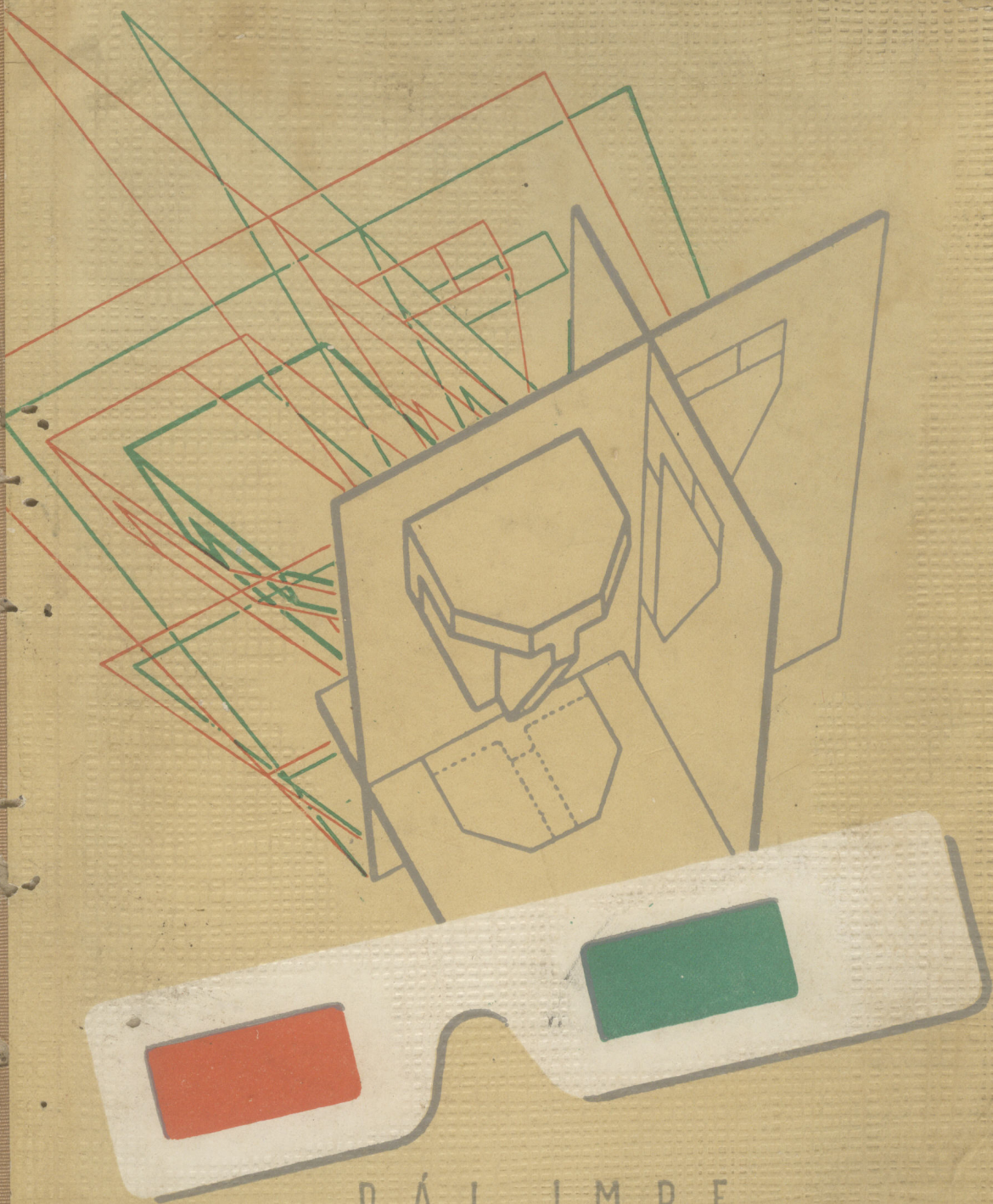




P Á L I M R E
T É R L Á T T A T Ó S
Á B R Á Z O L Ó M É R T A N

Pál Imre

TEHLÁTTATÓS
ABRÁZOLÓ MŰVTAN

EZ A KÖNYV az ábrázoló mértan gyakorlatilag fontos szerkesztéseit két szemmel való látást biztosító ábrákat mutatja be, vagyis egy teljes modellárat bocsát az olvasó rendelkezésére. A műszaki és természettudományos oktatás minden szintjén (tehát középfokon és szakrajzi tanfolyamokon is) iskolai és magántanulásban egyaránt használható, a levelező oktatásban pedig nélkülözhetetlen segédkönyv. Egyetemi segédkönyvként való használatát a Művelődésügyi Minisztérium 8799/1959 sz. alatt engedélyezte.

Rövid térgeometriai bevezetés után a műszaki rajz alapját képező kétképsíkós ábrázolás (rendezett vetületek) keretében a metszési és méretes feladatokat tárgyalja végig; érintve az affinitást, kollineációt, a szabályos testeket és az árnyékszerkesztést is. A síklapú testeken kívül részletesen foglalkozik a görbe felületek metszési (áthatási) és kiterítési problémáival. A kótás ábrázolás alapos ismertetése után szemelvényeket nyújt a paralel és centrális perspektívából. Változatos példákat mutat be a különféle műszaki alkalmazások területéről.

TÉRLÁTTATÓS ÁBRÁZOLÓ MÉRTAN

Írta és az ábrákat szerkesztette:

PÁL IMRE

MÁSODIK BŐVÍTETT KIADÁS

**BUDAPEST
MŰSZAKI KÖNYVKIADÓ**

1961

LEKTORÁLTA
DR. PETRICH GÉZA
EGYETEMI TANÁR

A címoldal
VÉGH GUSZTÁV
munkája

A színpáros ábrák készítségét
J. IACZÓ EVA
készítette

Melléklet: 2 darab színpáros szemfűveg

ETO: 515.53

© Pál Imre, 1959

Felolós kiadó: Solt Sándor

Felolós szerkesztő: Ordódy János • Műszaki szerkesztő: Márkus Bálint
Azonosítási szám: 40 393 • Juttatási szám: 17,5 (A5)
Színpáros ábrák száma: 284 • Egyesített ábrák száma: 235 • Példányszám: 4300

61.3031.1 AH61d1 Nyomda, Debrecen

BEVEZETÉS

Az ábrázoló mértan célja

A technika alkotásai mind *térbeliek*. Ezeket *sík* rajzban tervezzük, szerkesztjük, ábrázoljuk.

A műszaki rajz hibát és félreértést nem tűrő okmány. Mint alaputasítás a gyártás minden fázisának legfontosabb kísérője az előkészítéstől a műszaki ellenőrzésig. Szabotosságát és egyszerűségét igen sok szabály biztosítja, melyek nagy része szabványba van foglalva. Alig érintik azonban a szabványok a műszaki rajz legfontosabb szabályait, az ábrázolás lényegét. Ezzel egy külön tudomány foglalkozik: az ábrázoló mértan.

Az ábrázoló mértan megtanít: *1. a tárgyak, térbeli alakzatok ábrázolására és rajz szerint való elképzelésére, 2. a térbeli feladatokat megoldó szerkesztési eljárásokra, s végül 3. eleven, gazdag és egyben reális téralképző készséget, térérzéklet fejleszt, amire minden műszaki munkakörben szüksége van az embernek, és a természettudományos munkában sem nélkülözhető.*

E könyv célja

Az ábrázoló mértan tanulása azok számára, akiknek fejletlen térérzékük van, elég nehéz. Elsősorban rajtuk segít ez a könyv, de megkönnyíti és meggyorsítja a tanulást azoknak is, akik szeretnek rajzolni vagy értenek a mértani szerkesztésekhez, sőt azoknak is, akiknek az itt teljesen mellőzött elvont bizonyításokban is kedvük telik.

A térláttató ábrák ugyanolyan érzetet keltenek a szemlélőben, amilyent a valóságos, térbeli tárgyak, ha két szemmel nézzük őket. Ezekből az érzetekből a tárgyak térbeli viszonyait megérteni, sőt szinte gondolkodás nélkül egy csapásra érzékelní cse-csemő korunkban tanultuk meg. A közönséges rajzok, festmények, fényképek megértéséhez is hosszabb gyakorlat szükséges. A mi életkörülményeink között ezt szintén gyermekkorban, észrevétlenül szerezzük meg; primitív körülmények között felnőtt embereken azonban meg lehet figyelni, milyen munkába kerül például a fényképek különböző árnyalatú foltjainak megértése. Idősebb korban ez — állítólag — már nem is mindig sikerül.

Egészen hasonló helyzetben van a műszaki rajzokkal és mértani ábrákkal mindenki, aki kisgyermek korában az építőkövekkel, acélszerkezeti játék okkal stb. meg nem tanulta a Monge-féle vetületek «folyékony olvasását», ösztönszerű érzékelését.

A térérzék kifejlesztő különféle gyakorlatok között legegyszerűbb a rajz szerint elképzelendő tárgyak és elvontabb mértani alakzatok valóságos bemutatása mintaalkatrészekkel, illetve a mértani fogalmakat, térelemeket stb. képviselő drót, lemez, üveg, műanyag stb. *modellekkel*. Nyilvánvaló azonban, hogy a legjobban felszerelt tanintézet legtökéletesebb modellkészleténél is többet ér, ha ugyanazt az eredményt olyan eszközökkel érhetjük el, amelyet akárki megszerezhet magának és az előadások, gyakorlatok helyhez és időhöz kötött keretein kívül is, akármikor tanulmányozhat.

Ilyen eszköz a térláttató ábra. Egyszerűbb a modellnél. Bármilyen költséges is a megszerkesztése, a bonyolultabb modellnél jóval olcsóbb. És mértani gondolatok kifejezésére talán még alkalmasabb is, mert a rajzból térbe ugró *rajzott* vonal sokkal «mértaniasabb», mint a legfinomabb cíterahúr vagy a modellek más nyersanyaga.

Könyvünk céljából ennek a nagyszerű szemléltető eszköznek minél teljesebb használatbaállítását tűztük ki. Olyan *segédkönyvnek* szánjuk, amelyet haszonnal forgathat mindenki, akármilyen szinten, akármilyen tankönyvből vagy anélkül, bármiféle körülmények között tanulja vagy tanítja az ábrázoló mértant. A valóságos térbeli szemléltetésnek az egyetemi, tudományos tárgyalásmód kiegészítése, illetve lehetővé tétele terén éppen olyan nagy fontossága van, mint például a leggyakorlatibb célú szakmunkásoktatásban.

Ebből következik könyvünk sajátságosan rövid és egyszerű tárgyalásmódja, az anyagnak a szokásostól helyenkint némileg eltérő csoportosítása, az alapok elsajátítása után könnyen érthető alkalmazási területek rövidebb érintése vagy elhagyása és az, hogy a könyv általában mellőzi a bizonyításokat, levezetéseket, elméleti fejtegetéseket. Kivéve természetesen néhány olyan fontosabb bizonyítást, amelyben éppen a térbeli viszonyok bemutatása különösen érdekes (pl.: Dandelin-gömbök, 111–113. old. stb.).

A valóságos térbeli szemléltetés, a szó szoros értelmében «ad oculos» demonstráció egyébként a bizonyítás, és főként a szükséges magyarázat terjedelme terén jelentékeny megtakarítást tesz lehetővé. A közvetlen belátás élménye pedig egy bizonyos «logikai gyönyör» élvezetében részesíti az erre fogékony olvasót, és minden bizonnyal jelentékenyen növelni fogja az ilyen örömeket kedvelők táborát. Végül nem hallgathatjuk el azt sem, hogy e könyvtől sokat várunk az ábrázoló mértan népszerűsítése terén is. A műszaki gyakorlatnak erre világszerte nagy szüksége van, mert hiszen ahhoz, hogy a műszaki rajzokat könnyen és jól értse meg mindenki, akinek dolga van velük, a termelés igen fontos érdeke fűződik, térérzék és mértani ismeretek nélkül pedig a szabatos rajzolvasás lehetetlen. A szerző és a Műszaki Könyvkiadó főként ezért vállalta a mű kiadásával járó áldozatokat.

A könyv helyes használata

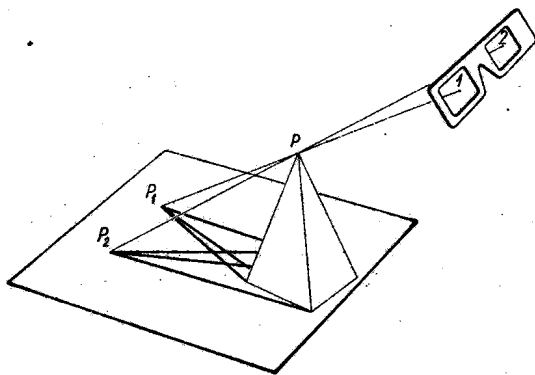
A térláttató ábrák nézegetése magában is nagyon szórakoztató és tanulságos, de komoly tanulási szándék esetén nem kímélhet meg a rendszeres és módszeres munkától.

A térérzék kifejlesztésére nem elég holmi «gyorstalpaló» tanfolyam. Rá kell szánni 6–24 hónapot, lélektani adottságaink és a hetenkint erre fordítható óraszám szerint. *Előképzettség:* a könyv megértéséhez az általános iskolai síkmértan ismerete szükséges. *Munkabeosztás:* egészen apró lépések, az elvégzett anyag teljes átértése, állandó, rendszeres végig ismétlése. A Monge-féle ábrázolás fejezet C) alfejezete elvégzése után a

D) alfejezet folytatásával *párhuzamosan* rátérhetünk a Kötés ábrázolás és a Perspektíva fejezetek tanulmányozására is. A könyvben közölt szerkesztéseket feltétlenül mindig gyakoroljuk több más önálló «felvételi», sajátkezü, pontosan szerkesztett rajzzal is; az első csak kevéssé térjen el az adott rajztól, a többi lényegesebben. Gyakorló ábráink legalább kétszer akkorák legyenek, mint a könyv ábrái. Szerkesztő-munkánkhoz lehetőleg használjunk valamilyen ábrázoló mértani *példatárat* is.

Sohase végezzünk semilyen szerkesztést gépiesen, síkfeladatként, a térbeli viszonyok tökéletes elképzelése nélkül!

Egy-egy térláttató ábrát a könyv tanulmányozása közben csak akkor nézzünk meg, amikor a könyv hivatkozik rá. A szöveg megfelelő helyén azonban vizsgáljuk *teljes részletességgel* a térláttató ábrát, hogy a szóban forgó törvényszerűséget és az **azzal kapcsolatos fekete ábrák minden vonalának térbeli jelentését** teljesen átértsük. Az eltérő felvételi gyakorlás közben is mindig a térben gondolkodjunk.



1. ábra. A térbeli kép keletkezése

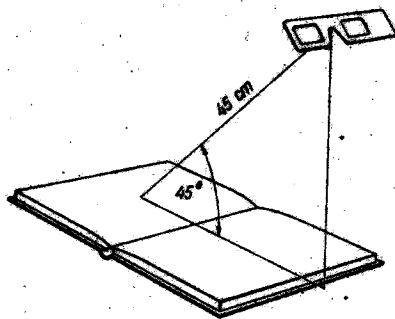
A fekete ábrákat a könyvön végig számoztuk (pl. 42. ábra), a térláttatókat oldalankint újra kezdődő bekarikázott betűzással jelöltük (pl. ② ábra).

A *térláttató ábra* azért színes, hogy megfelelően tartott színes szemüvegen át mindenik szemünk csak a neki szánt képet lássa. A zöld színű (jobb) csak a piros képet, a piros nézőke (bal) csak a zöld képet láttatja (1. ábra), a saját színével rajzolt vonalakat eltüntet. (Ha az eltüntetés nem egészen tökéletes, a halovány vonalakat az ábrázolt alakzat olyan árnyékának tekinthetjük, melynek semmi szerepe sincs.) Mivel a zöld és a piros egymásnak kiegészítő színe, a jól látható, a térbe kiemelkedő vonalak majdnem feketék.

Amikor a színes szemüvegen át mindenik szemünk a neki megfelelő képet nézi, mindkettő úgy áll be, mintha nem a könyv lapjára, hanem az egymásnak megfelelő pontok két *látósugarának metszéspontjába* néznénk. Ez a beállítás egy kis gyakorlás után lehetővé teszi, hogy minden pontot úgy érzékeljünk, mintha csakugyan a metszéspontban, tehát a térben volna, nem a könyv lapján. (Feltétele ennek, hogy mindkét szemünkkel elég jól lássunk. Olvasó szemüvegünket itt is használjuk!) Könnyíti ennek az optikai csalódásnak a bekövetkezését, ha fejünket egy kissé ide-oda mozgatjuk. Ilyenkor a térben látott vonalak is mozognak, az alakzat ide-oda *torzul*. Helyes alakban akkor látjuk ha szemtávolságunk felezőpontja (kb. az orrunk nyerge) a

(2. ábra), színpáros képi könyvoldal középpontjától 45° -ban felénk induló egyenesen van, a laptól mintegy 45 cm távolságban. Ha egy oldalon több ábra van is, valamennyit ezzel a közös fejtartással kell nézni.

A könyv színe lapja vízszintes asztalon fektüdjön; hogy teljesen sík legyen, egy üveglapot tehetünk rá. A fényforrástól elfordulva az üveglap tükrözése már nem zavar.



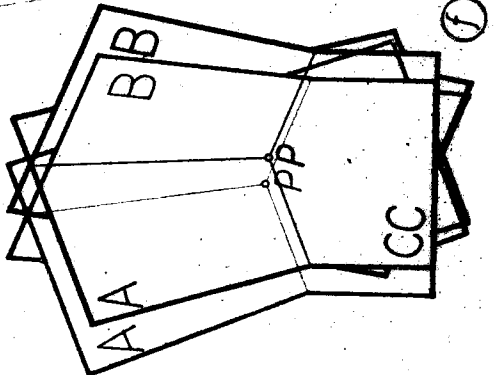
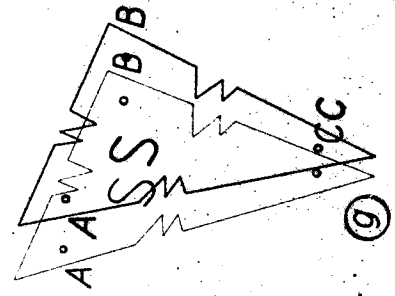
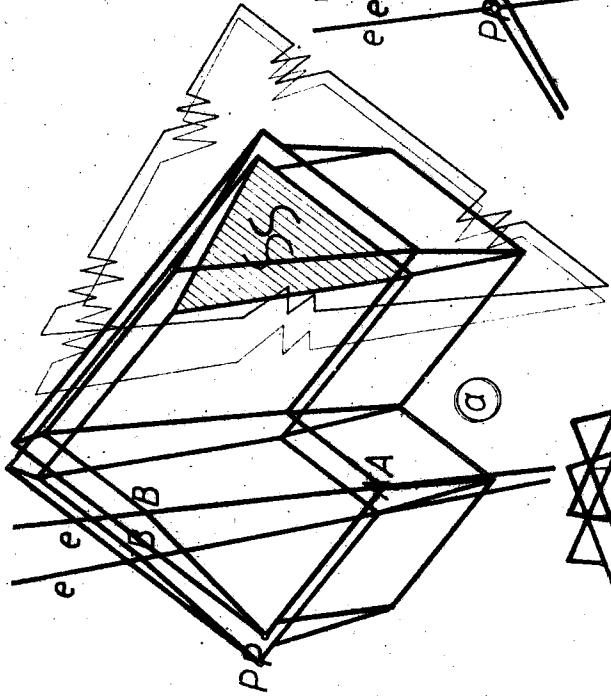
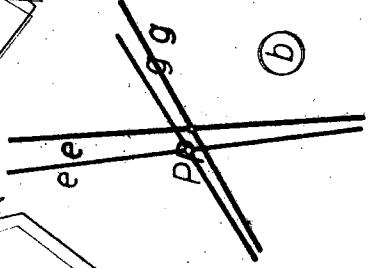
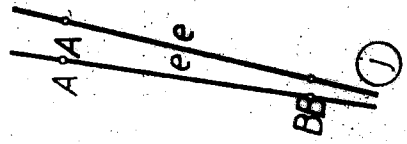
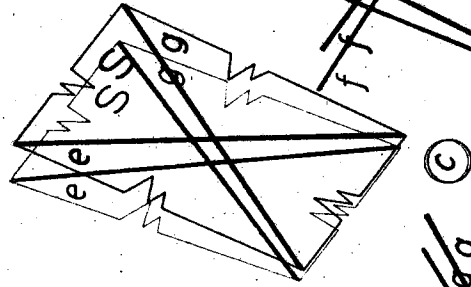
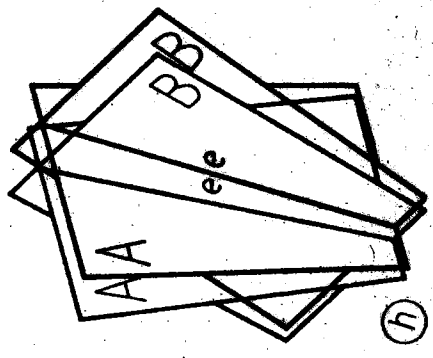
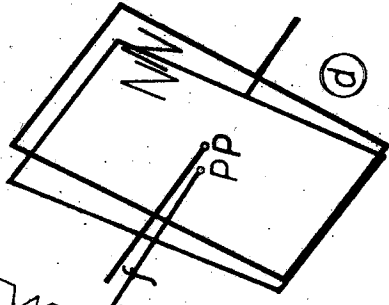
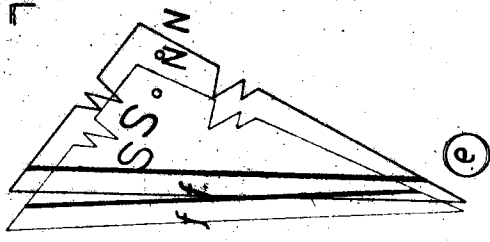
2. ábra. A téráttató ábra helyes nézése

Késíltetheti a vonalak térbe ugrását, ha a megvilágítás *féloldaltól* vagy *szembe* éri a képet. Ilyenkor kézzel vagy egy papírlappal beárnyékoljuk a színpáros képet: a félhomályban azonnal térbe emelkedik. *Legjobb azonban, ha a fényforrás a fejünk fölött vagy mögöttünk van.*

**TÉRLÁTTATÓ ABRÁS
ABRAZOLÓ MERTAN**

Hátunk mögől jövő fényben
emelkednek legkönnyebben
a térbe az ábrák.

A szemlére vetített ne érint-
sük kézzel, nedvességgel
érintjük.



Tételek

Figyeljük meg egy síklapú test, pl. egy háztető (a ábra) sarkait, éleit, lapjait: Minden lapot ott, ahol egy másik lappal találkozik, él határol; a sarkokban legalább három lap és három él fut össze. Az ilyesféle megfigyelésekből vontuk le leggyorsabb mértani foglalkoztat.

A sarkok pontok: P, A, B ; az élek egyenestek: $|AB|$; a lapok síkidomok: a vonalkázott háromszög (téglalap, rombold stb.).

Az egyenestek — képzetben — mindkét irányban határtalanul meghosszabbítva, végtelenbe nyúló egyenes vonalat, röviden egyenest kapunk (e). A síkidom minden irányú végtelen kiterjesztésének eredménye a sík (S).

A tér leggyorsabb alakzatai a tételek: a pont, az egyenes és a sík. A pontot nagybetűvel, az egyenest kisbetűvel, a síkot pedig vastag, álló nagybetűvel jelöljük. A más tér-elemek által meghatározott pont jelölésére e tételek betűit gömbölyű zárójelbe tesszük, az egyenest meghatározókra egyenes, a síkot meghatározókra pedig szögletes zárójellet használunk (l. a táblázatot).

A továbbiakban használt jelölés még:

- illeszkedik,
- $\parallel$ párhuzamos,
- $\perp$ merőleges,
- $\triangle$ derékszög,
- (P) elfordított vagy lefordított P

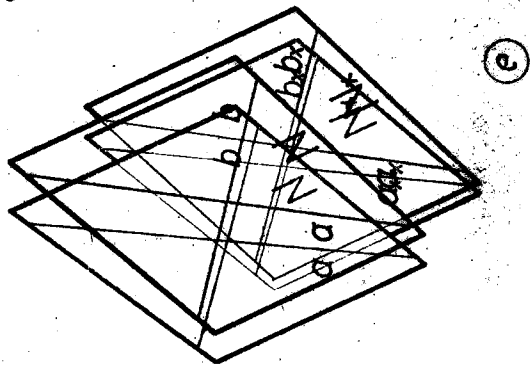
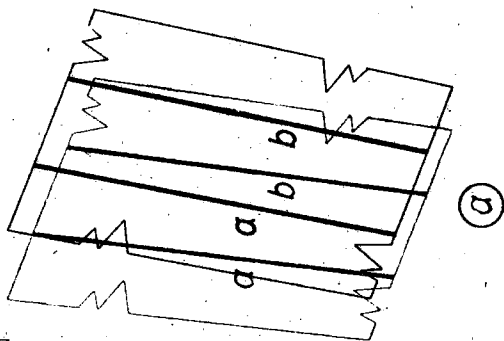
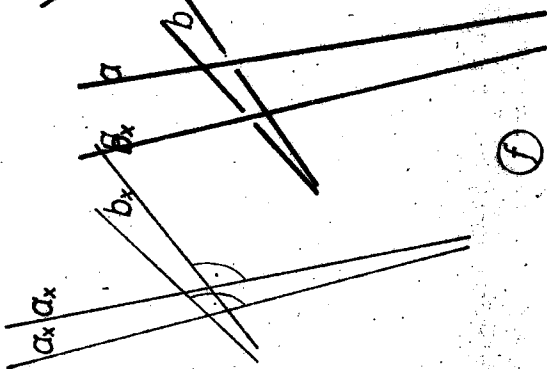
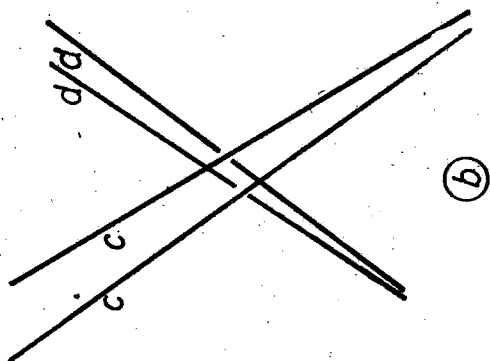
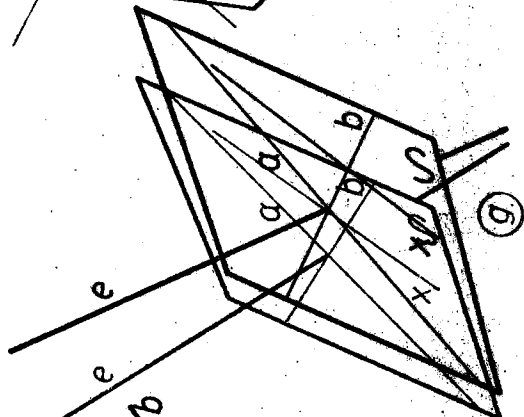
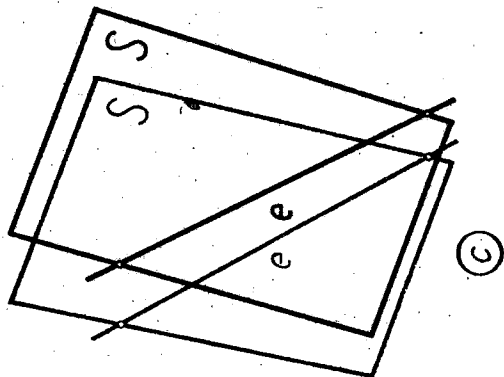
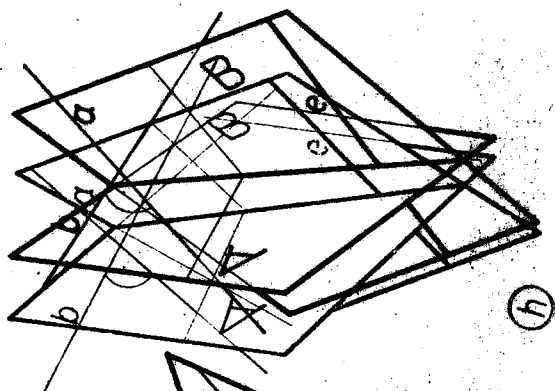
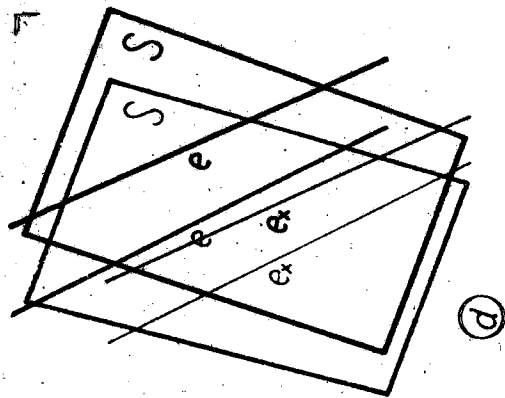
A helyzetgeometria összekötési és metszési alapfeladatai

(Közvetlen szemlélet által belátható, tehát bizonyításra nem szoruló alaptételek: axiómák)

Pontot határoz meg	Síkot határoz meg
két ¹ egyenes metsződése (eg) = P (a)	két ² egyenes összekötése $[eg] = S$ (a)
sík és ³ egyenes metsződése (Nf) = P (a)	pont és ⁴ egyenes összekötése $[Nf] = S$ (e)
három ⁵ sík metsződése (ABC) = P (f)	három ⁵ pont összekötése $[ABC] = S$ (g)
Egyenest határoz meg	
két sík metsződése $ AB = e$ (b)	két pont összekötése $ AB = e$ (d)

Cseréljük fel akarmelyik tételben a pontot síkkal, a metszést összekötéssel és viszont (a többi szót változtatlanul hagyva): mindenik tétel a mellett levő tétellel alakul át. Az axiómák ilyen összefüggése a térbeli dualitás megnyilvánulása.

- ¹ egy síkra illeszkedő
- ² egy pontra illeszkedő
- ³ erre a síkra nem illeszkedő
- ⁴ erre a pontra nem illeszkedő
- ⁵ nem egy egyenesre illeszkedő



Két térelem kölcsönös helyzete — Párhuzamosság — Merőlegesség

Pont és egyenes vagy illeszkedik egymásra, vagy nem illeszkedik. Pont és sík szintén.

Két egyenes kölcsönös helyzete lehet: metsződő (10. old. ⑥ és ⑦ ábra), párhuzamos (12. old. ⑧), kitérő ⑨. A párhuzamos egyenesek egyirányúak, valóságos metszéspontjuk nincs, de előnyös mégis metsződőknek tekinteni őket: metszéspontjuk a «végtelenben van» (nem valóságos). Az egymást metsző és az egymással párhuzamos egyenespárok síkot határoznak meg. Kitérő egyeneseknek sem a végesben, sem a végtelenben nincs közös pontjuk, közös síkjuk sincsen.

Sík és egyenes vagy illeszkedik egymásra ⑩, vagy párhuzamos ⑪, vagy pedig az egyenes döfi a síkot (10. old. ⑫). Illeszkedésük feltétele, hogy az egyenesnek két pontja benne legyen a síkban; a párhuzamosságuké, hogy legyen a síkban olyan egyenes, mely az egyenessel párhuzamos. A síkkal párhuzamos egyenes dőfspontja — az előbbi általánosítás szerint — a végtelenben van.

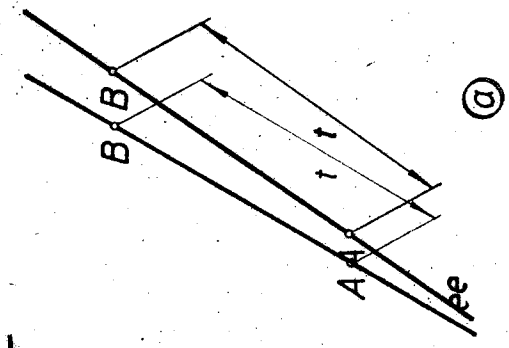
Két sík vagy párhuzamos, vagy a végesben metszi egymást. Párhuzamosságuk feltétele, hogy az egyik sík két (egymással nem párhuzamos) egyenesével párhuzamos egyeneseket találhassunk a másikban, ⑬. Két párhuzamos — más szóval egydőlő — sík metszésvonala a végtelenben van.

A térelemek merőlegességét egyenesek merőlegességére vezetjük vissza. (A merőlegesség derékszögét jelent.) Szöveget mérni csak két metsződő egyenes között lehet.

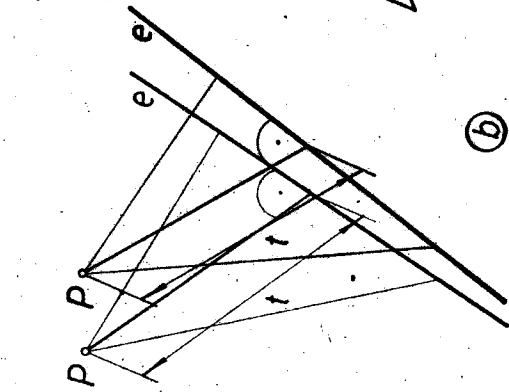
Két kitérő egyenes akkor merőleges egymásra, ha két, velük párhuzamos, egymást metsző egyenes derékszöveget zár be, ⑭.

Síkra akkor merőleges egy egyenes, ha merőleges a sík két, végesben metsződő egyenesére, ⑮. Ilyenkor egyúttal a sík minden egyenesére merőleges (pl. az x -re). A síkra merőleges egyenest a sík normálisának (harántosának) nevezzük.

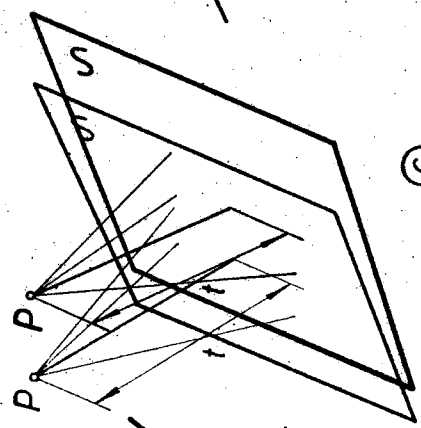
Két sík akkor merőleges egymásra, ha bármelyikükre illeszthető olyan egyenes (pl. az e), amely a másik síkra merőleges, ⑯. Egymásra merőleges síkok normálisai (pl. a , b) is merőlegesek egymásra.



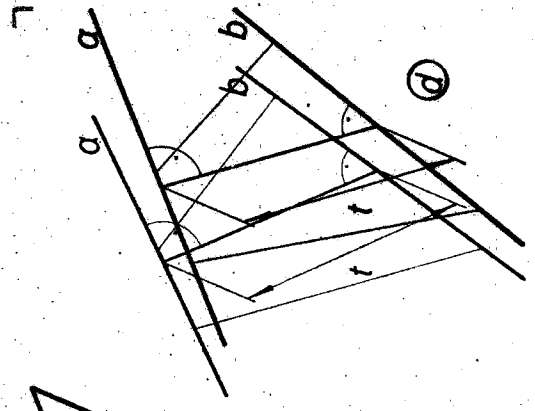
(a)



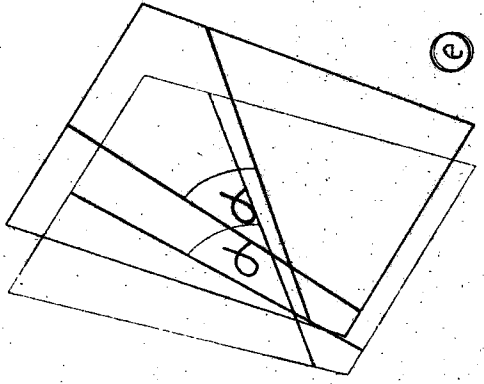
(b)



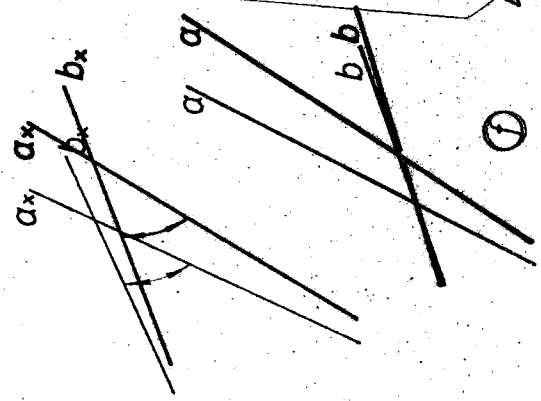
(c)



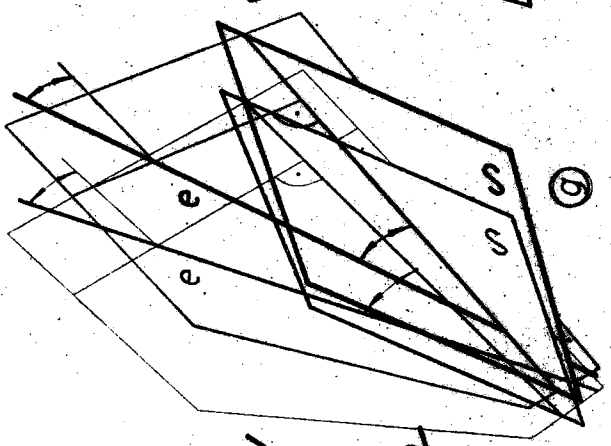
(d)



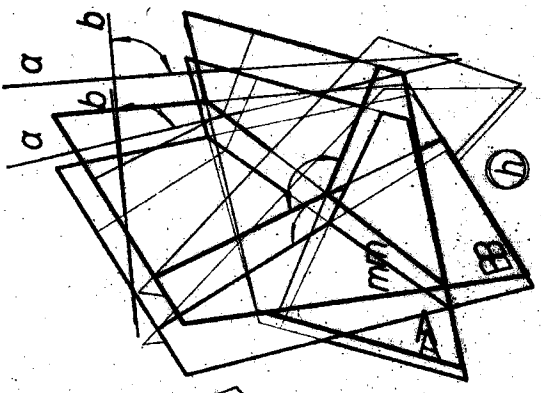
(e)



(f)



(g)



(h)

Tételek távolsága és szöge

Két pont távolsága az általuk határolt egyenesszakasz hossza, ①.

Pont és egyenes távolsága a legrövidebb azok között a távolságok között, amelyeket a pont az egyenes különböző pontjaival meghatároz. Ez a távolság az egyenesre merőleges egyenesszakasz, ②.

Pont és sík távolsága a pont és a sík különböző pontjai közötti szakaszok legrövidebbike. Merőleges a síkra, ③.

Két kitérő egyenes távolsága a két egyenes egy-egy pontja által meghatározott egyenesszakaszok közül a legrövidebb. Egyenes a két egyenes normális transzverzálisa (harántszelője), ④. mindkét egyenesre merőleges.

Sík és vele párhuzamos egyenes távolsága egyenlő az egyenes egy tetszőleges pontjának a síktól való távolságával.

Két párhuzamos sík távolsága az egyik sík akármelyik pontjának a másiktól való távolságával egyenlő.

A tételek szögét egyenesek szögére vezettük vissza. Kézenlélkül csak két metsződő egyenes határoz meg szöget, ⑤.

Két kitérő egyenes szöge a velük párhuzamos, egymást metsző egyenesek szögével egyenlő, ⑦.

Egyenes és sík szöge a legkisebb azok között a szögek között, amelyeket az egyenes a sík egyenesével bezár, ⑧. E szögnek a síkban levő szárát az egyenesre illeszkedő normális (a síkra merőleges sík) tartalmazza. Az egyenes és a sík normálisának a szöge az egyenes és a sík szögének pótszöge.

Két sík szöge a metszésvonalukra merőleges síkban található, e síkknak az adott síkokkal való két metszésvonala között. Egyenlő a két sík normálisának szögével, ⑨.

