

高等学校教材

沈火明 高淑英 主编

LILUN LIXUE

理论力学

第二版

中国铁道出版社

CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE



高等学校教材

理论力学

第二版

沈火明 高淑英 主编

中国铁道出版社

2007年·北京

内 容 简 介

本书是根据教育部“高等学校工科本科理论力学课程教学基本要求”和教育部工科学教学指导委员会“面向 21 世纪工科学课程教学改革的基本要求”编写而成的。全书共分十四章,分别阐述了静力学、运动学、动力学的基本内容和理论,重点讲述揭示问题、分析问题、解决问题的思路和方法。本书适用课时数为60~80学时。

本书可作为高等院校工科各相关专业理论力学课程的教材,也可作为夜大、函授大学、职工大学相关专业的自学和函授教材,还可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/沈火明,高淑英主编.—2版.—北京:中国铁道出版社,2007.6

高等学校教材

ISBN 978-7-113-07937-6

I. 理… II. ①沈…②高… III. 理论力学-高等学校-教材 IV. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 071403 号

书 名: 理论力学 (第二版)

作 者: 沈火明 高淑英 主编

出版发行: 中国铁道出版社 (100054, 北京市宣武区右安门西街 8 号)

责任编辑: 程东海

编辑部电话: 010-51873135

封面设计: 薛小卉

印 刷: 北京鑫正大印刷有限公司

开 本: 787×960 1/16 印张: 16.5 字数: 332 千

版 本: 2004 年 8 月第 1 版 2007 年 7 月第 2 版 2007 年 7 月第 3 次印刷

印 数: 6 001~10 000 册

书 号: ISBN 978-7-113-07937-6/O·159

定 价: 26.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。

联系电话(市电)010-51873171 (路电)021-73171

网址:<http://www.tdpress.com>

第二版前言

本书第一版于2004年8月出版,为适应当前的教学要求,根据3年来的教学实践和兄弟院校的意见,对第一版进行了适当的修订。修订后的第二版满足教育部“高等学校工科本科理论力学课程教学基本要求”和教育部工科大学课程教学指导委员会“面向21世纪工科大学课程教学改革的基本要求”,可作为高等院校机械类、材料类、地质类专业《理论力学》中、少学时教材。本书适用课时数为60~80学时。

本次修订保留了原书的体系和特点。主要做了以下工作:

(1)根据本课程的基本要求,适当补充了一些思考题和有一定深度的习题,以弥补原有习题量的不足。

(2)在第六章和第十三章中,分别增加了“牵连运动为转动时点的加速度合成定理”一节和“动力学普遍方程”一节,以使该两章内容更加完整。

(3)为适应当前各校的教学要求和理论力学实验教学的需要,增加了“机械振动基础”一章,也可作为理论力学教学内容的专题部分。

(4)调整了部分例题,增加了部分典型的应用型例题。

本次修订由沈火明教授、高淑英教授负责,经教材修订小组讨论定稿。修订工作同时得到了西南交通大学国家工科基础课程力学教学基地、西南交通大学国家力学实验教学示范中心的支持,西南交通大学一般力学教研室的老师们也给予了多方面的帮助。在此一并表示感谢。

本修订版由邱秉权教授审阅,并对本书的修订提出了很多宝贵意见,特此致谢。

本书虽经修改,但限于我们的水平和条件,缺点和错误仍在所难免,衷心希望大家提出批评和指正,使本书不断提高和完善。

编者
2007年5月

第一版前言

为了适应新世纪课程分级教学的需要和目前教学学时数的要求,我们在总结多年来教学实践的基础上,根据教育部“高等学校工科本科理论力学课程教学基本要求”和教育部工科力学教学指导委员会“面向 21 世纪工科力学课程教学改革的基本要求”,编写了这本《理论力学》中、少学时教材。本教材适用课时数为 60~80 学时。

在编写教材时编者力图在以下几个方面作一些改进:(1)提高起点,中学物理学中已讲述的内容,本书尽量不讲,以免重复;对基本概念的叙述力求简练和准确;(2)考虑到计算机应用的普及,注意使用矢量、矩阵等数学工具以适应计算机的使用要求;(3)针对工程中求解动力学问题的实际要求,重视对运动过程的分析,而不仅限于分析特定瞬时或特定位置的运动;(4)注重联系工程实际,从不同的角度提出问题,揭示矛盾,培养读者发现问题、分析问题和解决问题的能力;(5)适当增加一些加深和扩展内容,作为本课程与现代科技的接口。

本书适用于高等工科院校 4 年制土建、机械、材料、航空航天、水利、动力等专业,也可供其他专业选用,或作为自学、函授教材。

本书由高淑英、沈火明主编。全书共分三篇十三章,引言由高淑英编写,第一、二、三、四、五、六、七、十三章由沈火明编写,第八、九、十、十一章由刘菲编写,第十二章由葛玉梅编写。全书由高淑英和沈火明统稿、定稿。

在本书编写过程中,西南交通大学一般力学教研室的教师给予了多方面的帮助,邱秉权教授对本书的编写提出了不少建议,张明教授对本书的大部分内容进行了审阅,提出了宝贵的意见。在此一并表示衷心感谢。

限于编者的水平和条件,缺点和错误在所难免,诚恳希望读者提出批评指正。

编者

2004 年 7 月

主要符号表

| | | | |
|----------|------------------|-----------|-----------------|
| a | 加速度 | L_C | 刚体对质心的动量矩 |
| a_n | 法向加速度 | m | 质量 |
| a_t | 切向加速度 | M_z | 对 z 轴的矩 |
| a_a | 绝对加速度 | M, M_O | 力偶矩, 主矩 |
| a_r | 相对加速度 | $M_O(F)$ | 力 F 对点 O 的矩 |
| a_e | 牵连加速度 | M_I | 惯性力的主矩 |
| a_c | 科氏加速度 | n | 质点数目 |
| A | 面积 | O | 参考坐标系的原点 |
| f | 动摩擦因数 | p | 动量 |
| f_s | 静摩擦因数 | P | 重量, 功率 |
| F | 力 | q | 载荷集度, 广义坐标 |
| F'_R | 主矢 | r | 半径 |
| F_s | 静滑动摩擦力 | r | 矢径 |
| F_N | 法向约束力 | r_O | 点 O 的矢径 |
| F_{Ie} | 牵连惯性力 | r_C | 质心的矢径 |
| F_{Ic} | 科氏惯性力 | R | 半径 |
| F_I | 惯性力 | s | 弧坐标 |
| g | 重力加速度 | t | 时间 |
| h | 高度 | T | 动能, 周期 |
| i | x 轴的单位矢量 | v | 速度 |
| I | 冲量 | v_a | 绝对速度 |
| j | y 轴的单位矢量 | v_r | 相对速度 |
| J_z | 刚体对 z 轴的转动惯量 | v_e | 牵连速度 |
| J_{xy} | 刚体对 x, y 轴的惯性积 | v_C | 质心速度 |
| J_C | 刚体对质心的转动惯量 | V | 势能, 体积 |
| k | 弹簧刚度系数 | W | 力的功 |
| k | z 轴的单位矢量 | x, y, z | 直角坐标 |
| l | 长度 | α | 角加速度 |
| L_O | 刚体对点 O 的动量矩 | β | 角度坐标 |

| | | | |
|-------------|----------|------------|-------|
| δ | 滚阻系数 | ψ | 角度坐标 |
| δ | 变分符号 | ω_0 | 固有角频率 |
| ζ | 阻尼比 | ω | 角速度 |
| η | 减缩因数 | ω_a | 绝对角速度 |
| ρ | 密度, 曲率半径 | ω_r | 相对角速度 |
| φ | 角度坐标 | ω_e | 牵连角速度 |
| φ_f | 摩擦角 | | |

目 录

| | |
|-----|---|
| 绪 论 | 1 |
|-----|---|

第一篇 静 力 学

| | |
|---------------------|---|
| 第一章 静力学基本概念与物体的受力分析 | 3 |
|---------------------|---|

| | |
|---------------|---|
| § 1-1 静力学基本概念 | 3 |
|---------------|---|

| | |
|----------------|---|
| § 1-2 静力学的公理体系 | 4 |
|----------------|---|

| | |
|---------------|---|
| § 1-3 约束和约束反力 | 7 |
|---------------|---|

| | |
|-------------------|----|
| § 1-4 物体的受力分析和受力图 | 11 |
|-------------------|----|

| | |
|-----|----|
| 思考题 | 13 |
|-----|----|

| | |
|----|----|
| 习题 | 14 |
|----|----|

| | |
|----------|----|
| 第二章 平面力系 | 17 |
|----------|----|

| | |
|-----------------------|----|
| § 2-1 平面汇交力系合成与平衡的几何法 | 17 |
|-----------------------|----|

| | |
|-----------------------|----|
| § 2-2 平面汇交力系合成与平衡的解析法 | 18 |
|-----------------------|----|

| | |
|-------------------|----|
| § 2-3 力对点之矩的概念及计算 | 21 |
|-------------------|----|

| | |
|----------------|----|
| § 2-4 力偶及平面力偶系 | 22 |
|----------------|----|

| | |
|-------------------|----|
| § 2-5 平面任意力系向一点简化 | 24 |
|-------------------|----|

| | |
|------------------------|----|
| § 2-6 平面任意力系的平衡条件和平衡方程 | 27 |
|------------------------|----|

| | |
|-----|----|
| 思考题 | 31 |
|-----|----|

| | |
|----|----|
| 习题 | 33 |
|----|----|

| | |
|-----------------|----|
| 第三章 平面力系平衡方程的应用 | 38 |
|-----------------|----|

| | |
|-----------------|----|
| § 3-1 物体系统的平衡问题 | 38 |
|-----------------|----|

| | |
|-------------------|----|
| § 3-2 平面简单桁架的内力计算 | 43 |
|-------------------|----|

| | |
|---------------------|----|
| § 3-3 摩擦与考虑摩擦时的平衡问题 | 46 |
|---------------------|----|

| | |
|-----|----|
| 思考题 | 51 |
|-----|----|

| | |
|----|----|
| 习题 | 52 |
|----|----|

| | |
|----------|----|
| 第四章 空间力系 | 58 |
|----------|----|

| | |
|--------------|----|
| § 4-1 空间汇交力系 | 58 |
|--------------|----|

| | |
|-------------------|----|
| § 4-2 力对点之矩和力对轴之矩 | 61 |
|-------------------|----|

| | |
|-------------------------|----|
| § 4-3 空间力偶理论 | 63 |
| § 4-4 空间任意力系的简化 | 65 |
| § 4-5 空间任意力系的平衡问题 | 68 |
| § 4-6 重心·平行力系中心 | 72 |
| 思考题 | 78 |
| 习题 | 79 |

第二篇 运 动 学

| | |
|-------------------------------|-----|
| 第五章 运动学基础 | 84 |
| § 5-1 运动学基本概念 | 84 |
| § 5-2 点的运动学 | 84 |
| § 5-3 刚体的基本运动 | 94 |
| 思考题 | 101 |
| 习题 | 103 |
| 第六章 点的合成运动 | 108 |
| § 6-1 点的合成运动的概念 | 108 |
| § 6-2 点的速度合成定理 | 109 |
| § 6-3 牵连运动为平移时点的加速度合成定理 | 113 |
| § 6-4 牵连运动为转动时点的加速度合成定理 | 115 |
| 思考题 | 118 |
| 习题 | 119 |
| 第七章 刚体的平面运动 | 123 |
| § 7-1 刚体平面运动的概念 | 123 |
| § 7-2 平面图形内各点速度的求解 | 125 |
| § 7-3 平面图形内各点加速度的求解 | 131 |
| § 7-4 运动学综合应用 | 133 |
| 思考题 | 136 |
| 习题 | 137 |

第三篇 动 力 学

| | |
|----------------------------|-----|
| 第八章 质点的运动微分方程 | 143 |
| § 8-1 质点动力学的基本方程 | 143 |
| § 8-2 质点运动微分方程 | 144 |

| | |
|--------------------------------------|-----|
| § 8-3 质点动力学两类问题 | 145 |
| 思考题 | 148 |
| 习题 | 149 |
| 第九章 动量定理 | 153 |
| § 9-1 动量与冲量 | 153 |
| § 9-2 动量定理 | 155 |
| § 9-3 质心运动定理 | 160 |
| 思考题 | 163 |
| 习题 | 164 |
| 第十章 动量矩定理 | 168 |
| § 10-1 动量矩 | 168 |
| § 10-2 动量矩定理 | 170 |
| § 10-3 刚体的定轴转动微分方程 | 174 |
| § 10-4 刚体对轴的转动惯量 | 175 |
| § 10-5 质点系相对于质心的动量矩定理·刚体平面 运动微分方程 | 181 |
| 思考题 | 182 |
| 习题 | 183 |
| 第十一章 动能定理 | 187 |
| § 11-1 力的功 | 187 |
| § 11-2 动能的计算 | 190 |
| § 11-3 动能定理 | 192 |
| § 11-4 动力学普遍定理的综合应用 | 195 |
| 思考题 | 200 |
| 习题 | 201 |
| 第十二章 达朗贝尔原理(动静法) | 207 |
| § 12-1 质点的达朗贝尔原理 | 207 |
| § 12-2 质点系的达朗贝尔原理 | 208 |
| § 12-3 刚体惯性力系的简化及达朗贝尔原理的应用 | 209 |
| 思考题 | 213 |
| 习题 | 214 |
| 第十三章 虚位移原理 | 217 |
| § 13-1 基本概念 | 217 |

| | |
|--------------------------|------------|
| § 13-2 虚位移原理及其应用 | 220 |
| § 13-3 动力学普遍方程 | 224 |
| 思考题 | 227 |
| 习题 | 228 |
| 第十四章 机械振动基础 | 232 |
| § 14-1 概述 | 232 |
| § 14-2 单自由度系统的自由振动 | 233 |
| § 14-3 单自由度系统的受迫振动 | 239 |
| § 14-4 减振与隔振 | 242 |
| 思考题 | 244 |
| 习题 | 245 |
| 附录 英文索引 | 249 |
| 参考文献 | 252 |

绪 论

一、理论力学的研究内容

力学是研究物体机械运动规律的一门学科,机械运动是指物体空间位形(固体的位移、转动、变形、气体和流体的流动等)随时间的变化。机械运动是物质运动中最简单的一种运动,但在物质的复杂运动或高级运动形式中,如物理变化、化学变化,甚至人类的思维活动等,皆包含着机械运动的有关内容。

理论力学主要研究机械运动中最一般的、最基本的规律。平衡是机械运动的特殊形式,因此理论力学也研究物体的平衡规律。本书不涉及机械运动中有关固体的变形、气体和流体的流动形态等问题,这些问题将在材料力学、弹性力学、流体力学等课程中进行研讨。

力学的发展是与人类的科学实践和生产实践密切相关。1687年,牛顿发表了《自然哲学的数学原理》,奠定了经典力学的科学基础。牛顿全面总结与发展了前人长期的研究成果,在书中总结出三大运动定理及万有引力定律。18世纪,由于机械工业的发展、数学分析工具的不断完善,以及日益复杂的机械运动与受力分析,要求人们能提出新的力学方法。1788年,拉格朗日发表了名著《分析力学》,建立了约束系统动力学的理论与方法。20世纪中叶以后,由于机器人等复杂机械系统的应用、航空航天技术的发展、运动生物力学的出现以及计算机技术的发展,经典力学领域又出现了许多新的学科分支,如多体系统动力学、计算动力学等。为此经典力学并未失去其生命力,它在解决现代科技问题中仍起着十分重要的作用。

本书分三篇进行叙述,即静力学、运动学和动力学。静力学主要研究物体在力系作用下的平衡规律以及力系的等效和简化;运动学主要研究物体机械运动的几何性质,而不涉及引起物体运动的物理原因;动力学则主要研究物体、机械运动与所受的力之间的关系。

二、理论力学的研究方法

理论力学是现代工程技术的基础理论,它广泛应用于工程中。各种机械、设备和结构的设计,机器和结构振动的研究,航空航天技术等,都要以理论力学的理论为基础。

因此,理论力学研究的问题,都是工程或生活实际中的问题。建立力学模型是理论力学研究方法中十分重要的一个步骤。根据认识论的规律,首先是从生活、工程或实验中观察各种现象,从复杂的现象中抓住事物的共性,找出反映事物本质的主要因素,经

过简化,把机械运动的实际物体抽象为力学模型。而实际中的力学问题往往很复杂,需要我们对同一个研究对象,从不同的研究目的出发,进行多次的实验、观察和仔细分析,做出正确的假设,使问题理想化或得到简化,从而达到在满足一定精度条件下用简单的模型解决问题的目的。

建立了力学模型以后,还要按照机械运动的基本规律和相关力学定理,对力学模型进行数学描述,建立力学量之间的数学关系,从而得到力学方程,即所谓的数学模型。然后,经过逻辑推理和数学演绎进行理论分析和计算,或用计算机求数值解。最后,所得到的结果和结论是否正确,还要进一步通过实验或工程实践来检验。

三、理论力学课程的任务

理论力学和现代工程技术有着非常广泛的联系,随着现代生产和科学技术的飞速发展,对力学提出了更多更高的要求。例如,高速轨道交通的发展,就要涉及轮轨动力学的研究和振动噪声的控制等问题;人造卫星的发射和航天飞机的研制,就要涉及火箭的轨道计算和制导以及卫星姿态控制等问题;工业生产过程自动化的发展,机器人的研发,要求在控制理论和多刚体系统设计理论方面有相应的发展。力学理论已渗透到其他科学领域,并形成了很多新的力学分支学科。因此,理论力学不仅是一门理论基础科学,也是现代工程技术的重要理论基础之一。必须牢固掌握这些基础理论,才有可能去研究不断出现的新理论和新技术。

理论力学是一门重要的学科基础课,这些理论知识为学习一系列后继课程,如材料力学、结构力学、机械原理、机械设计、弹塑性力学、振动力学、流体力学、飞行力学、断裂力学以及其他专业课程提供理论基础。

此外,理论力学的分析和研究方法在课程学习和科学研究中具有一定的代表性,有助于培养学生分析问题和解决问题的能力。使学生在在学习理论力学的过程中,通过学习和掌握机械运动的基本规律和研究方法,通过练习形式多样、变化多端的习题求解,逐步发展形成科学的逻辑思维能力,对实际问题进行抽象简化和理论分析的能力,为今后解决生产实际问题和从事科学研究工作奠定基础。

第一篇 静力学

第一章 静力学基本概念 与物体的受力分析

静力学的基本概念、公理及物体的受力分析是研究静力学的基础。本章将阐述静力学中的一些基本概念和静力学公理,并介绍工程中常见的约束和约束反力的分析,最后介绍物体的受力分析及画受力图的方法。

§ 1-1 静力学基本概念

力是物体间相互的机械作用,这种作用使物体的运动状态发生变化(外效应)和使物体发生变形(内效应)。

力的作用效果取决于力的三要素,即大小、方向和作用点,一般用矢量 F 表示,如图 1-1 所示。在国际单位制中,力的单位为 N 或 kN。

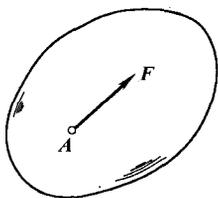


图 1-1

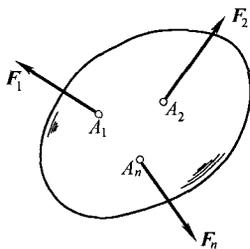


图 1-2

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学。力系的简化和力系的平衡条件及其应用是静力学中将要解决的两个基本问题。这里的物体是指抽象化的刚体,力系是指作用在物体上的一组力,如图 1-2 所示,一般情况下力系记为 (F_1, F_2, \dots, F_n) 。静力学中物体的平衡是指运动的一种特殊状态,通常理解为物体相对惯性参考系保持静止或作匀速直线运动状态。作用于物体上正好使之保持平衡的力系称为平衡力系。

物体受力一般是通过物体直接或间接进行的。多数情况下接触处不是一个点,而是具有一定尺寸的面积,故无论是施力体还是受力体,其接触处所受的力都是作用在接触面积上的分布力(或称为分布载荷)。分布力有线分布力、面分布力和体分布力三种,它们的集度 q 的单位分别为 N/m 、 N/m^2 和 N/m^3 。集度为常数的分布力称为匀布载荷,如图 1-3(a)所示。集度不为常数的分布力称为非匀布荷载,如图 1-3(b)所示。当分布力作用面积很小时,可以将分布力简化为作用于一点的合力,称为集中力。如图 1-1 所示为作用于 A 点的一个集中力 F 。又例如,在桥上静止的汽车,轮胎与桥面接触面积较小时,其轮胎作用在桥面上的力,即可视为集中力;而桥面施加在桥梁上的力则为分布力。

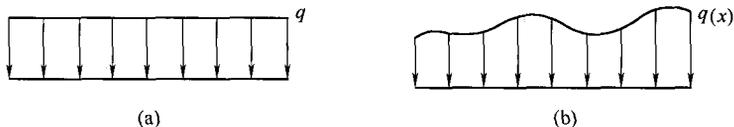


图 1-3

当所研究物体的运动范围远远超过它本身的几何尺度时,它的形状对运动的影响极其微小,可以将物体简化为只有质量,而没有体积的几何点,称为质点。一般情况下任何物体都可以看作是由许多质点组成的系统,称为质点系。对于那些在运动中变形极小,或虽有变形但不影响其整体运动的物体,可以不考虑其变形而认为组成物体的各个质点之间的距离不变,这种不变形的特殊质点系称为刚体。由许多刚体组成的系统称为刚体系。理论力学的研究对象仅限于离散的质点、质点系、刚体和刚体系。实际物体是多种多样的,还可以抽象成其他物理模型,如弹性体、液体、气体和变质量系统等,但静力学的研究对象主要是刚体。

§ 1-2 静力学的公理体系

公理是人们在生活和生产实践中长期积累的经验总结,又经过实践反复检验,被确认是符合客观实际的最普遍、最一般的规律。静力学公理是人们关于力的基本性质的概括和总结,是静力学全部理论的基础。

公理 1 二力平衡公理

作用于刚体上的两个力,使刚体处于平衡状态的充分与必要条件是:这两个力大小相等,方向相反,且作用在同一直线上。如图 1-4 所示,图中 F_1 和 F_2 有

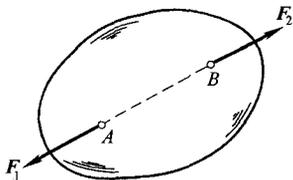


图 1-4

$$F_1 = -F_2 \quad (1-1)$$

只受两个力作用而处于平衡的物体称为二力体。机械及建筑结构中的二力体又常称

为二力构件。其受力特点是：两个力的方向必在二力作用点的连线上。如图 1-5 所示三铰拱中的 BCD 部分，当车辆不在 BCD 上且不计自重时，它只可能通过 B、C 两点受力，是一个二力构件。

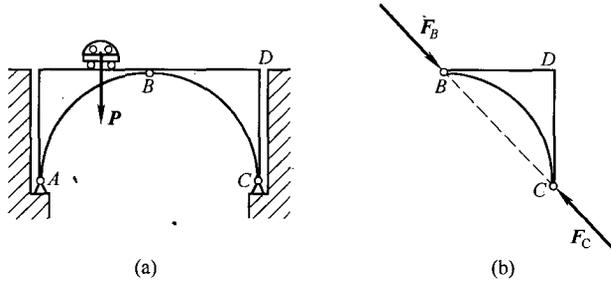


图 1-5

公理 2 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的已知力系中，加上或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。

公理 3 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力，可以合成一个合力，合力仍作用在该点上，合力的大小和方向以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。而该两个力称为合力的分力。如图 1-6 所示，用矢量可以表示为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-2)$$

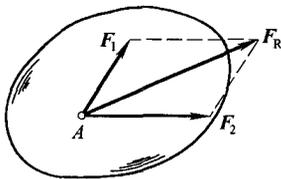


图 1-6

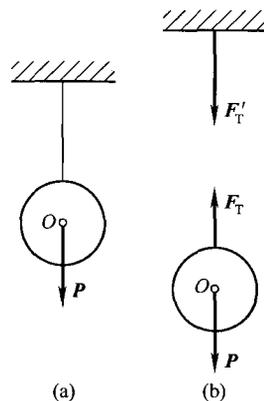


图 1-7

公理 4 作用与反作用定律

两物体间相互作用的力总是等值、反向、共线且分别作用在这两个物体上。如图

1-7 所示, F_T 和 F'_T 是作用力与反作用力, 且 $F_T = -F'_T$ 。

公理 5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡, 如将此变形体置换为刚体, 则平衡状态仍保持不变。

该原理提供了把变形体抽象为刚体模型的条件。例如, 变形体绳索在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡时, 可将绳索刚化为刚体, 其平衡状态仍保持不变, 如图 1-8 所示。

要注意的是: 刚体上力系的平衡条件是变形体的必要条件, 而非充分条件。

上述公理反映了静力学中最基本的规律, 如公理 1 是最简单的力系平衡条件, 公理 2 是力系简化的重要理论依据, 公理 3 是二力合成的方法, 也是最简单力系的简化方法。从这些公理出发, 通过数学演绎的方法, 可以推导出许多新的结论。

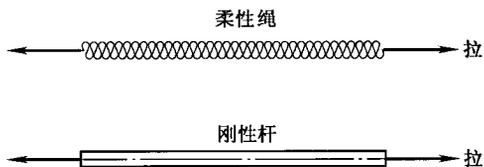


图 1-8

推理 1 力的可传性

作用于刚体上的力, 其作用点可以沿作用线移动而不改变它对该刚体的作用效应。

证明 如图 1-9(a) 所示, 设力 F 作用在 A 点, 由公理 2 可在此力的作用线上任取一点 B , 并加上一个平衡力系 (F_1, F_2), 且使 $F = -F_1 = F_2$, 如图 1-9(b) 所示。由于力 F 和 F_1 也是一个平衡力系, 由公理 2 也可除去该力系, 现剩下一个力 F_2 , 如图 1-9(c) 所示, 于是原来的力 F 可视为沿其作用线移至 B 点。

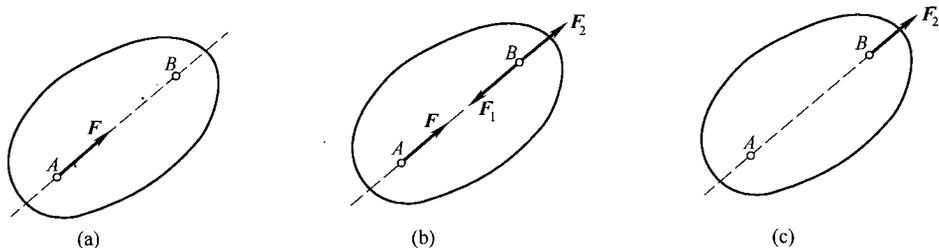


图 1-9

这个推论表明: 作用于刚体上的力的三要素可改为大小、方向、作用线。沿作用线可任意滑动的矢量称为滑动矢量。因此, 作用于刚体上的力是滑动矢量。

推理 2 三力平衡汇交定理

若刚体受三个力作用而处于平衡, 且其中两个力的作用线汇交于一点, 则第三个力的作用线也必定汇交于同一点, 且三力作用线共面。