全国考试竞赛命题研究组策划

走进美妙的数学花园

系列丛书

石长地　主编

小学四年级

数学

科学技术文献出版社

"走进美妙的数学花园"系列丛书

小学四年级数学

主　编　石长地
编　著　李景华　石长地
策　划　全国考试·竞赛命题研究组

科学技术文献出版社
Scientific and Technical Documents Publishing House
北　京

图书在版编目(CIP)数据

小学四年级数学/石长地主编. -北京:科学技术文献出版社,2007.6(重印)

(走进美妙的数学花园系列丛书)

ISBN 978-7-5023-3225-9

Ⅰ.小… Ⅱ.石… Ⅲ.数学课-小学-教学参考资料 Ⅳ.G633.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 38986 号

出版者 科学技术文献出版社
地址 北京市复兴路15号(中央电视台西侧)/100038
图书编务部电话 (010)51501739
图书发行部电话 (010)51501720,(010)68514035(传真)
邮购部电话 (010)51501729
网址 http://www.stdph.com
E-mail:stdph@istic.ac.cn
策划编辑 科文
责任编辑 庞美珍
责任出版 王杰馨
发行者 科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销
印刷者 北京国马印刷厂
版(印)次 2007年6月第1版第4次印刷
开本 850×1168 32开
字数 205千
印张 7.625
印数 16001~19000册
定价 11.00元

前　言

近些年来，世界范围内的数学竞赛方兴未艾。我国自参赛以来，不断取得优异成绩。1997年，我国参加在阿根廷布宜诺斯艾利斯举办的第37届世界数学奥林匹克竞赛，6名选手均获金牌，并取得了团体第一名的好成绩。学生参加各学科的奥林匹克竞赛活动，不但为国家争得了荣誉，也已成为他们丰富学习内容、增长知识、提高各门功课学习成绩的重要方式之一。

为进一步推动我国数学文化的传播，激发广大青少年探索数学奥秘的兴趣，在日常的学习和参加数学竞赛活动中取得好的成绩，同时为了配合目前中小学素质教育，我们邀请了具有多年教学与辅导经验的权威老师，编写了这套《走进美妙的数学花园》系列丛书。

参加本丛书编写工作的老师，全部来自于数学第一线，具有扎实的基础理论功底和丰富的教学实践经验。他们结合自己多年教学、科研和参赛辅导的经验，在总结各类数学竞赛教学讲义、习题解答及辅导材料的基础上，博采众家之长，形成了本丛书独具特色的风格和特点。

目　录

一 数字谜(一)

在三年级的学习中,我们已经讲过一些简单的数字谜问题。从这一讲开始,我们要学习求解一些比较复杂的数字谜问题。所谓数字谜问题是指在某种算式或者图形中,含有一些用空格、文字或字母等符号表示的待定数字,要求填上合适的数字,使算式或者图形成立的一类问题。空格类数字谜一般包括填横式、填竖式或者图形中的空格。

【例 1】 将 1~9 这几个数字填入下面横式的空格中,使每个算式都成立。

$$\begin{cases} \square + \square = \square \\ \boxed{8}\boxed{4} \times \square = \square\square\square \end{cases}$$

分析:

实际上,这个数字谜要求填出九个数字中剩下的七个。显然突破口在第二式,因为 84 是偶数,偶数乘以任何数的积均为偶数,所以第二式积的个位数只能是除 8、4 以外的 2 或者 6。

试验:

若积的个位数是 2,只有 $84 \times 3 = 252$,但是 2 重复,不成立;

若积的个位数是 6,则有 $84 \times 9 = 756$,还剩 1、2、3 三个数字,容易组合成 $1 + 2 = 3$。

我们把这个问题的解答写在下面:

解: $\boxed{1} + \boxed{2} = \boxed{3}$

$\boxed{8}\boxed{4} \times \boxed{9} = \boxed{7}\boxed{5}\boxed{6}$

一般来说,像例 1 这类填横式类数字谜,常常要求我们善于观

案，能灵活运用判断、推理、尝试试验等方法。

【例 2】 在下面算式的空格内，填入适当的数字，使算式成立。

$$
\begin{array}{rrrrrr}
 & & & \square & 1 & \square \\
\times & & & 3 & \square & 2 \\
\hline
 & & & \square & 3 & \square \\
 & & 3 & \square & 2 & \square \\
 & \square & 2 & \square & 5 & \\
\hline
1 & \square & 8 & \square & 3 & 0
\end{array}
$$

分析：这是一道乘法竖式数字谜。应先填哪些空格呢？或者应以哪些空格为突破口？虽然算式中含有许多空格，但是仍然存在可供推理的逻辑特征。

为了以下分析时叙述的方便，我们假设被乘数是 $\overline{a1b}$，乘数是 $\overline{3c2}$（$\overline{a1b}$ 表示这个三位数的百位数字是 a，十位数字是 1，个位数字是 b），如下面的算式：

$$
\begin{array}{rrrrrrl}
 & & & a & 1 & b & \\
\times & & & 3 & c & 2 & \\
\hline
 & & & \square & 3 & \square & \cdots\text{第一部分积} \\
 & & 3 & \square & 2 & \square & \cdots\text{第二部分积} \\
 & \square & 2 & \square & 5 & & \cdots\text{第三部分积} \\
\hline
1 & \square & 8 & \square & 3 & 0 & \cdots\text{乘积}
\end{array}
$$

根据竖式乘法的法则，有下面的关系式：

$\overline{a1b}\times 2=\square\ 3\ \square$

$\overline{a1b}\times c=3\ \square\ 2\ \square$

$\overline{a1b}\times 3=\square\ 2\ \square\ 5$

从乘法竖式乘积的个位数是 0，我们知道第一部分积 $\square\ 3\ \square=\square\ 3\ 0$，所以 b 只能是 0 或者 5。根据 $\overline{a1b}\times 2$ 的积仍是三位

数,可以判断 a 不能大于 4。

由于第三个部分积是 $\square\ 2\ \square\ 5$,所以 b 是 5,而 $\overline{a1b}\times 3=\square\ 2\ \square\ 5$,所以 a 是 4。

由此,我们得到:

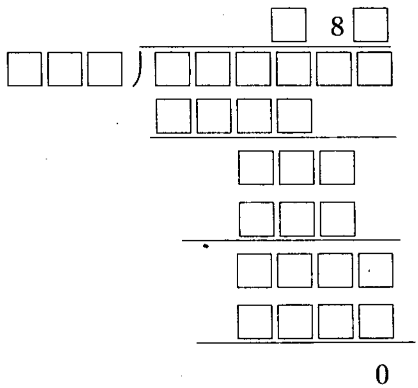
$$\begin{array}{r}
4\ 1\ 5\\
\times\quad 3\ c\ 2\\
\hline
8\ 3\ 0\\
3\ \square\ 2\ \square\quad\\
1\ 2\ 4\ 5\quad\quad\\
\hline
1\ \square\ 8\ \square\ 3\ 0
\end{array}$$

至此,从算式 $415\times c=3\ \square\ 2\ \square$,唯一确定 $c=8$。我们写出这个问题的解。

☞ **解:**

$$\begin{array}{r}
\boxed{4}\ 1\ \boxed{5}\\
\times\quad 3\ \boxed{8}\ 2\\
\hline
\boxed{8}\ 3\ 0\\
3\ \boxed{3}\ 2\ \boxed{0}\quad\\
\boxed{1}\ 2\ \boxed{4}\ 5\quad\quad\\
\hline
1\ \boxed{5}\ 8\ \boxed{5}\ 3\ 0
\end{array}$$

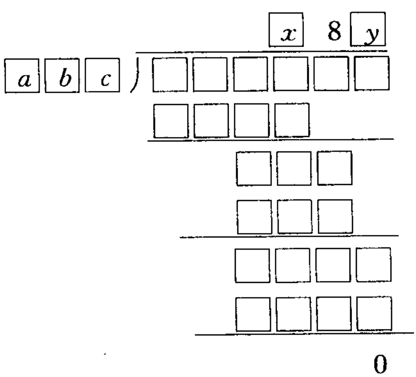
☞ **【例 3】** (北京市第一届小学迎春杯数学竞赛试题)在下面除法竖式的空格内,各填上一个合适的数字,使算式成立:



这道算式只给出了两个数字 8、0。一般地，题目中给出的条件越少，那么这个问题就越难。

分析：因为除法与乘法是互逆运算，在整除情况下，有下面的关系：被除数＝商数×除数。这样，如果能先填出商数和除数，那么被除数也就轻松算出了。再根据竖式除法的法则，容易推出其余的空格。所以，商数和除数中的空格是解此题的突破口。

为了叙述方便，我们假设商数为 $\overline{x8y}$，除数是 $\overline{abc}$，如下面的算式：



…第一行

…第二行

…第三行

…第四行

…第五行

…第六行

根据竖式除法的法则,有如下关系:

$\overline{abc}\times x=\square\square\square\square$　　　　（第二行）

$\overline{abc}\times 8=\square\square\square$　　　　（第四行）

$\overline{abc}\times y=\square\square\square\square$　　　　（第六行）

从 $\overline{abc}\times 8=\square\square\square$ 可知,$a=1$;

从 $\overline{abc}\times x=\square\square\square\square$,可知 $x>8$,这样 $x=9$;同理可知 $y=9$。

因此,商数为 989。

由于 $a=1$,算式 $\overline{abc}\times 8=\square\square\square$,就是 $\overline{1bc}\times 8=\square\square\square$,由此可知除法算式中第四行$\square\square\square$的最高位数字可能是 8 或者 9。又知道第三行数减去第四行数所得的差第五行前三位仍是三位数,所以第四行$\square\square\square$的百位数字是 8,而第三行的百位数字是 9,第五行的千位数是 1,即

$\overline{1bc}\times 8=8\square\square$

$\overline{1bc}\times 9=1\square\square\square$

由这两个算式可推出:

$b=1,c=2$。

因此,除数为 112。

这样,被除数 $=989\times 112=110768$。

解:

$$\begin{array}{r}
\boxed{9}\ 8\ \boxed{9} \\
\boxed{1}\boxed{1}\boxed{2}\,\overline{)\boxed{1}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{7}\boxed{6}\boxed{8}} \\
\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{8}\phantom{\boxed{0}\boxed{0}} \\
\hline
\boxed{9}\boxed{9}\boxed{6}\phantom{\boxed{0}} \\
\boxed{8}\boxed{9}\boxed{6}\phantom{\boxed{0}} \\
\hline
\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{8} \\
\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{8} \\
\hline
0
\end{array}$$

通过以上三例，我们认为解数字谜应注意以下三点：

(1)不要盲目瞎猜乱填，要认真观察思考算式的特征和数量关系，特别要注意发掘一些较为隐蔽的数量关系。如例 3 中的 $\overline{1bc}\times 8 = 8\square\square$，这是要经过一番逻辑推理才能发现的，而这个关系式正是求出除数 112 的关键。

(2)选择恰当的突破口。例 1 以乘法算式的个位数为突破口，例 2 以被乘数和乘数为突破口，而例 3 以商数和除数为解题突破口。

(3)数字谜问题不可避免地要进行试验，试验之前应该先估算所求数字的取值范围，这样能提高试验效率。

下面我们看一道图形算式的例子：

☞ **【例 4】** 在下面算式的每个小方格内填上适当的数，使得所有等式(包括四个横向、四个纵向)都成立。

$$
\begin{array}{ccccccc}
4 & + & \square & - & \square & = & 2 \\
+ & & - & & + & & + \\
\square & - & 2 & + & 0 & = & \square \\
- & & + & & - & & - \\
\square & + & \square & - & 6 & = & 6 \\
\| & & \| & & \| & & \| \\
\square & + & 5 & - & \square & = & 3
\end{array}
$$

☞ **分析**：为叙述方便，我们先在方格内填上字母，如下式：

$$
\begin{array}{ccccccc}
4 & + & \boxed{a} & - & \boxed{b} & = & 2 \\
+ & & - & & + & & + \\
\boxed{c} & - & 2 & + & 0 & = & \boxed{d} \\
- & & + & & - & & - \\
\boxed{e} & + & \boxed{f} & - & 6 & = & 6 \\
\| & & \| & & \| & & \| \\
\boxed{g} & + & 5 & - & \boxed{h} & = & 3
\end{array}
$$

观察纵向第四式只有方格 d 未知，容易算出 $d=7$。这样，横向第二式 $c=9$。

由纵向第三式知 $b\geqslant 6$，由横向第一式得 $a\geqslant 4$。以下以 a 为突破口，进行试验。

试验：

若 $a=4$，则 $f=3, e=9, g=4, h=6, b=12$，而横向第一式 $4+4-12\neq 2$；

若 $a=5$，则 $f=2, e=10, g=3, h=5, b=11$，而 $4+5-11\neq 2$；

若 $a=6$，则 $f=1, e=11, g=2, h=4, b=10$，而 $4+6-10\neq 2$；

若 $a=7$，则 $f=0, e=12, g=1, h=3, b=9$，而 $4+7-9=2$，即 $a=7$ 时，所有等式都成立。

$a=8$ 或 $a>8$ 时，f 不存在。

解：

$$
\begin{array}{ccccccc}
4 & + & \boxed{7} & - & \boxed{9} & = & 2 \\
+ & & - & & + & & + \\
\boxed{9} & - & 2 & + & 0 & = & \boxed{7} \\
- & & + & & - & & - \\
\boxed{12} & + & \boxed{0} & - & 6 & = & 6 \\
\parallel & & \parallel & & \parallel & & \parallel \\
\boxed{1} & + & 5 & - & \boxed{3} & = & 3
\end{array}
$$

在本题分析求解过程中，我们可以看出，在试验之前，对 a、b 的取值范围进行了估算之后，减少了试验次数，提高了试验效率。

【小结】 (1)解数字谜应注意观察算式或者图形的特征和数量关系；

(2)注意选择适当的突破口；

(3)注意运用估算技巧。

另外，若填空格的答案不唯一，即可能多解时，一般情况下只求出一个解就可以了。

☞ 练习一

1. 将 1～9 这九个数字填入下面的空格内,使等式成立。

$$\begin{cases} \square+\square-\square=\square \\ \square\times\square\div\square=\boxed{1}\,\boxed{6} \end{cases}$$

2. 把 0～9 这十个数字分别填入下面的空格中,使每个算式都成立。

$$\begin{cases} \square+\square=\square \\ \square-\square=\square \\ \square\times\square=\square\square \end{cases}$$

3. 在下列各算式的空格内填入适当的数字,使得算式成立。

(1)

$$\begin{array}{r} \square\,8 \\ \square\square\,\overline{)\,\square\square\square\square} \\ \underline{\square\square\square\ \ } \\ \square\square \\ \underline{\square\square} \\ 0 \end{array}$$

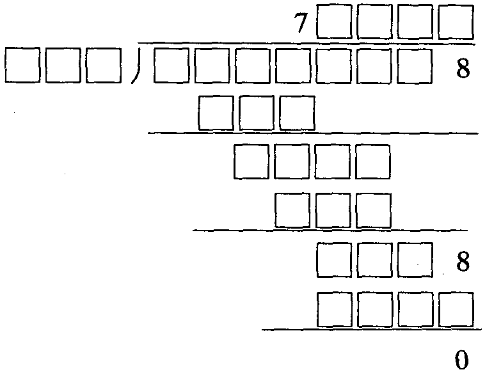
(2)

$$\begin{array}{r} \square\,3\,\square \\ \times\quad 7\,\square\,4 \\ \hline \square\,4\,\square \\ 1\,\square\,1\,\square\ \ \\ \square\,6\,\square\,5\ \ \ \ \\ \hline 1\,\square\,9\,\square\,4\,0 \end{array}$$

(3)

$$\begin{array}{r} \square\,2\,\square\,\square \\ \times\qquad \square\,6 \\ \hline \square\,\square\,\square\,4 \\ \square\,\square\,7\,0\ \ \\ \hline \square\,\square\,\square\,\square\,4 \end{array}$$

(4)



4. 将图 1-1 中 14、16、18 分别填入剩下各空格内，每个数用三次，使得每行每列及对角线上的三个数之和相等。

	18	
14		
		16

图 1-1

5. 将 1～8 这八个数字填入图 1-2 中的空格内，使横行和竖列的算式都成立。

	−		=	
÷				+
=				=
	×		=	

图 1-2

6. 将 1～9 这九个数字分别填入图 1-3 中的空格内，使每一行

的三个数字组成一个三位数，并且使第二行、第三行的三位数分别是第一行的三位数的二倍和三倍。

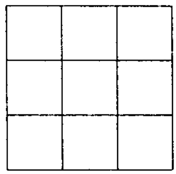


图 1-3

二　数字谜(二)

这一讲我们来学习含字母、文字或者符号类的数字谜问题。这类数字谜具有与填空格类数字谜不同的特点,它往往要求不同的字符代表不同的数字。请看下面的例子:

【例1】 把175分成下面算式中四个字母A、B、C、D所代表的四个数的和,不同的字母代表不同的数字,它们各代表什么数时,算式成立?

$A+4=B-4=C\times4=D\div4$

分析:由于乘法、除法的可能情形比加法、减法的可能情形少,所以我们以D为解此道数字谜的突破口。

因为$C\times4=D\div4$,所以$C=D\div4\div4$,即$C=D\div16$,由C是整数,得出D可能是小于175的16的倍数即16、32、48、64、80、96、112、128、144、160中的一个数。

又由$A+4=D\div4$,得$A=D\div4-4$。

由$B-4=D\div4$,得$B=D\div4+4$。

再由大前提$A+B+C+D=175$,即$(D\div4-4)+(D\div4+4)+(D\div16)+D=175$。通过试验可推算出$D=112$。

这样,我们得到当$A=D\div4-4=24$,$B=D\div4+4=32$,$C=D\div16=7$时,等式成立。我们写出这个问题的解答。

解:当$A=24$,$B=32$,$C=7$,$D=112$时,$A+B+C+D=175$,算式$24+4=32-4=7\times4=112\div4$成立。

【例2】 (第四届北京市小学迎春杯数学竞赛试题)下面算式里,相同的汉字代表同一个数字,不同的汉字代表不同的数字,如果以下三个等式都成立: