TRAITÉ D'ÉLECTRICITÉ THÉORIQUE

TOME I

ÉLECTROSTATIQUE

PAR

Marc JOUGUET
MAITRE DE CONFÉRENCES A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
PROFESSEUR A L'ÉCOLE SUPÉRIEURE D'ÉLECTRICITÉ

PARIS
GAUTHIER-VILLARS, Imprimeur-Éditeur
LIBRAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
55, Quai des Grands-Augustins, 55

1952

COLLECTION TECHNIQUE ET SCIENTIFIQUE DU C. N. E. T.
(CENTRE NATIONAL D'ÉTUDES DES TÉLÉCOMMUNICATIONS)

SERVICE DE DOCUMENTATION INTERMINISTÉRIELLE DU C. N. E. T. — 24, Rue BERTRAND — PARIS (VII^e)
ADMINISTRATION DES POSTES, TÉLÉGRAPHES ET TÉLÉPHONES

TRAITÉ D'ÉLECTRICITÉ THÉORIQUE

TOME I

ÉLECTROSTATIQUE

Marc JOUGUET

MAITRE DE CONFÉRENCES A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
PROFESSEUR A L'ÉCOLE SUPÉRIEURE D'ÉLECTRICITÉ

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, Imprimeur-Éditeur

LIBRAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

55, Quai des Grands-Augustins, 55

—

1952

COLLECTION TECHNIQUE ET SCIENTIFIQUE DU C. N. E. T.

(CENTRE NATIONAL D'ÉTUDES DES TÉLÉCOMMUNICATIONS)

SERVICE DE DOCUMENTATION INTERMINISTÉRIELLE DU C. N. E. T. — 24, RUE BERTRAND — PARIS (VII^e^)

ADMINISTRATION DES POSTES, TÉLÉGRAPHES ET TÉLÉPHONES

TRAITÉ
D'ÉLECTRICITÉ
THÉORIQUE

OUVRAGES DU MÊME AUTEUR

Le Champ électromagnétique (2e édition, 1949). Collection Armand Colin.

Courants de Foucault et Fours à induction. (Gauthier-Villars, 1944.)

PRÉFACE.

Les premiers volumes de ce Traité, qui reproduiront, avec des développements souvent très importants, les leçons que je professe depuis plusieurs années à la Section de Radioélectricité de l'École Supérieure d'Électricité, seront consacrés à la théorie des phénomènes électromagnétiques macroscopiques. Il y sera fait un large emploi de raisonnements déductifs qu'on s'efforcera de présenter avec rigueur, de façon à donner à l'exposé une forme qui se rapproche le plus possible de celle d'une science mathématique, forme achevée que doit tendre à prendre toute théorie physique et dont la géométrie euclidienne et la mécanique rationnelle donnent des exemples. Pour y parvenir, on prendra comme point de départ, outre des postulats plus ou moins explicites, des lois fondamentales qui, étant aujourd'hui vérifiées par l'ensemble de leurs conséquences avec une précision bien supérieure à celle des expériences qui ont aidé à les formuler, peuvent jouer le rôle de principes, tout comme les lois fondamentales de la mécanique de Newton ou de celle d'Einstein.

Bien que les phénomènes macroscopiques soient seuls, en principe, envisagés dans ces premiers volumes, on ne pourra pas y faire entièrement abstraction des phénomènes corpusculaires dont il arrive que le caractère discontinu se manifeste à notre échelle. Mais on ne développera, à leur sujet, que des considérations très sommaires et on ne les fera intervenir que de façon aussi provisoire que possible. De même, bien qu'il s'agisse ici de physique théorique, il sera nécessaire, quand des hypothèses par trop simplificatrices auront dû être mises à la base des raisonnements, d'en comparer les conclusions aux résultats expérimentaux. Ce cas se présentera, par exemple, à propos de la théorie des effets Volta et Seebeck, développée dans le quatrième chapitre du présent volume. Mais, d'une façon générale, les descriptions de dispositifs expérimentaux, d'appareils de mesures ou de machines, que le lecteur trouvera dans les ouvrages de physique générale et d'électrotechnique, seront exclues de notre exposé.

En revanche, une très large place y a été réservée aux questions relatives à l'énergie et aux forces électriques, sur lesquelles ont encore cours trop d'idées sommaires et souvent erronées. Leur étude a été conduite en partant des principes fondamentaux de l'Énergétique et du principe des travaux virtuels et elle se présente comme un prolongement de la Thermodynamique classique. Outre les notions d'énergie interne et d'entropie, on y a introduit systématiquement celle de potentiels internes, qui généralisent les potentiels thermodynamiques ordinaires. On n'a d'ailleurs ainsi fait que suivre, après M. A. Liénard, aux travaux trop peu connus de qui ont été faits d'importants emprunts, la voie féconde tracée par Duhem.

Pour bien assimiler une théorie, il est indispensable, à moins qu'on ne soit doué d'une puissance d'abstraction tout à fait exceptionnelle, d'en faire des applications. C'est pourquoi j'en ai donné d'assez nombreuses, que j'ai d'ailleurs rejetées à la fin des différents chapitres, en même temps que des compléments théoriques, d'importance secondaire, de façon à ne pas alourdir l'exposé et à ne pas rompre l'enchaînement des idées essentielles.

Le système d'unités qu'on adopte, surtout dans un exposé théorique, n'a, à mon avis, qu'une très faible importance et les discussions, souvent passionnées et quelque peu puériles, qui s'élèvent trop fréquemment à ce sujet, m'étonnent plus qu'elles ne m'intéressent. Si j'ai utilisé, dans ce premier volume, entièrement consacré à l'électrostatique, les unités E. S. C. G. S., c'est seulement parce que, tout en étant des unités d'usage courant, elles permettent une écriture simple des formules. Le lecteur voudra bien ne pas voir, dans ce choix, de raisons plus profondes.

M. Jacques Oswald, Ingénieur à la Compagnie Industrielle des Téléphones, et M. M. Indjoudjian, Ingénieur des Postes et Télégraphes, en discutant avec moi différentes questions, m'ont souvent permis de préciser certaines idées et m'ont fait des remarques dont j'ai tiré grand profit. Je leur en exprime ici ma reconnaissance, en les remerciant en même temps de l'aide qu'ils m'ont apportée dans la correction des épreuves.

Il m'est également agréable d'adresser mes remercîments au Centre National d'Études de Télécommunications qui a bien voulu accueillir ce livre dans sa collection et à l'Imprimerie Gauthier-Villars, qui en a assuré la composition avec son soin habituel.

TRAITÉ
D'ÉLECTRICITÉ THÉORIQUE

TOME I.
Électrostatique.

CHAPITRE PREMIER.

LE CHAMP ÉLECTROSTATIQUE.
PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES ET ÉQUATIONS FONDAMENTALES.

1.1. **Actions électrostatiques. Lois de Coulomb.** — De nombreuses expériences, celles d'électrisation par frottement, notamment, mettent en évidence l'existence de charges électriques, positives ou négatives, entre lesquelles s'exercent des forces. Dans un système où toutes les charges sont immobiles, ces forces obéissent aux lois de Coulomb.

Pour pouvoir énoncer ces lois, il faut avoir défini la quantité d'électricité q, positive ou négative, contenue dans une charge ponctuelle. Il suffit pour cela :

de considérer comme égales deux charges qui, placées successivement au même point A de l'espace, exercent la même force sur une charge placée en un point M;

de considérer la charge constituée par l'ensemble de deux charges égales, comme double de chacune d'elles;

de faire choix d'une unité;

enfin, d'attribuer le même signe aux charges qui se repoussent, des signes contraires à celles qui s'attirent.

Les charges étant ainsi mesurées, les lois de Coulomb s'énoncent de la façon suivante :

Étant donné deux charges q_1 et q situées respectivement aux points A et M (*fig.* 1.1) de l'espace *supposé vide*, sur chacune de ces charges s'exerce une force dont l'intensité est

$$F = k\frac{qq_1}{r^2}, \tag{1.1}$$

r désignant la longueur AM et k une constante *qui ne dépend que des unités choisies.* Les deux forces sont égales et opposées; elles sont portées par la droite AM; elles sont répulsives ou attractives suivant que les deux charges sont ou ne sont pas de même signe.

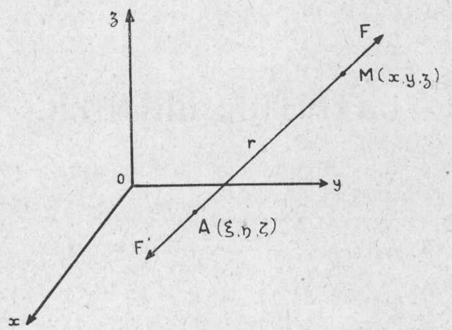

Fig. 1.1.

Nous exprimerons généralement les grandeurs mécaniques en unités C. G. S. et nous choisirons l'unité de charge de façon que $k = 1$. L'unité ainsi définie est *l'unité électrostatique* C. G. S. Rappelons que l'unité pratique, qui est le *coulomb*, est 3.10^9 fois plus grande. En utilisant alors la notation vectorielle, l'expression de la force qui s'exerce sur la charge q est

$$\vec{F} = qq_1\frac{\overrightarrow{AM}}{r^3} \tag{1.2}$$

et la force $\vec{F'}$ qui s'exerce sur la charge q_1 est égale à $-\vec{F}$.

Si maintenant n charges $q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n$ sont placées en des points $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$, chacune d'elles exerce sur la charge q la même force que si elle était seule et les différentes forces s'ajoutent géométriquement. La charge q est ainsi soumise à la force

$$\vec{F} = \Sigma_i\, qq_i\frac{\overrightarrow{A_iM}}{r_i^3}, \tag{1.3}$$

r_i désignant la distance des points A_i et M.

Le concept abstrait de charges ponctuelles, considérées indépendamment de leur support matériel, est utile, tant en Physique corpusculaire qu'en Physique macroscopique. Mais, pour diverses raisons qui apparaîtront dans les paragraphes suivants, il ne saurait suffire, ni dans un cas, ni dans l'autre.

Il est d'ailleurs évident que, quelle que soit l'échelle à laquelle on envisage les phénomènes, les lois de Coulomb, supposées valables sans aucune restriction, sont incompatibles avec la notion de charges finies localisées dans des volumes infiniment petits. En effet, la distance de deux pareilles charges pouvant être nulle, la force de Coulomb s'exerçant entre elles pourrait être infinie, ce qui n'a pas de sens. Mais il n'y a pas là de difficulté bien grande. Pour y échapper, il suffit, par exemple, de supposer que toute charge occupe une étendue finie et s'y trouve répartie avec une densité ρ partout finie. C'est ce qu'on fait dans la théorie macroscopique de l'électricité.

1.2. **L'électrostatique à l'échelle moléculaire.** — A l'échelle des corpuscules, la même hypothèse avait été introduite par H. Lorentz dans la théorie électronique. Mais elle ne peut être conservée par la Physique contemporaine. La charge électrique apparaît seulement comme une grandeur liée à certaines particules ou à certains groupements de particules : électrons, protons, mésons, atomes et molécules ionisés; il n'est pas possible de se représenter les corpuscules chargés, comme localisés en des points de l'espace, encore moins de les assimiler à des corps géométriques, ayant une certaine forme et occupant une certaine étendue d'un espace indéfiniment divisible. Cependant, si, comme on le fait, par exemple, dans la théorie cinétique des gaz, on s'en tient à une échelle intermédiaire entre l'échelle sensible et celle des corpuscules élémentaires, échelle à laquelle les atomes et les molécules peuvent être traités, au moins dans certains cas, comme des points matériels de la Mécanique classique, les charges électriques apparaissent comme portées par des centres matériels quasi ponctuels, auxquels on peut, dans une certaine mesure, appliquer les méthodes ordinaires de la Mécanique newtonienne ou relativiste. Ces centres matériels chargés, auxquels on donne le nom général d'*ions*, sont des atomes ou des molécules ionisées, ou bien même des électrons libres.

On admet qu'entre des ions supposés immobiles s'exercent des forces données par les lois de Coulomb. Comme, en raison des forces répulsives qui apparaissent entre les centres matériels quand leurs distances deviennent très faibles, ces distances ne peuvent jamais tomber au-dessous d'une certaine limite, les forces de Coulomb restent toujours finies, et la difficulté signalée plus haut ne se présente pas.

Les forces qui s'exercent entre les ions, considérés comme des centres matériels portant des charges ponctuelles, ne sont pas les seules actions électrostatiques qui soient à considérer. Il en existe d'autres qui peuvent s'exercer entre les molécules, même si elles sont neutres, c'est-à-dire non ionisées. En effet, si une molécule non ionisée contient toujours des charges élémentaires positives et négatives en quantités égales, de sorte que sa charge totale est nulle, ces charges peuvent être réparties à l'intérieur de la molécule, de façon telle que leurs actions coulombiennes à distance ne soient pas nulles. Il en serait ainsi, par exemple, d'une molécule qui contiendrait seulement deux charges égales et de signes contraires, séparées par une distance qui, tout en étant très petite à l'échelle moléculaire, c'est-à-dire devant les distances mutuelles des diverses molécules, ne serait cependant pas absolument négligeable. Une telle molécule, qu'on appelle une *molécule polaire* sera soumise, de la part d'un ion ou d'une autre molécule polaire, à une force et à un couple, et, si elle est placée en un point A, elle exercera, sur un ion placé en M, une force qui ne sera pas dirigée suivant la droite AM. Une molécule polaire peut d'ailleurs, en même temps, être ionisée. Nous verrons plus tard (Chap. III) qu'en première approximation une molécule polaire non ionisée peut être caractérisée, tant au point de vue des actions qu'elle exerce que de celles qu'elle subit, par un vecteur appelé *moment électrique*. Une molécule polaire ionisée sera caractérisée à la fois par sa charge totale et par son moment électrique.

Finalement, à l'échelle moléculaire, on n'a à considérer que des centres matériels, de dimensions très faibles, placés dans le vide et caractérisés, au point de vue électrique, par une charge électrique invariable et par un moment électrique qui, comme nous le verrons, peut être modifié par les actions électrostatiques. Les positions de ces centres, leurs charges et leurs moments étant supposés connus, on peut en principe, par la formule de Coulomb, calculer les actions électrostatiques subies par chacun d'eux. Il faut cependant observer qu'en fait, ces centres matériels ne sont jamais immobiles. Il en résulte qu'aux forces de Coulomb se superposent des forces électrodynamiques, de sorte que, si l'on peut bien parler, à l'échelle moléculaire, d'actions électrostatiques, en entendant par là les actions coulombiennes, on n'a jamais affaire à proprement parler, à des phénomènes d'électrostatique.

1.3. **Le point de vue macroscopique.** — Il en est tout autrement à l'échelle sensible. Considérons en effet un élément de volume $d\tau$, contenant le point A, et qui, tout en étant très petit à notre échelle, soit cependant suffisamment grand pour contenir un nombre énorme de corpuscules. On y trouve :

1° des molécules et des atomes neutres;

2° des ions positifs et négatifs provenant de l'ionisation d'atomes et de molécules;

3° des molécules polaires neutres ou ionisées.

Supposons qu'autour du point A, il y ait, par unité de volume, n_1 ions de charge e_1, n_2 ions de charge e_2, ..., n_i ions de charge e_i. L'élément $d\tau$ contiendra une charge totale $\Sigma_i n_i e_i \, d\tau$. Il pourra être considéré comme contenant de la matière *continue*, imprégnée par un fluide électrique *continu* de densité

$$\rho = \Sigma_i n_i e_i, \tag{1.4}$$

variable d'ailleurs d'un point à l'autre. L'introduction d'une charge continue de densité ρ, à la place de la somme $\Sigma_i n_i e_i$ des charges élémentaires, permettra de traiter l'élément de volume très petit $d\tau$ comme un élément infiniment petit, au sens mathématique du terme.

En dépit du mouvement désordonné des corpuscules élémentaires, il pourra se faire que, comme son support matériel, la charge macroscopique $\rho \, d\tau$ soit immobile. Il s'agira alors, du point de vue corpusculaire, d'une immobilité statistique. Du point de vue macroscopique, si toutes les charges sont immobiles, il y aura *équilibre électrique*.

Considérons d'autre part les molécules polaires. Chacune d'elles est caractérisée par son moment électrique. Si tous ces moments sont orientés au hasard, tout se passera, à notre échelle, comme s'ils n'existaient pas. Dans le cas contraire, leurs actions se combineront suivant les lois de la statistique. Il en résultera des propriétés spéciales de la matière qu'on dira alors *polarisée* et ces propriétés se traduiront par l'existence, en chaque point A, d'un vecteur $\vec{P}$ appelé *polarisation*. Le produit par $d\tau$ de ce vecteur sera la moyenne statistique des moments électriques de toutes les molécules polaires contenues dans l'élément $d\tau$. Dans les systèmes en équilibre électrique, le vecteur polarisation sera invariable.

La façon dont se distribuent la densité de charge et la polarisation sur les corps électrisés, en équilibre électrique, dépend essentiellement des propriétés macroscopiques de la matière, en particulier de la plus ou moins grande rigidité du lien qui maintient les charges sur leurs supports matériels. Nous serons amenés à distinguer le cas des conducteurs et celui des isolants, et nous les étudierons, de façon approfondie, dans les deux chapitres suivants. Mais on peut formuler des propriétés très générales des distributions d'équilibre, indépendamment des propriétés de la matière sous-jacente. C'est ce que nous ferons dans ce premier chapitre. Il nous faudra toutefois exclure le cas où il y a une polarisation. Ce cas sera traité à part et fera l'objet du Chapitre III. Signalons cependant dès maintenant qu'à divers points de vue, la polarisation des milieux matériels équivaut à des distributions *fictives* de charges continues, de sorte que les résultats généraux que nous allons établir pour des distributions de charges *réelles*, nous seront utiles ultérieurement dans l'étude des milieux polarisés.

1.4. **Champ électrostatique.** — Revenons à la formule (1.3). On voit que la force $\vec{F}$ qui s'exerce sur la charge q est le produit par q d'un vecteur $\vec{E}$ indépendant de q et ayant pour expression

$$\vec{E} = \Sigma_i\, q_i \frac{\overrightarrow{A_i M}}{r_i^3}. \tag{1.5}$$

On peut attribuer à ce vecteur une existence indépendante de la charge q. Il symbolise alors une certaine propriété de l'espace au point M, propriété due à la présence aux divers points A_i des charges q_i et se manifestant, lorsqu'on place en M une charge q, par l'apparition d'une force

$$\vec{F} = \vec{E} q \tag{1.6}$$

s'exerçant sur cette charge. On dit qu'au point M règne un *champ électrostatique* $\vec{E}$. Les composantes de $\vec{E}$ sur trois axes de coordonnées rectangulaires sont, en désignant par ξ_i, η_i, ζ_i, les coordonnées du point A_i et par x, y, z, celles de M

$$\left\{\begin{aligned} E_x &= \Sigma_i\, q_i \frac{x-\xi_i}{r_i^3}, \\ E_y &= \Sigma_i\, q_i \frac{y-\eta_i}{r_i^3}, \\ E_z &= \Sigma_i\, q_i \frac{z-\zeta_i}{r_i^3}. \end{aligned}\right. \tag{1.7}$$

Introduisons maintenant la densité continue de charge et soit ρ sa valeur au point A, dont les coordonnées seront désignées par ξ, η, ζ, de sorte que l'élément de volume contenant le point A sera $d\tau = d\xi\, d\eta\, d\zeta$. Les expressions des composantes des champs doivent évidemment s'écrire

$$(1.8) \qquad \left\{\begin{aligned} E_x &= \iiint \rho \frac{x-\xi}{r^3}\, d\tau, \\ E_y &= \iiint \rho \frac{y-\eta}{r^3}\, d\tau, \\ E_z &= \iiint \rho \frac{z-\zeta}{r^3}\, d\tau, \end{aligned}\right.$$

avec

$$(1.9) \qquad r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}.$$

Les variables d'intégration sont ξ, η, ζ, et les intégrales sont des fonctions de x, y, z. Les intégrations sont à étendre à tous les points de l'espace où ρ n'est pas nul, ou, ce qui revient au même, à l'espace tout entier.

Jusqu'ici, le champ n'est défini qu'en dehors des volumes occupés par les charges. Mais les intégrales (1.8) conservent un sens, même si au point M, la densité ρ n'est pas nulle, parce que les fonctions sur lesquelles portent les intégrations, ne deviennent infinies en ce point, c'est-à-dire pour $r = 0$, que comme $\frac{1}{r^2}$. Supposons alors qu'on pratique autour du point M, dans la matière chargée, une cavité de petites dimensions et de forme quelconque. Les composantes du champ qui y règne, sont données par les formules (1.8), où les intégrales sont étendues à tout l'espace extérieur à la cavité. Or un théorème bien connu d'Analyse nous apprend que ces intégrales diffèrent infiniment peu des intégrales étendues à l'espace entier. Il est donc naturel de continuer à appeler champ électrostatique le vecteur défini par (1.8) : c'est, à la limite, le champ qu'on mesurerait dans la cavité qu'on vient de considérer, si elle était infiniment petite [1]. Si d'ailleurs $du = dx\, dy\, dz$ désigne un élément de volume contenant le point M, la résultante des forces de Coulomb appliquées à la charge infiniment petite $\rho\, du$ est égale, à un infiniment petit d'ordre supérieur près,

---

[1] Si l'on tient compte de la structure discontinue des charges, on montre, dans la théorie de Lorentz, que c'est la valeur moyenne du champ, très rapidement variable dans le temps et dans l'espace, qui règne autour de M. (*Voir* § 3.13.)

à $\vec{E}\rho\,du$ et le vecteur $\vec{E}$ présente tous les caractères physiques du champ dans le vide [1].

Les formules (1.5) et (1.6) ayant été écrites sans coefficients de proportionnalité, l'unité de champ se trouve définie, et elle est rattachée, en même temps que l'unité de charge, aux unités mécaniques. Cette unité, qui est l'*unité électrostatique* C. G. S., est le champ qui exerce, sur l'unité de charge, une force de 1 dyne. C'est aussi le champ créé, à 1 cm de distance, par l'unité de charge. Ces deux définitions ne sont, bien entendu, compatibles, que parce qu'on a choisi convenablement l'unité de charge, en faisant $k = 1$ dans la formule de Coulomb.

Le champ électrostatique jouit d'importantes propriétés que nous allons établir et qui ne sont autres d'ailleurs que celles des champs newtoniens.

1.5. **Première propriété fondamentale du champ électrostatique. Existence d'un potentiel.** — Considérons une charge q située dans un champ électrostatique $\vec{E}$. Sur cette charge s'exerce la force

$$\vec{F} = \vec{E}q. \tag{1.10}$$

Au cours d'un déplacement infiniment petit $\vec{dl}$ de la charge q, la force $\vec{F}$ effectue le travail élémentaire

$$d\mathcal{T} = q\vec{E}\,\vec{dl}. \tag{1.11}$$

Supposons d'abord que le champ soit dû à une charge ponctuelle unique q_1. On a alors, en désignant par dr la variation de la distance des deux charges au cours du déplacement de la charge q,

$$d\mathcal{T} = q\frac{q_1}{r^2}dr. \tag{1.12}$$

Ce travail est une différentielle totale; on peut en effet écrire

$$d\mathcal{T} = -q\,dV \tag{1.13}$$

---

[1] La notion physique de champ ne s'étend pas aussi aisément à tous les milieux matériels. Nous avons supposé ici qu'il n'y avait pas de polarisation. Dans les milieux isolants polarisés (Chap. III), on peut encore, comme nous le verrons, définir un champ. Mais il perd, en partie, les caractères physiques du champ dans le vide : en particulier, il n'est pas, en général, en relation aussi simple avec les forces d'origine électrostatique qui s'exercent sur les charges contenues dans le milieu.

en désignant par V la fonction

$$V(x, y, z) = \frac{q_1}{r}. \tag{1.14}$$

Ce résultat se généralise sans difficulté : si le champ est dû à un nombre quelconque de charges q_i, le travail élémentaire de la force appliquée à la charge q est égal, au produit par $-q$ de la différentielle totale de la fonction

$$V(x, y, z) = \Sigma_i \frac{q_i}{r_i}, \tag{1.15}$$

dont l'expression s'écrit, en introduisant la densité ρ,

$$V(x, y, z) = \iiint \frac{\rho(\xi, \eta, \zeta)}{r} d\tau. \tag{1.16}$$

Cette fonction qui, comme le champ, est définie même aux points de l'espace où la densité de charge n'est pas nulle, s'appelle *potentiel* du champ $\vec{E}$.

Si la charge q subit un déplacement fini, le travail de la force électrostatique qui lui est appliquée ne dépend que des valeurs V_A et V_B du potentiel aux points de départ et d'arrivée A et B. Cela résulte de ce que la fonction V est une fonction *uniforme* des variables x, y, z. Ce travail est

$$\mathcal{E}_A^B = q(V_A - V_B). \tag{1.17}$$

Si la charge parcourt le circuit fermé C, le travail est nul, ce que nous écrivons

$$\mathcal{E}_C = 0. \tag{1.18}$$

Soient maintenant MN une droite orientée, E_n la projection sur cette droite du champ $\vec{E}$ au point M et $\vec{dn}$ un vecteur infiniment petit MM′ porté par elle (*fig.* 1.2). Si V et $V + dV$ sont les valeurs de la fonction V en M et en M′, on peut écrire

$$\vec{E}\,\vec{dn} = E_n\,dn = -dV \tag{1.19}$$

ou

$$E_n = -\frac{dV}{dn}. \tag{1.20}$$

Ainsi, *la composante du champ suivant une direction quelconque* *est égale, au signe près, à la dérivée de la fonction* V *dans cette direction.*

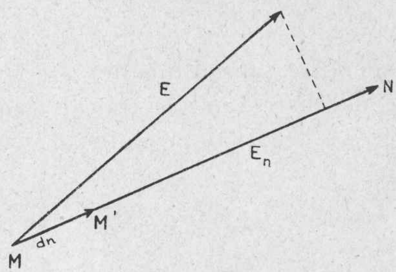

Fig. 1.2.

En particulier, les composantes du champ sur les axes de coordonnées sont les dérivées partielles de la fonction — V :

$$(1.21) \qquad E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z},$$

et, en notation vectorielle, ces trois équations se traduisent par l'équation équivalente

$$(1.22) \qquad \vec{E} = -\operatorname{grad} V.$$

L'équation (1.18), dans laquelle on fait $q = 1$, s'écrit

$$(1.23) \qquad (A) \quad \int_C \vec{E}\, d\vec{l} = 0.$$

Cette équation, supposée vérifiée *quel que soit le contour fermé* C, exprime, comme on le sait, la condition nécessaire et suffisante pour que les composantes de $\vec{E}$ soient les dérivées partielles d'une fonction *uniforme*. Elle traduit ainsi une *première propriété fondamentale du champ électrostatique, l'existence d'un potentiel uniforme.*

L'unité de potentiel se trouve définie par la formule fondamentale (1.14) : c'est le potentiel créé à une distance de 1 cm par une charge ponctuelle égale à 1 u. é. s. C. G. S.; elle vaut environ 300 fois l'unité pratique qui est le *volt*.

1.6. **Surfaces de niveau. Lignes de force.** — Les surfaces ayant pour équation

$$(1.24) \qquad V(x, y, z) = \text{const.},$$

forment une famille simplement infinie; on les appelle *surfaces équipo-*