免费提供电子教案

21世纪高等院校电气信息类系列教材

信号分析与处理

杨西侠　柯　晶　编著

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21世纪高等院校电气信息类系列教材

信号分析与处理

杨西侠　柯晶　编著

机 械 工 业 出 版 社

本教材系统讲述了信号分析与信号处理的基本原理与方法。重点介绍了确定性信号和随机信号的分析方法，信号处理中常用的模拟滤波器和数字滤波器的原理与设计方法，并且介绍了自适应滤波和当前流行的小波分析等现代信号分析与处理的基本内容。

本书可作为自动化、测控等本科专业的教材，也可作为电气自动化以及各种非电子信息类专业的教材，并且可以作为相关专业与工程技术人员的自学参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

信号分析与处理/杨西侠，柯晶编著. —北京：机械工业出版社，2007.9
21世纪高等院校电气信息类系列教材
ISBN 978-7-111-21956-9

Ⅰ. 信…　Ⅱ. ①杨…②柯…　Ⅲ. ①信号分析-高等学校-教材②信号处理-高等学校-教材　Ⅳ. TN911

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第112325号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮政编码100037）
责任编辑：李馨馨　版式设计：霍永明
责任印制：洪汉军　责任校对：姚培新
北京京丰印刷厂印刷
2007年9月第1版 · 第1次印刷
184mm×260mm · 17印张 · 420千字
0 001—5 000册
标准书号：ISBN 978-7-111-21956-9
定价：25.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
销售服务热线电话：（010）68326294
购书热线电话：（010）88379639 88379641 88379643
编辑热线电话：（010）88379739
封面无防伪标均为盗版

出 版 说 明

随着科学技术的不断进步，整个国家自动化水平和信息化水平的长足发展，社会对电气信息类人才的需求日益迫切、要求也更加严格。在教育部颁布的“普遍高等学校本科专业目录”中，电气信息类（Electrical and Information Science and Technology）包括电气工程及其自动化、自动化、电子信息工程、通信工程、计算机科学与技术、电子科学与技术、生物医学工程等子专业。这些子专业的人才培养对社会需求、经济发展都有着非常重要的意义。

在电气信息类专业及学科迅速发展的同时，也给高等教育工作带来了许多新课题和新任务。在此情况下，只有将新知识、新技术、新领域逐渐融合到教学、实践环节中去，才能培养出优秀的科技人才。为了配合高等院校教学的需要，机械工业出版社组织了这套“21世纪高等院校电气信息类系列教材”。

本套教材是在对电气信息类专业教育情况和教材情况调研与分析的基础上组织编写的，期间，与高等院校相关课程的主讲教师进行了广泛的交流和探讨，旨在构建体系完善、内容全面新颖、适合教学的专业材料。

本套教材涵盖多层面专业课程，定位准确，注重理论与实践、教学与教辅的结合，在语言描述上力求准确、清晰，适合各高等院校电气信息类专业学生使用。

机械工业出版社

前　　言

信号分析与处理技术的发展极其迅速，在科学技术的各个领域得到了广泛应用。目前，信号分析与处理技术不仅仅是电子信息类专业学生必须掌握的基础知识，而且已经成为众多工科专业的基础课程，对于自动化、测控技术及仪表等专业来说，更是必须掌握的专业理论基础之一。在自动化领域中，控制对象数学模型的建立、系统状态的估计、系统测量噪声的去除，以及自适应控制、鲁棒控制、智能控制等都是通过信号的分析与处理来实现的。因此，作为自动化及相关学科的学生，必须掌握有关信号分析与处理的原理与方法，并了解其应用技术。

“信号分析与处理”作为一门新兴学科，正在受到越来越多的重视。在高等学校中，很多非电子信息类的本科专业都已开设了这方面的课程，但适合自动化、测控技术及仪表等专业本科教学的教材为数不多。“信号分析与处理”课程的内容涉及到电子信息类专业“信号与系统”与“数字信号处理”这两门非常重要的专业基础课，但是“信号与系统”中系统分析这部分内容与自动化、测控、电气工程等专业开设的“自动控制原理”课程部分内容相重合，因此迫切需要面向自动化等非电子信息类专业的优秀教材。

本教材主要介绍确定性信号（连续时间信号与离散时间信号）和随机信号的分析方法，信号处理中常用的模拟滤波器和数字滤波器的原理与设计方法，并且介绍自适应滤波和当前流行的小波分析等现代信号分析与处理的基本内容。学生通过学习，能够掌握信号分析与信号处理的基本概念、基础知识与基本方法，并对其工程应用有所了解，为进一步的学习奠定必要的基础。

“信号分析与处理”作为自动化专业、测控技术及仪表专业的一门专业基础课，要求读者具备大学工科高等数学、工程数学以及电路与电子技术的基础知识。教授本教材的全部内容，大约需要 64 ~70 学时，选用本教材的教师可以根据实际需要进行取舍，组织安排教学。

本教材具有以下几个特点：

（1）结构体系完整。本教材比较全面地介绍了信号分析与处理的相关知识，使学生对信号理论有一个比较全面的了解。

（2）概念清晰、条理分明，尽可能减少本书对其他专业基础课或专业知识的依赖性；既重视数学原理的系统性和逻辑性，又强调概念的物理意义；内容深入浅出，系统性强；配合适当的例题，加深读者对概念的理解和提高读者的应用能力。

（3）介绍了 MATLAB 及其相关工具箱的使用，以便读者能使用 MATLAB 解决有关信号分析和处理方面的问题，在应用中，加深对基础知识和基本原理的理解。

本书第 6 章、第 7 章和第 8 章由柯晶编写，其余各章由杨西侠编写，杨西侠负责统编定稿。

由于作者水平有限，书中难免存在不足之处，恳请读者指正。

为了配合本书教学，机械工业出版社为读者提供了免费电子教案，可从 www. cmpeda. com 上下载。

编　者

目　　录

第1章 概　述

1.1 信号

远古时代，人们就用烟火信号和鼓声来传送情报。就在那个时候，人们开始用“信号”这个词来表示专门为了传送警报、指示或情报所给出的视觉或听觉能感觉到的符号或通告。19世纪初，人们开始研究如何利用电信号传送消息。1837年由莫尔斯（F. B. Morse）发明的著名通信编码和电报大大提高了传送信息的速度和可靠性，并使通信在社会生产和生活的各个方面得到广泛的应用。1876年贝尔（A. G. Bell）发明了电话，直接将声音转换为电信号沿导线传送。19世纪末，人们又致力于研究用电磁波传送无线电信号，1901年马克尼（G. Marconi）成功地实现了横渡大西洋的无线电通信。从此，传输电信号的通信方式得到广泛应用和迅速发展。

信号可以定义为传载信息的物理量函数。广义地说一切运动或状态的变化都是一种信号。比如语言、文字、图像或数据等都是信号。信号可以是电、磁、声、光、机械、热等各种信号。所谓电信号，就是随时间变化的电压和电流，也可以是电荷、磁通或电磁波等。

人们要获得信息，首先要获取信号，再通过对信号的分析与处理，才能取得需要的信息。例如，医生要获得一个病人是否有心脏病的信息，往往先让病人作一个心电图。心电图是生物电位随时间变化的函数，并最终以曲线图表示出来。医生根据他的专业知识，分析心电信号，才能得出病人是否有心脏病的信息。信号中包含着人们未知的信息，但取得了信号不等于就获取了信息，必须对信号做进一步的分析与处理才能从信号中提取所需信息。

1.2 信号表示

信号是一个函数，在数学上可以表示为一个或几个独立变量的函数，也可以用图形表示。如$x(t)=e^{-at}$，$x(t)=t$，$s(x,y)=x+5y$等。

客观存在的信号都是实数，但为了便于进行数学上的分析和处理，经常用复数或矢量形式表示。如

$$x(t)=A\cos(\Omega t+\varphi)$$

对应的复数形式为

$$s(t)=Ae^{j(\Omega t+\varphi)}$$
$$x(t)=\mathrm{Re}[s(t)]$$

又如，彩色电视信号是由红(r)、绿(g)、蓝(b)三个基色以不同比例合成的结果，可用矢量来描述

$$\boldsymbol{I}(x,y,t)=\begin{bmatrix} I_r(x,y,t) \\ I_g(x,y,t) \\ I_b(x,y,t) \end{bmatrix}$$

对于余弦（正弦）函数主要通过频率、幅度和相位三个参数来描述。例如，声波信号，当$f<20\text{Hz}$时，称为次声波，一般人耳听不到，声强足够大，能被人察觉到。当$20\text{Hz}<f<20\text{kHz}$时，称为声波，能够被人听到。当$f>20\text{kHz}$时，称为超声波，人听不到，但信号具有方向性。

可见，频率不同，信号的特性会有显著的差别。最简单的信号是正弦信号，只有单一的频率，称为“单色”信号；具有许多不同频率正弦分量的信号，称为“复合”信号。

1.3 信号分类

信号可以从不同角度进行分类。

（1）确定性信号和随机信号

所谓确定性信号是指在相同试验条件下，能够重复实现的信号，可以表示为一确定的时间函数。例如我们熟知的正弦信号等。

随机信号是指在相同试验条件下，不能够重复实现的信号，这种信号不能给出确切的时间函数，只能获得它的统计特性。

确定性信号和随机信号有着密切的联系，在一定条件下，随机信号也会表现出某种确定性。作为理论上的抽象，应该首先研究确定性信号，在此基础之上才能根据随机信号的统计规律进一步研究随机信号的特征。

（2）连续时间信号和离散时间信号

如果在讨论的时间间隔内，除若干不连续点之外，对于任意时间值都可给出确定的函数值，此信号就称为连续时间信号。连续时间信号的幅值可以是连续的，也可以是离散的（只取某些规定值）。时间和幅值都连续的信号又称为模拟信号。在实际应用中，模拟信号与连续信号两名词往往不予区分。时间连续、幅值离散的连续时间信号称为量化信号。与连续时间相对应的是离散信号。离散信号在时间上是离散的，只在某些不连续的规定瞬时给出函数值，在其他时间没有定义。给出函数值的离散时刻的间隔可以是均匀的，也可以是不均匀的。一般情况都采用均匀间隔。这时，自变量用整数序号n表示，函数符号写作$x(n)$，仅当n为整数时$x(n)$才有定义。如果离散时间信号的幅值是连续的，则又称为抽样信号，另一种情况是离散信号的幅值也被限定为某些离散值，则此信号称为数字信号。信号的分类参见图1-1。

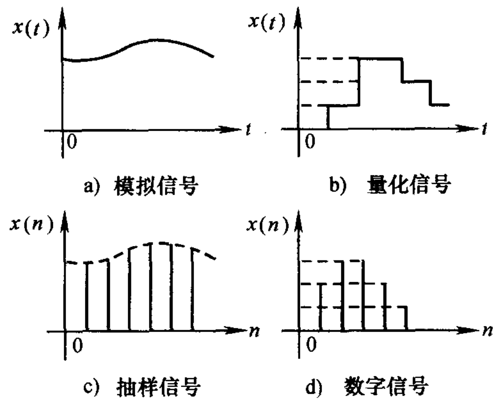


图 1-1 信号的分类

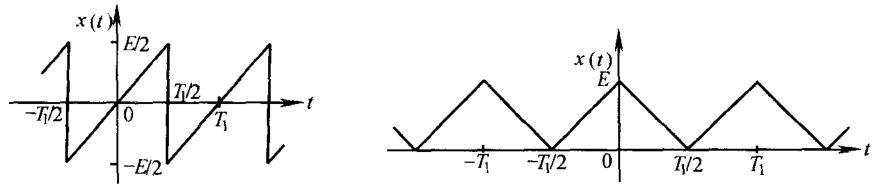
实际信号可能是连续的，也可能是离散的时间信号。例如电动机的转速，炉温的温度，RC 网络的电压（电流）信号都是连续时间信号。而数字计算机处理的则是离散时间信号，当处理对象为连续信号时，需要经 A/D（数模）转换器将它转换为离散时间信号。

（3）周期信号和非周期信号

所谓周期信号就是依一定时间间隔周而复始，而且是无始无终的信号，可以写作

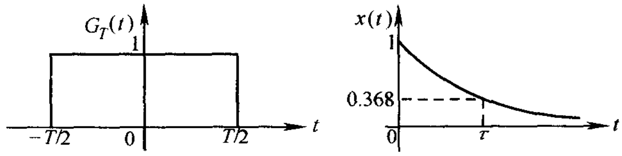
$$x(t)=x(t+nT) \quad n=0,\ \pm 1,\ \pm 2,\cdots$$

式中，T 称为信号的周期。只要给出此信号在任一周期内的变化过程，便可确知它在任一时刻的数值，如图 1-2 所示。非周期信号在时间上不具有周而复始的特征，如图 1-3 所示。



a) 周期锯齿脉冲信号　　b) 周期三角脉冲信号

图 1-2　周期信号



a) 矩形脉冲信号　　b) 单边指数信号

图 1-3　非周期信号

（4）一维信号和多维信号

从数学表达式来看，信号可表示为一个或多个变量的函数。语音信号可表示为声压随时间变化的函数，是一维信号。而一张黑白图像中的每个点（像素）是二维平面坐标中两个变量的函数，是二维信号。实际上，还存在具有更多维数变量的信号。

（5）能量信号和功率信号

若信号能量 E 有限，则称为能量信号；若信号功率 P 有限，则称为功率信号。能量信号 E 为

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|^2\mathrm{d}t$$

$$E=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2$$

信号功率 P 为

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T|x(t)|^2\mathrm{d}t$$

$$P=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2$$

周期信号及随机信号一定是功率信号，而非周期的绝对可积（和）信号一定是能量信号。

1.4　信号分析与处理

1. 信号分析

信号分析是将一复杂的信号分解为若干简单信号分量的叠加，用这些简单信号分量的组

成情况去研究信号的特征。这样的分解，便于抓住信号的主要成分进行分析、处理和传输，使复杂问题简单化。

信号分析中最常用和最基本的方法是：把频率作为信号的自变量，把复杂信号分解为一系列不同频率信号的叠加，通过不同频率信号的振幅和相位来研究信号的性质，也就是在频域里进行信号的频谱分析。

2. 信号处理

信号处理是对信号进行某种加工或转换，如滤波、转换、增强、压缩、估计、识别等等。

信号处理的目的是削弱信号中多余的内容；滤出混杂的噪声和干扰；将信号转换成容易分析与识别的形式，便于提取它的特征参数等。例如，从月球探测器发来的视频信号可能被淹没在噪声之中，但是，利用信号处理技术就可将有用信号增强，在地球上看到清晰的图像。石油勘测、地震测量以及核试验监测中所得到数据的分析都需要利用信号处理技术。此外信号处理还可以应用于心电图、脑电图的分析，语音识别以及各种类型的数据通信等。

信号处理包括时域和频域处理，时域处理中最典型的是波形分析。把信号从时域转化为频域进行分析和处理，可以获得更多的信息，频域处理更为重要。

信号的分析、处理与系统是密切相关的。有些系统本身，例如滤波器就是直接进行信号处理的系统。

从广义上说，系统是由相互联系、相互制约、相互作用的各部分组成的具有一定整体功能和综合行为的统一体。它所涉及的范围十分广泛。一般来说，把对信号进行分析和处理的系统归纳为信号处理系统。

信号处理系统可分为模拟处理系统和离散处理系统两类。模拟处理系统的输入、输出信号均为模拟信号，其处理系统是由模拟元件 R、L、C 及模拟电路构成的模拟系统。数字处理系统的核心部分由计算机或专用数字硬件构成，它的输入、输出信号均为数字信号。

与模拟处理系统相比数字处理系统具有以下优点：

（1）能完成复杂信号处理

数字处理系统可以完成许多模拟处理系统感到困难甚至难以完成的复杂的信号处理任务。以信号的谱分析为例，模拟处理系统通常要采用大量的窄带滤波器，不仅处理能力有限，而且分辨力低，分析时间长。而现代数字谱分析采用快速傅里叶变换算法（FFT），对于 1024 点序列作谱分析只需十几毫秒甚至几毫秒，实时处理能力很强，而且频谱分辨能力也很强，在超低频段可达 1mHz，在高频段可达 250kHz，而且运算及输出功能极其丰富。

又如在自动控制工程中需要过滤几赫或十几赫的信号，采用模拟滤波，其电容、电感的数值可能大得惊人而不易实现，但采用数字滤波方法却能轻而易举地完成。

又如图像信号处理正是利用数字计算机具有庞大的存储单元及复杂的运算功能才得以实现的。

（2）灵活性

对模拟系统而言，它的性能取决于构成它的一些元件的参数，欲改变其性能就必须改变这些硬件参数，重新构成新系统。对数字系统而言，系统的性能主要取决于系统的设置及其运算规则或程序，因此只要改变输入系统存储器的数据或改变运算程序，就能得到具有不同性能的系统，具有高度的灵活性。

（3）精度高

模拟系统的精度主要取决于元器件的精度，一般模拟器件的精度达到 10^{-3} 已很不易。而数字系统的精度主要取决于字长，16 位字长精度可达 10^{-4} 以上。

（4）稳定性好

模拟系统中各种器件参数易受环境条件的影响，如产生温度漂移、电磁感应、杂散效应等。而数字系统只有表示 0、1 两个电平，受这些因素的影响要小得多。

当然，数字处理系统也有不足的方面。首先是实时性问题，被处理的原始信号通常是连续信号，需 A/D、D/A 转换；其次，为了解决实时性问题，往往需要设计专用数字硬件系统，使得结构复杂，成本增加。

第2章　连续时间信号分析

信号分析是将一复杂信号分解为若干简单分量的叠加，并以这些分量的组成情况去考察信号的特性。进行信号分析的方法通常有：时域分析和频域分析。

时域分析也称为波形分析，它用来研究信号的稳态和瞬态分量随时间的变化情况。其中最常用的是把一个信号在时域分解为具有不同时延的简单冲激信号的叠加，通过卷积的方法进行信号的时域分析。

频域分析是把一个复杂信号分解为一系列正交函数的线性组合，把信号从时域变换到频域中进行分析，其中最基本的是把信号分解为不同频率的正弦分量的叠加，即傅里叶变换（级数）的方法来进行信号分析，这种方法也称“频谱分析”。

2.1　连续时间信号的时域分析

许多复杂的信号常常可以由一些典型的基本信号组成。因此，本书先介绍包括冲激信号在内的基本的连续信号，然后再讨论时域分析方法——卷积的概念。

2.1.1　基本的连续信号

1. 正弦信号

正弦信号在工程技术中应用十分广泛，在信号分析与处理中起重要作用的最基本的周期信号，一般写作

$$x(t)=A\sin(\Omega t+\theta) \tag{2-1}$$

式中，A 为振幅；Ω 是角频率；θ 称为初相位。其波形如图2-1所示。

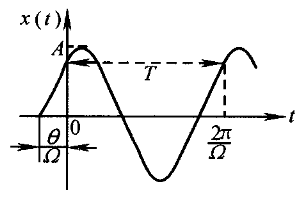


图2-1　正弦信号

正弦信号的周期 T 与角频率 Ω 和频率 f 满足下列关系式

$$T=\frac{2\pi}{\Omega}=\frac{1}{f}$$

2. 指数信号

指数信号的表达式为

$$x(t)=Ae^{at} \tag{2-2}$$

式中，a 是实常数，若 $a>0$，信号将随时间而增长，若 $a<0$，信号则随时间衰减，若 $a=0$ 信号为直流信号；常数 A 表示指数信号在 $t=0$ 点的初始值。指数信号的波形如图2-2所示。

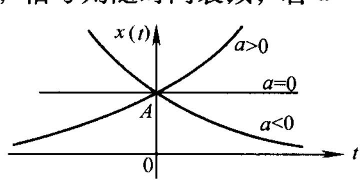


图2-2　指数信号的波形

指数 a 的绝对值大小反映了信号增长或衰减的速率，$|a|$ 越大，增长或衰减的速率越快。通常把 $|a|$ 的倒数 $1/|a|$ 称为指数信号的时间常数，记作 τ。

实际中，较多遇到的是单边衰减指数信号，其表达式

为

$$x(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ e^{-\frac{t}{\tau}} & t\geqslant 0\end{cases}$$

其波形如图 2-3 所示。指数信号的一个重要特性是它对时间的积分和微分仍然是指数形式。

3. 复指数信号

如果指数信号的指数因子为复数，则称为复指数信号，其表达式为

$$x(t)=Ae^{st} \tag{2-3}$$

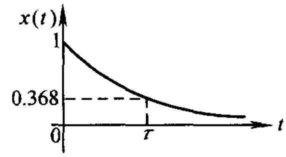


图 2-3　单边指数信号的波形

式中，$s=\sigma+j\Omega$；σ 为复数 s 的实部；Ω 是其虚部。

由欧拉公式，有

$$\begin{cases}e^{j\Omega t}=\cos\Omega t+j\sin\Omega t\\ e^{-j\Omega t}=\cos\Omega t-j\sin\Omega t\end{cases} \tag{2-4}$$

则

$$e^{st}=e^{\sigma t}(\cos\Omega t+j\sin\Omega t) \tag{2-5}$$

此结果表明，一个复指数信号可以分解为实、虚两部分。其中，实部包含余弦信号，虚部则为正弦信号。指数因子实部 σ 表征了正弦与余弦函数振幅随时间变化的情况，指数因子虚部 Ω 则表示正弦与余弦信号的角频率。若 $\sigma>0$，正弦与余弦信号是增幅振荡。若 $\sigma<0$，正弦及余弦信号是衰减振荡。若 $\sigma=0$，即 s 为虚数，则正弦、余弦信号是等幅振荡。而当 $\Omega=0$，即 s 为实数时，复指数信号成为一般的指数信号。若 $\sigma=0$ 且 $\Omega=0$，即 s 等于零，则复指数信号成为直流信号。

虽然实际上不能产生复指数信号，但是它概括了多种情况，可以利用复指数信号来描述各种基本信号，如直流信号、指数信号、正弦或余弦信号以及增长或衰减的正弦与余弦信号。利用复指数信号可使许多运算和分析得以简化。在信号分析理论中，复指数信号是一种非常重要的基本信号。

4. $Sa(t)$ 信号（抽样信号）

$Sa(t)$ 信号的表达式是

$$Sa(t)=\frac{\sin t}{t} \tag{2-6}$$

其波形如图 2-4 所示。

抽样信号是一个偶函数，在 t 的正、负两方向振幅都逐渐衰减，当 $t=\pm\pi,\ \pm 2\pi,\ \cdots,\ \pm n\pi$ 时，函数值都等于零。

抽样信号还具有以下性质

$$\int_0^{\infty} Sa(t)\,dt=\frac{\pi}{2} \tag{2-7}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} Sa(t)\,dt=\pi \tag{2-8}$$

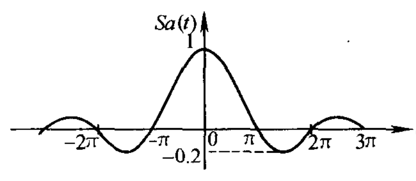


图 2-4　抽样信号 $Sa(t)$ 的波形

5. 钟形信号（高斯函数）

钟形信号（或称高斯函数）的定义是

$$x(t)=Ee^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} \tag{2-9}$$

波形如图 2-5 所示。

令 $t=\tau$ 代入函数式求得

$$x(t)=Ee^{-1}=0.368E$$

这表明，函数式中的参数 τ 是当 $x(t)$ 由最大值 E 下降为 $0.368E$ 时所占据的时间。

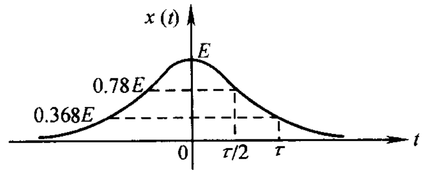


图 2-5　钟形信号

钟形信号在随机信号分析中占有重要地位。

6. 单位阶跃信号 $u(t)$（或 $1(t)$）

单位阶跃信号的波形如图 2-6 所示，通常以符号 $u(t)$ 或 $1(t)$，$\varepsilon(t)$ 表示

$$u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases} \tag{2-10}$$

在跳变点 $t=0$ 处，函数值未定义。

常利用两个阶跃函数之差，表示一个矩形脉冲信号 $G_T(t)$。

$$G_T(t)=u\left(t+\frac{T}{2}\right)-u\left(t-\frac{T}{2}\right) \tag{2-11}$$

波形如图 2-7 所示。

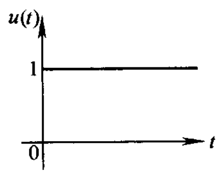


图 2-6　单位阶跃信号

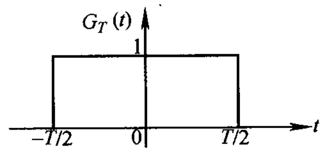


图 2-7　矩形脉冲信号

利用阶跃函数还可以表示单边信号，如单边正弦信号 $\sin t\cdot u(t)$，单边指数信号 $e^{-t}\cdot u(t)$，单边衰减的正弦信号 $e^{-t}\sin t\cdot u(t)$ 等，如图 2-8 所示。

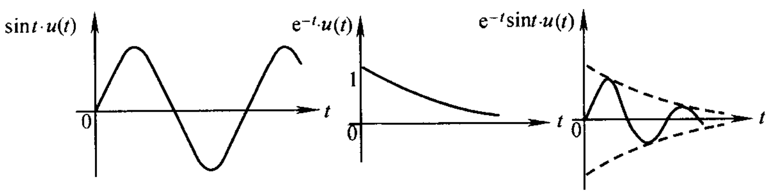


图 2-8　三个单边信号

利用阶跃函数还可以表示“符号函数”，符号函数 $\operatorname{sgn}(t)$ 定义如下

$$\operatorname{sgn}(t)=\begin{cases}-1 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases} \tag{2-12}$$

波形如图 2-9 所示。与阶跃函数类似，对于符号函数跳变点也可不予定义。显然，可以利用阶跃函数来表示符号函数

$$\operatorname{sgn}(t)=2u(t)-1 \tag{2-13}$$

7. 单位冲激信号 $\delta(t)$

有一些物理现象，如力学中的爆炸、冲击、碰撞等，电学中的电闪、雷击等，它们的共同特点是持续时间极短，而取值极大。冲激函数就是对这些物理现象的科学抽象与描述，在信号理论中占有非常重要的地位。

冲激函数可由不同的方式来定义。首先分析矩形脉冲如何演变为冲激函数。图 2-10 示出宽为 τ，高为 $1/\tau$ 的矩形脉冲，当保持矩形脉冲面积 $\tau \times 1/\tau = 1$ 不变，而使脉宽 τ 趋近于零时，脉冲幅度 $1/\tau$ 必趋于无穷大，此极限情况即为单位冲激函数（也称为单位脉冲函数），常记作 $\delta(t)$，又称为“δ 函数”。

$$\delta(t) = \lim_{\tau \to 0} \frac{1}{\tau}\left[u\left(t+\frac{\tau}{2}\right) - u\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right] \tag{2-14}$$

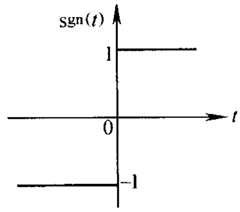


图 2-9　符号函数

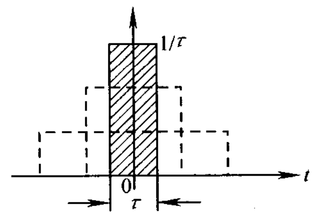


图 2-10　矩形脉冲演变为冲激函数

冲激函数用箭头表示，如图 2-11 所示。$\delta(t)$ 表示只在 $t=0$ 点有一“冲激”，在 $t=0$ 点以外各处，函数值均为零，其冲激强度（脉冲面积）是 1，若为 E，则表示一个冲激强度为 E 倍单位值的 δ 函数，即 $E\delta(t)$，图形表示时在箭头旁注上 E。

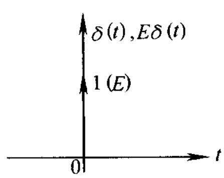


图 2-11　冲激函数 $\delta(t)$

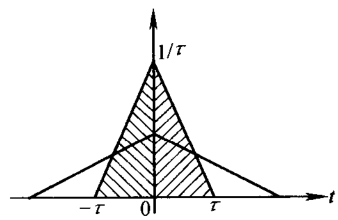


图 2-12　三角形脉冲演变为冲激函数图

以上利用矩形脉冲系列的极限来定义冲激函数。为引出冲激函数，规则函数系列的选取不限于矩形，也可换用其他形式。例如，一组底宽为 2τ，高为 $1/\tau$ 的三角形脉冲系列，如图 2-12 所示，若保持其面积等于 1，取 $\tau \to 0$ 的极限，同样可定义为冲激函数。此外，还可利用指数函数、钟形函数、抽样函数等。它们的表示式如下：

（1）三角形脉冲

$$\delta(t) = \lim_{\tau \to 0} \frac{1}{\tau}\left\{1 - \frac{|t|}{\tau}[u(t+\tau) - u(t-\tau)]\right\} \tag{2-15}$$

（2）双边指数脉冲

$$\delta(t) = \lim_{\tau \to 0}\left[\frac{1}{2\tau}e^{-\frac{|t|}{\tau}}\right] \tag{2-16}$$

（3）钟形脉冲