtigung der Störungen ...	433

Kapitel X: Das allgemeine Zweikörperproblem

88. Zweikörperbewegung unter dem Einfluß beliebiger Zentralkräfte	439
89. Zentralkräfte, die Potenzen des Abstandes proportional sind	445
90. Die relativistische Zweikörperbewegung	451

Anhang

A. Zehn kleinere Hilfstafeln zur Ephemeridenrechnung und Bahnbestimmung	454
B. Tafel der Funktionen $c_1(\lambda^2)$, $c_2(\lambda^2)$, $c_3(\lambda^2)$	469
Literaturverzeichnis	500
Namen- und Sachregister	505

KAPITEL I

DIE HIMMELSMCHANIK DER ANTIKE

1. Das geozentrische und das heliozentrische Prinzip

Die Anschauungen der Alten über den Aufbau des Weltalls und die Bewegungen der Himmelskörper waren sehr verschiedenartig und haben sich im Laufe der Zeit oft gewandelt. Vorherrschend ist aber in ihnen die Vorstellung von der im Weltmittelpunkt ruhenden Erde (geozentrisches Weltbild) und von der gleichförmigen Kreisbewegung der Himmelskörper. Die Kugelgestalt der Erde wurde schon sehr frühzeitig erkannt; der Erdumfang wurde bereits von ERATOSTHENES (276–195 v. Chr.) durch ein Verfahren, das im Prinzip der modernen Gradmessung völlig entspricht, größenordnungsmäßig richtig bestimmt. Auch die Rotation der Erde wurde im Altertum mehrfach behauptet und zur Erklärung des täglichen Umschwungs der Fixsternsphäre benutzt. Ein Ansatz dazu findet sich schon in der merkwürdigen Theorie der Pythagoräer (PHILOLAUS): Die Erde und eine Gegenerde bewegen sich mit 24-stündiger Umlaufszeit gemeinsam um ein (von den bewohnten Erdgegenden aus nicht sichtbares) Zentralfeuer. Auch ARISTARCH VON SAMOS (3. Jh. v. Chr.) lehrte die Erdrotation und erstmalig auch die Bewegung der Erde um die Sonne, doch konnten beide Anschauungen sich nicht durchsetzen, sondern blieben lediglich als Kuriositäten im Gedächtnis der Zeiten haften.

Die endgültige Gestalt des geozentrischen Weltbildes der Antike hat uns (um 150 n. Chr.) der alexandrinische Gelehrte CLAUDIUS PTOLEMÄUS überliefert. Sein 13 Bücher umfassendes Werk ist uns unter dem Titel *μεγάλη σύνταξις* oder besser noch unter dem der späteren arabischen Übersetzung „Almagest“¹⁾ erhalten geblieben und vermittelt uns eine Gesamtdarstellung des astronomischen Wissens der damaligen Zeit sowie den Versuch einer geometrisch-mechanischen Theorie der Bewegungen aller bekannten Himmelskörper mit Ausschluß der Kometen, die von den Alten meist als „sublunare“ Erscheinungen, d. h. als irdischen Ursprungs, gedeutet wurden. Die im Almagest vorgetragene Theorie der Bewegung von Sonne, Mond und Planeten ist in ihrer Endform das eigene Gedankengut des PTOLEMÄUS, doch stammen ihre Grundlagen aus älteren Quellen. Die astronomischen Beobachtungsdaten, auf die sich diese Theorie stützt, hat sich PTOLEMÄUS z. T. selbst verschafft, z. T. sind sie ihm aus älterer Zeit überliefert worden. Vor allem bedient er sich der Aufzeichnungen des HIPPARCH VON NICÄA (190–125 v. Chr.), der ein ausgezeichnete Beobachter war. Auch im Aufbau der Theorien selbst folgt PTOLEMÄUS, wo es nur angeht, den Spuren des HIPPARCH, den er mit Recht als den größten unter den älteren Astronomen ansieht und dessen Ergebnisse er daher nur selten, und auch dann

¹⁾ Das Beiwort *μεγάλη* (die große) im Titel des Werkes wurde später durch den Superlativ *μεγίστη* (die größte) ersetzt. Durch Verschmelzung mit dem arabischen Artikel *al* entstand so das Wort Almagest.

nur widerstrebend, abändert. Von HIPPARCH übernimmt er die Kenntnis der Präzession der Tag- und Nachtgleichen, ferner die Verwendung des exzentrischen Kreises zur Erklärung der ungleichförmigen Geschwindigkeit der Sonnenbewegung längs der Ekliptik. Die Idee der Epizykelbewegung, des bekanntesten Bestandteiles der ptolemäischen Theorien, ist ebenfalls schon von HIPPARCH verwendet worden, läßt sich aber bis auf den Mathematiker APOLLONIUS VON PERGE zurückführen, der etwas vor HIPPARCH, um 200 v. Chr., gelebt hat. Alleiniges Verdienst des PTOLEMÄUS bleibt es, diese verschiedenen Elemente zu einem Ganzen verwebt zu haben, das den vorliegenden Erfahrungstatsachen innerhalb der damals noch sehr geräumigen Grenzen der Beobachtungsgenauigkeit gerecht wurde.

Das Studium des Almagest, der bis zu den Zeiten von KOPERNIKUS und KEPLER, also rund anderthalb Jh. lang, als Standardwerk der gesamten Astronomie galt und dem in diesem langen Zeitraum nur wenig Ergänzendes hinzugefügt werden konnte, sollte auch heute nicht ganz vernachlässigt werden. Wenn wir auch jetzt in der Lage sind, das Problem der Himmelsmechanik von einem höheren Standpunkt aus zu überblicken, so wollen wir doch nicht vergessen, daß der überwundene geozentrische Standpunkt eigentlich der natürlichere ist, weil von ihm aus alle theoretischen Erörterungen unmittelbar an die durch die sinnliche Wahrnehmung gegebenen Erfahrungstatsachen angeschlossen werden. Die Elemente der Erfahrung – das sind hier insbesondere die periodischen „Ungleichheiten“ oder „Anomalien“ in der scheinbaren Bewegung der Sonne, des Mondes und der Planeten – lassen sich im Prinzip ebensogut durch eine geozentrische wie durch eine heliozentrische Theorie darstellen; nur erlaubt die letztere – und das ist natürlich entscheidend – alle Erscheinungen physikalisch zu deuten und unter ein einziges Gesetz von großer Einfachheit, das NEWTONSche Gravitationsgesetz, einzuordnen, während der antiken Astronomie jede Möglichkeit fehlte, die Vielheit der Erscheinungen deduktiv aus einem universellen Grundprinzip abzuleiten. Die Bewegungstheorien der Sonne, des Mondes und jedes der fünf im Altertum bekannten Planeten standen einzeln zur Diskussion und erforderten zur Erklärung der beobachteten Erscheinungen besondere Mechanismen. Je größer die Anzahl der Einzelelemente wurde, d. h. also hier der periodischen Schwankungen im Lauf der Wandelsterne, desto verwickelter und unübersichtlicher gestaltete sich der Aufbau des Weltsystems. Das Gemeinsame an beiden Auffassungen, der antiken und der modernen, ist die Feststellung der Existenz dieser Anomalien selbst. Die antike Himmelsmechanik beschränkt sich auf den mühsamen und zu keinem klar erkennbaren Ziel führenden Weg der Synthese der beobachteten Himmelsbewegungen aus diesen Elementen. Die moderne Astronomie hingegen leitet diese selben Anomalien analytisch als periodische Glieder von Reihenentwicklungen ab, die sich ihrerseits als Folgerungen aus einem mathematisch formulierbaren Grundgesetz ergeben. Was dort, dem auf das Sinnfällige gerichteten Geist der Antike entsprechend, als ein System von einander überlagernden Kreisbewegungen (etwa als eine aus Hebeln und Rädern zusammengesetzte Maschinerie) erscheint, dessen Struktur keinen einheitlichen Bauplan verrät, wird in der modernen Himmelsmechanik zu einer formal-mathematischen, aber dafür auch eindeutigen und

zwangsläufigen Folgerung aus einem einfachen und allgemeingültigen Kraftgesetz.

Aus dieser Gegenüberstellung ergibt sich unschwer einer der Gründe dafür, daß die antike Weltmaschinerie nur ein unvollständiges Abbild der Wirklichkeit bleiben mußte. Die Anzahl der Glieder einer Reihenentwicklung läßt sich theoretisch bis ins Unendliche steigern, ohne daß neue Gesichtspunkte ins Feld geführt werden müßten, d. h. praktisch bis an die Grenze, die durch die Genauigkeit der durch die Theorie rechnerisch darzustellenden Beobachtungsgrößen vorgeschrieben ist. Die antiken Konstruktionen werden sich dagegen mit endlich vielen, d. h. praktisch mit möglichst wenigen Elementarmechanismen (Anomalien) begnügen müssen, da jedes neue Zusatzglied, das keinen sichtbaren logischen Zusammenhang mit den schon vorhandenen besitzt, die Theorie komplizierter macht. So finden wir denn auch bei PTOLEMÄUS, daß er sich beim Aufbau seiner Planetentheorien mit ganz wenigen Anomalien, meist mit einer oder zwei, zufrieden gibt. Der andere Grund für das Steckenbleiben in diesen verhältnismäßig primitiven Annäherungen ist das sture Festhalten an dem Prinzip der gleichförmigen Kreisbewegung der Himmelskörper. Die spätere Geschichte hat tatsächlich gezeigt, daß der eigentliche Anstoß zu der Weiterentwicklung der Himmelsmechanik nach langer Stagnation nicht so sehr durch KOPERNIKUS erfolgte, als er das schon von ARISTARCH vertretene heliozentrische Prinzip aufs neue in die Diskussion warf, sondern durch KEPLER, der an die Stelle der gleichförmigen Bewegung in Kreisen die ungleichmäßig schnelle Bewegung in elliptischen Bahnen einführte.

Die Abschnitte dieses Kapitels werden uns zeigen, wie nahe der Wahrheit der scharfsinnige Denker PTOLEMÄUS in manchen Einzelheiten seines Systems gekommen ist. An anderen Stellen wird eine Kritik seiner Gedankengänge zeigen, daß vermeidbare Fehler ihn ebenso wie die obengenannten Vorurteile daran gehindert haben, den letzten Schritt in das schon so nahe Ziel zu tun. Besonders interessant und aufschlußreich wird aber das Studium der Methoden sein, die PTOLEMÄUS bei der Ableitung der Elemente seiner Himmelskörperbahnen aus den Beobachtungen benutzte. In ihnen wird die Urform der modernen Bahnbestimmungsmethoden sichtbar werden, deren Darstellung einen angemessenen Raum in den nachfolgenden Kapiteln dieses Buches einnehmen wird.

2. Die Bewegung der Fixsternsphäre und der Sonne

Die scheinbare, d. h. vom irdischen Beobachtungsstandpunkt aus gesehene, Bewegung der Gestirne setzt sich aus zwei wesentlich verschiedenen Komponenten zusammen: dem in einem Sterntage (= rund $23^h 56^m$ mittlere Sonnenzeit) erfolgenden Umschwung der gesamten Himmelskugel (Sphäre) in ost-westlicher Richtung um die durch die Pole des Himmelsäquators gehende Weltachse, an dem Fixsterne, Sonne, Mond und Planeten gemeinsam teilnehmen, und der weit langsamer vor sich gehenden eigenen Bewegung der Wandelsterne in der Zone des „Tierkreises“, deren vorwiegende Richtung die west-östliche ist. Die Alten wußten diese beiden Komponenten sehr wohl zu trennen, so daß wir hier

von der ersteren, der durch die Rotation der Erde verursachten scheinbaren gleichförmigen Drehung der Sphäre, im allgemeinen absehen dürfen.

Die übrigbleibenden Eigenbewegungen betreffen die Sonne, den Mond und die Planeten – von den letzteren waren den Alten fünf bekannt; Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn. Daß unter diesen sieben beweglichen Gestirnen die Sonne einen besonders erhöhten Rang einnimmt, wird auch von PTOLEMÄUS anerkannt. Zwar ist er noch weit davon entfernt, ihr den Platz in der Mitte des Weltalls zuzubilligen, er weiß aber bereits, daß ihre Größe die der Erde übertrifft¹⁾, und er erkennt, daß die Bahnbewegungen der übrigen sechs Gestirne mit der Bahn der Sonne deutlich gekoppelt sind, während sie untereinander (abgesehen von gewissen übereinstimmenden Merkmalen in der Art der Bewegungen) keinerlei Bindungen aufzuweisen scheinen. Darüber hinaus ist die Sonnenbahn im Gegensatz zu denen des Mondes und der Planeten außerordentlich einfach: Sie erfolgt auf einem größten Kugelkreis der Sphäre, der seine Lage unter den Fixsternen nicht ändert. Dieser größte Kreis der Himmelskugel, die *Ekliptik*, bildet die Mittellinie der Tierkreiszone, eines etwa 20° breiten Gürtels, innerhalb dessen die Bewegungen aller übrigen Wandelsterne sich abspielen. Die Ebene der Ekliptik, die durch den Erdmittelpunkt geht und in der sich die Bahnbewegung der Sonne vollzieht, bietet sich somit von selbst als Hauptkoordinatenebene dar, nicht nur für die Bewegung der Sonne, sondern auch für die der Planeten und des Mondes, deren Bahnen gegen die Ekliptik nur wenig geneigt sind und die sich daher fast verzerrungsfrei auf die Ekliptik ebene projizieren lassen.

PTOLEMÄUS benutzt schon, wie wir, die Koordinatendarstellung der sphärischen Gestirnsörter in diesem Ekliptiksystem nach *Länge* und *Breite*, doch sieht er sich noch vor die Alternative gestellt, ob er den Anfangspunkt der Längenzählung auf der Ekliptik durch die Fixsterne festlegen soll oder durch die dem jahreszeitlichen Lauf der Sonne entstammenden Punkte der Sonnenwenden (Solstitien) und Tag- und Nachtgleichen (Äquinoktien). Infolge der schon von HIPPARCH entdeckten *Präzession* verändern nämlich die Äquinoktien und Solstitien und damit die durch sie bestimmten zwölf „Zeichen“ des Tierkreises ihre Lage gegen das System der Fixsterne langsam, aber beständig. PTOLEMÄUS entscheidet sich dafür, die Äquinoktien als feste und unveränderliche Richtungen anzusehen, auf die sich alle Vorgänge am Himmel zu beziehen haben. Die geozentrischen Polarkoordinaten der Gestirne an der Sphäre sind demnach Länge und Breite, wobei die Breite den Winkelabstand von der Ekliptik bedeutet, während die Länge in der Ekliptik selbst, und zwar im Sinne der Sonnenbewegung, vom *Frühlingspunkt* aus zu zählen ist.

Nach dieser Festsetzung ergibt sich, daß die Fixsterne infolge der Präzession eine langsame Ortsveränderung zeigen: Während ihre Breiten konstant bleiben, nehmen die Längen im Laufe der Zeit gleichmäßig zu. Der Name „Präzession“ ist durch diese Definition als Vorwärtsbewegung der Fixsterne historisch gerechtfertigt – nach unserer heutigen Auffassung, die das System der Fixsterne

¹⁾ Er unterschätzt die Größe der Sonne, der er fünffache Erdgröße zubilligt, allerdings noch bedeutend.