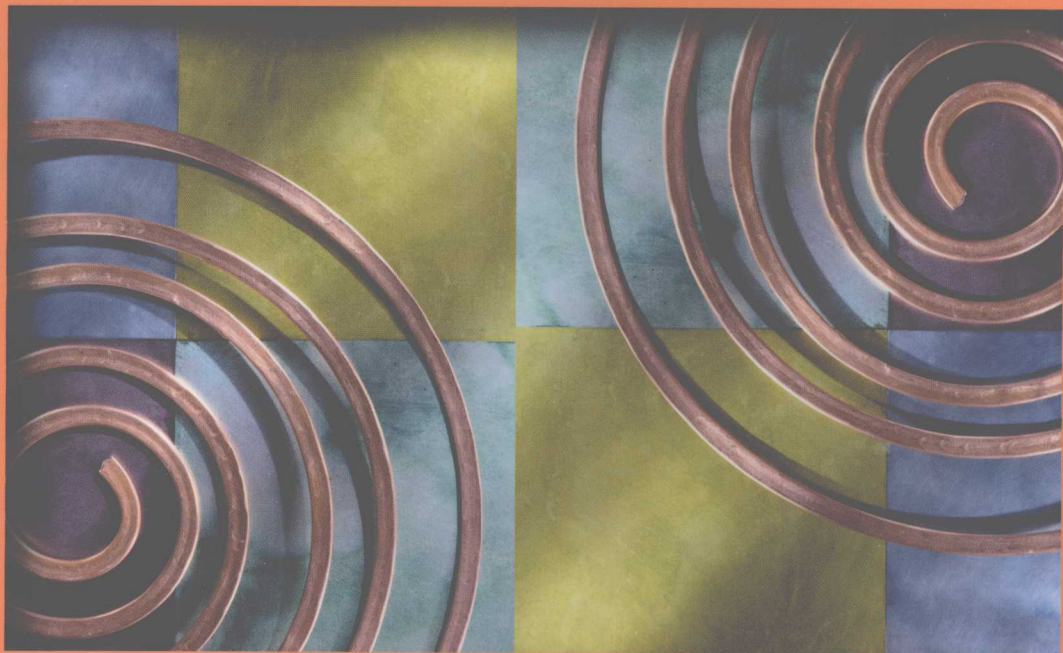


教育部推荐教材 ● 21世纪高职高专系列规划教材



高等数学

主 编 周孝康 刘秀红
副主编 孙明学 谭和平 宋秀英
主 审 唐建玉 何淑芬

JIAOYUBU TUIJIAN JIAOCAI

GAODENG
SHUXUE



北京师范大学出版社
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

教育部推荐教材

21世纪高职高专系列规划教材

高等数学

主 编 周孝康 刘秀红
副主编 孙明学 谭和平 宋秀英
参 编 (排名不分先后)
郭小林 刘秀红 罗礼敏
宋秀英 孙明学 谭和平
唐绍安 文帮云 周孝康
主 审 唐建玉 何淑芬



北京师范大学出版社
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP) 数据

高等数学 / 周孝康等编. —北京: 北京师范大学出版社,
2007.8

(21 世纪高职高专系列规划教材)

ISBN 978-7-303-08604-7

I. 高… II. 周… III. 高等数学—高等学校: 技术学校—
教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 116489 号

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com.cn

北京新街口外大街 19 号

邮政编码: 100875

印 刷: 北京京师印务有限公司

装 订: 三河小王各庄装订厂

经 销: 全国新华书店

开 本: 170mm × 230mm

印 张: 21.25

字 数: 380 千字

版 次: 2007 年 8 月第 1 版

印 次: 2007 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 27.00 元

责任编辑: 姚贵平 装帧设计: 李葆芬

责任校对: 李 茵 责任印制: 董本刚

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

本书如有印装质量问题, 请与出版部联系调换。

出版部电话: 010-58800825

出版说明

高等职业教育是新世纪我国高等教育大众化进程中的一个亮点，正由规模扩张转向内涵发展。高等职业教育内涵发展的核心是课程建设。只有有一套充分体现高等职业教育规律、符合高职学生学习特点、与职业岗位或职业岗位群相匹配的课程体系，才能有效发挥高等职业教育的特长，为社会各行各业培养具备全面素质和良好综合职业能力的高层次、应用型人才。

北京师范大学出版社是教育部职业教育教材出版基地之一，有着 20 余年的职业教育教材出版历史，积累了丰富的高等职业教育教材编辑出版经验。近年来，在教育部高等教育司、职业教育与成人教育司以及北京师范大学的支持下，北京师范大学出版社汇聚教育界、出版界的专家及高等职业院校的优秀教师组建了“全国职业教育教材改革与出版领导小组”，具体负责指导职业教育教材研发工作，以为高等职业教育的课程建设贡献一份力量。目前，我社按照“就业导向、能力本位、任务驱动”等职业教育新理念的要求，研发了高职高专文化基础课、专业主干课教材 100 余个品种，其中近 30 种被列为国家级“十一五”普通高等教育规划教材。这些教材具有如下特点：

1. 紧密结合高等职业教育改革与发展的需求。这批教材依据教育部或相关行业协会颁布的课程标准或教学纲要，针对高等职业教育的培养目标，以就业导向、能力本位为指导，以综合职业能力培养为重点，以为学生职业生涯发展服务为目的，设计教材体系、选择教材内容，体现出先进性、科学性和时代性的特点。

2. 针对高职学生的学习特点精心设计教材的栏目。这批教材注重学生学习兴趣的激发，在表现形式上力求灵活多样、新颖精致，

既体现教材内容的特点，又与高职高专院校学生的学习习惯、认知能力和相应的职业岗位群的要求相适应。各书有选择地设计了以下栏目：

学习目标：简明扼要地指出各章的学习方向，引导学生有的放矢地学习。

案例分析：以实例创设学习情境，引导学生学习新知识，形成新技能。

提个醒：告诉学生在学习相关内容的过程中应注意的问题，以提高学习的效率和效益。

小思考：用有趣而有效的问题，启迪学生的思维。

小资料：提供相关材料或背景资料，拓展学生的视野。

小知识：生动而有趣的知识点，帮助学生吃透学习内容，增强学习兴趣。

本章小结：概括本章的主要内容，有助于学生从整体上把握知识结构和复习巩固所学内容。

思考与练习：精心设计各种类型的练习题，供学生复习、实践使用，以全面提升学生的综合能力。

3. 紧密结合行业发展动态。这批教材充分吸收了行业的新知识、新技术、新工艺、新规范，并注重根据行业的发展及时更新教材的内容，突出教材的职业性与实践性。

4. 形成了立体化、网络化的资源。我们在组织教材研发的过程中，配套研发了电子教案、课件或实验、实习指导材料等。

综合看，这些教材理念先进、内容丰富、形式新颖、语言通俗，注重理论知识的“必需、够用”，更强化以实践能力、创新能力为重点的综合职业能力的培养。

高职高专教材建设是一项复杂的、系统的工作。我们将在未来的日子里，与高等职业教育的改革同行，致力出版精品教材，服务并促进高等职业教育的发展。

全国职业教育教材改革与出版领导小组
北京师范大学出版社

参加教材编写的单位名单

(排名不分先后)

沈阳工程学院

山东劳动职业技术学院

济宁职业技术学院

辽宁省交通高等专科学校

浙江机电职业技术学院

杭州职业技术学院

西安科技大学电子信息学院

西安科技大学通信学院

西安科技大学机械学院

天津渤海职业技术学院

天津渤海集团公司教育中心

连云港职业技术学院

景德镇高等专科学校

徐州工业职业技术学院

广州大学科技贸易技术学院

江西信息应用职业技术学院

浙江商业职业技术学院

内蒙古电子信息职业技术学院

济源职业技术学院

河南科技学院

苏州经贸职业技术学院

浙江工商职业技术学院

温州大学

四川工商职业技术学院

常州轻工职业技术学院

河北工业职业技术学院

太原理工大学轻纺学院

浙江交通职业技术学院

保定职业技术学院

绵阳职业技术学院

北岳职业技术学院

天津职业大学

石家庄信息工程职业学院

襄樊职业技术学院

九江职业技术学院

青岛远洋船员学院

无锡科技职业学院

广东白云职业技术学院

三峡大学职业技术学院

西安欧亚学院实验中心

天津机电职业技术学院

漯河职业技术学院

济南市高级技工学校

沈阳职业技术学院

江西新余高等专科学校

赣南师范学院

江西交通职业技术学院

河北农业大学城建学院

华北电力大学

北京工业职业技术学院

湖北职业技术学院

河北化工医药职业技术学院

天津电子信息职业技术学院

广东松山职业技术学院

常州轻工职业技术学院

北京师范大学

山西大学工程学院

平顶山工学院

黄石理工学院

广东岭南职业技术学院

青岛港湾职业技术学院

郑州铁路职业技术学院

北京电子科技职业学院

北京农业职业技术学院

宁波职业技术学院

宁波工程学院

北京化工大学成教学院

天津交通职业技术学院

济南电子机械工程学院

山东职业技术学院

天津中德职业技术学院

天津现代职业技术学院

天津青年职业技术学院

无锡南洋学院

北京城市学院

北京经济技术职业学院

北京联合大学

大红鹰职业技术学院

广东华立学院

广西工贸职业技术学院

贵州商业高等专科学校

桂林旅游职业技术学院

河北司法警官职业学院

黑龙江省教科院

湖北财经高等专科学校

华东师范大学职成教所

淮南职业技术学院

淮阴工学院

黄河水利职业技术学院

南京工业职业技术学院

南京铁道职业技术学院

黔南民族职业技术学院

青岛职业技术学院

陕西财经职业技术学院

陕西职业技术学院

深圳信息职业技术学院

深圳职业技术学院

石家庄职业技术学院

四川建筑职业技术学院

四川职业技术学院

太原旅游职业技术学院

泰山职业技术学院

温州职业技术学院

无锡商业职业技术学院

武汉商业服务学院

杨凌职业技术学院

浙江工贸职业技术学院

郑州旅游职业技术学院

淄博职业技术学院

云南机电职业技术学院

云南林业职业技术学院

云南国防工业职业技术学院

云南文化艺术职业学院

云南农业职业技术学院

云南能源职业技术学院

云南省交通职业技术学院

云南司法警官职业学院
云南热带作物职业技术学院
西双版纳职业技术学院
玉溪农业职业技术学院
云南科技信息职业学院
昆明艺术职业学院
云南经济管理职业学院
云南农业大学
云南师范大学
昆明大学
陕西安康师范学院
云南水利水电学校
昆明工业职业技术学院
云南财税学院
云南大学高职学院
山西综合职业技术学院
温州科技职业技术学院
昆明广播电视大学
天津中德职业技术学院
天津职教中心
天津现代职业技术学院

天津师范大学
武警昆明指挥学院
天津工业大学
天津开发区职业技术学院
黑龙江大兴安岭职业学院
黑龙江农业经济职业技术学院
黑龙江农业工程职业技术学院
黑龙江农业职业技术学院
黑龙江生物科技职业技术学院
黑龙江旅游职业技术学院
中国民航飞行学院
四川信息职业技术学院
四川航天职业技术学院
四川成都纺织高等专科学校
四川科技职业学院
四川乐山职业技术学院
四川泸州职业技术学院
四川成都农业科技职业技术学院
四川宜宾职业技术学院
江西省委党校

前言

教材建设是高等职业教育工作的重要组成部分。本书结合高等职业教育的办学特色和《高等数学》教学的实践,既注重数学学科本身的科学性与系统性,又注重高等职业教育的特殊性,力求体现如下特点:

- 遵循“以应用为目的,以‘必需、够用为度’”的编写原则。
- 联系实际、注重应用,适度论证、重视创新。
- 以实用为原则,“教、学、做”融为一体,内容体系整体优化,使学生实现由知识向能力的转化。
- 重视培养学生的数学能力和素质,引导学生学会认识问题、分析问题、解决问题。

➤ 在教学计划编排和授课内容的取舍上,各专业可结合本专业的培养目标进行适当的调整。

本教材由四川航天职业技术学院周孝康和四川电力职业技术学院刘秀红任主编并制订编写计划和大纲、统稿;由孙明学、谭和平、宋秀英任副主编;由唐建玉、何淑芬任主审;由周孝康、刘秀红、唐绍安、谭和平、罗礼敏、文帮云、宋秀英、郭小林、孙明学参与编写。

由于编者水平有限,书中难免存在不足或疏漏之处,恳请各位读者批评指正。

编者
2007年6月

目录

Contents

第1章 函数 极限 连续 … (1)

§ 1.1 基本初等函数与初等函数 … (1)

1.1.1 函数的概念 … (1)

1.1.2 函数的简单性态 … (4)

1.1.3 基本初等函数 … (4)

1.1.4 复合函数、初等函数 … (4)

习题 1.1 … (6)

§ 1.2 函数的极限 … (7)

1.2.1 极限的概念 … (7)

1.2.2 极限的四则运算 … (12)

1.2.3 无穷小与无穷大 … (14)

1.2.4 两个重要极限 … (17)

习题 1.2 … (20)

§ 1.3 初等函数的连续性 … (21)

1.3.1 函数连续性的定义 … (21)

1.3.2 初等函数的连续性 … (24)

1.3.3 闭区间上连续函数的性质 … (25)

习题 1.3 … (26)

复习题 1 … (29)

第2章 一元函数微分学及其

应用 … (31)

§ 2.1 导数的概念 … (31)

2.1.1 导数的定义 … (31)

2.1.2 导数的几何意义 … (37)

2.1.3 可导与连续的关系 … (38)

习题 2.1 … (39)

§ 2.2 求导法则 … (39)

2.2.1 函数的和、差、积、商的求导法则 … (39)

2.2.2 复合函数的求导法则 … (41)

2.2.3 反函数的求导法则 … (44)

2.2.4 基本初等函数的求导公式 … (46)

2.2.5 隐函数的导数 … (46)

2.2.6 对数求导法 … (47)

2.2.7 由参数方程所确定的函数求导法 … (48)

2.2.8 高阶导数 … (49)

习题 2.2 … (51)

§ 2.3 微分 … (51)

2.3.1	微分的定义	(51)
2.3.2	微分的几何意义	(54)
2.3.3	微分的运算法则	(54)
2.3.4	微分在近似计算中的应用	(56)
习题 2.3		(57)
§ 2.4	中值定理与洛必达 (L'Hospital) 法则	(58)
2.4.1	中值定理	(58)
2.4.2	未定式的定值法——洛必达 (L'Hospital) 法则	(60)
习题 2.4		(64)
§ 2.5	函数的单调性与极值	(65)
2.5.1	函数的单调性	(65)
2.5.2	函数的极值	(66)
2.5.3	函数的最值与极值的应用	(71)
习题 2.5		(73)
§ 2.6	曲线的凹向与拐点	(74)
§ 2.7	函数图形的描绘	(76)
2.7.1	曲线的渐近线	(76)
2.7.2	函数图形的作法	(78)
习题 2.6		(80)
复习题 2		(82)
第 3 章	一元函数积分学及其应用	(88)

§ 3.1	定积分的基本概念	(88)
3.1.1	定积分概念的引入	(88)
3.1.2	定积分的定义	(90)
3.1.3	定积分的几何意义	(91)
习题 3.1		(92)
§ 3.2	定积分的性质	(92)
3.2.1	有关积分限的性质	(92)
3.2.2	定积分的线性性质	(93)
3.2.3	定积分的比较	(93)
3.2.4	定积分估值定理	(93)
3.2.5	定积分中值定理	(94)
3.2.6	积分均值	(94)
习题 3.2		(94)
§ 3.3	微积分基本定理与原函数	(95)
习题 3.3		(96)
§ 3.4	不定积分的概念与性质	(96)
3.4.1	不定积分的概念	(96)
3.4.2	不定积分的性质	(97)
3.4.3	基本积分公式表	(97)
习题 3.4		(99)

§ 3.5 常用积分方法	(100)	习题 4.1	(130)
3.5.1 凑微分法(换元积分法 I)	(100)	§ 4.2 常数项级数的审敛法	(131)
3.5.2 换元积分法(II)	(102)	4.2.1 正项级数的审敛法	(132)
3.5.3 分部积分法	(106)	4.2.2 交错级数的审敛法	(135)
习题 3.5	(109)	4.2.3 绝对收敛与条件收敛	(136)
§ 3.6 广义积分	(110)	习题 4.2	(137)
3.6.1 函数在无限区间上的积分	(110)	§ 4.3 幂级数	(137)
3.6.2 无界函数的积分	(111)	4.3.1 函数项级数	(137)
习题 3.6	(112)	4.3.2 幂级数的定义	(139)
§ 3.7 定积分的应用	(112)	4.3.3 幂级数的收敛性	(139)
3.7.1 直角坐标系下的面积公式	(113)	4.3.4 幂级数的运算	(142)
3.7.2 极坐标系下的面积公式	(115)	习题 4.3	(145)
3.7.3 已知平行截面面积的立体体积	(116)	§ 4.4 函数的幂级数展开式	(146)
3.7.4 旋转体的体积	(117)	4.4.1 泰勒级数 麦克劳林级数	(146)
3.7.5 平面曲线的弧长	(117)	4.4.2 函数展开为幂级数的直接方法	(147)
习题 3.7	(119)	4.4.3 函数展开为幂级数的间接方法	(149)
复习题 3	(123)	4.4.4 幂级数的应用	(151)
第 4 章 无穷级数	(125)	习题 4.4	(154)
§ 4.1 级数的基本概念	(125)	§ 4.5 傅立叶级数	(154)
4.1.1 级数的概念	(125)	4.5.1 三角级数 三角函数系的正交性	(154)
4.1.2 级数的性质	(128)		

4.5.2 以 2π 为周期的 函数的傅立叶级数	(156)
4.5.3 正(余)弦级数	(161)
习题 4.5	(163)
§ 4.6 周期为 T 的函数的傅立叶 级数和定义在有限区间 上的函数的傅立叶级数	(164)
4.6.1 周期为 T 的函数的 傅立叶级数	(164)
4.6.2 定义在有限区间 上的函数的傅立叶级数	(167)
习题 4.6	(171)
§ 4.7 傅立叶级数的复数 形式	(172)
习题 4.7	(175)
复习题 4	(176)
第 5 章 常微分方程	(180)
§ 5.1 微分方程的基本 概念	(180)
习题 5.1	(184)
§ 5.2 可分离变量的微分 方程	(184)
5.2.1 可分离变量的 微分方程	(184)
5.2.2 齐次方程	(187)
习题 5.2	(189)
§ 5.3 一阶线性微分方程	(189)
5.3.1 一阶线性齐次微分 方程的解法	(190)

5.3.2 一阶线性非齐次 微分方程的解法	(190)
习题 5.3	(194)
§ 5.4 可降阶的二阶微分 方程	(194)
5.4.1 $y''=f(x)$ 型	(194)
5.4.2 $y''=f(x, y')$ 型	(195)
5.4.3 $y''=f(y, y')$ 型	(195)
习题 5.4	(197)
§ 5.5 二阶线性微分方程 及其解的结构	(197)
习题 5.5	(199)
§ 5.6 二阶常系数线性 齐次微分方程	(200)
习题 5.6	(203)
§ 5.7 二阶常系数线性非 齐次微分方程	(203)
5.7.1 $f(x)=p_m(x)e^{\lambda x}$ 型	(204)
5.7.2 $f(x)=e^{ax}(a\cos \omega x +$ $b\sin \omega x)$	(207)
习题 5.7	(208)
复习题 5	(211)
第 6 章 多元函数微分学	(214)
§ 6.1 预备知识	(214)
6.1.1 空间解析几何简介	(214)
6.1.2 平面上的区域	(221)
习题 6.1	(222)

§ 6.2 多元函数的基本概念	(223)
6.2.1 多元函数的概念	(223)
6.2.2 二元函数的极限	(224)
6.2.3 二元函数的连续性	(226)
习题 6.2	(227)
§ 6.3 偏导数	(228)
6.3.1 偏导数的概念及其计算	(228)
6.3.2 高阶偏导数	(230)
习题 6.3	(231)
§ 6.4 全微分及其应用	(232)
6.4.1 全微分的概念	(232)
6.4.2 全微分与偏导数的关系	(232)
习题 6.4	(234)
§ 6.5 多元复合函数的求导法则	(234)
6.5.1 复合函数微分法	(234)
6.5.2 隐函数的微分法	(238)
习题 6.5	(239)
§ 6.6 二元函数的极值与最值	(239)
6.6.1 二元函数的极值	(239)
6.6.2 二元函数的最值	(241)

6.6.3 条件极值与拉格朗日乘数法	(242)
习题 6.6	(245)
复习题 6	(248)
第 7 章 多元函数积分学	(251)
§ 7.1 二重积分的概念与性质	(251)
7.1.1 二重积分的概念	(251)
7.1.2 二重积分的定义	(253)
7.1.3 二重积分的性质	(254)
习题 7.1	(255)
§ 7.2 二重积分的计算	(255)
7.2.1 在直角坐标系中计算二重积分	(255)
7.2.2 在极坐标系中计算二重积分	(260)
习题 7.2	(262)
§ 7.3 二重积分的应用举例	(263)
7.3.1 平面图形的面积	(263)
7.3.2 立体图形的体积	(264)
7.3.3 平面薄板的质量	(265)
习题 7.3	(266)
复习题 7	(267)
第 8 章 线性代数初步	(270)
§ 8.1 行列式	(270)
8.1.1 行列式的定义	(270)

8.1.2 行列式的性质	(275)	8.4.2 用初等行变换求	
8.1.3 行列式的计算	(280)	矩阵的秩	(302)
8.1.4 克莱姆法则	(283)	习题 8.4	(303)
习题 8.1	(286)	§ 8.5 逆矩阵	(303)
§ 8.2 矩 阵	(287)	8.5.1 逆矩阵的定义	(303)
8.2.1 矩阵的概念	(287)	8.5.2 可逆矩阵的判定	(304)
8.2.2 矩阵的运算	(289)	8.5.3 用初等行变换求	
8.2.3 矩阵的应用	(294)	逆矩阵	(305)
习题 8.2	(296)	习题 8.5	(308)
§ 8.3 矩阵的初等行变换	(297)	§ 8.6 线性方程组	(308)
8.3.1 初等行变换的定义	(297)	8.6.1 线性方程组概述	(308)
8.3.2 初等矩阵	(297)	8.6.2 齐次线性方程组	(310)
8.3.3 阶梯矩阵与行简化		8.6.3 非齐次线性方程组	(313)
阶梯矩阵	(299)	8.6.4 线性方程组的	
习题 8.3	(300)	应用实例	(315)
§ 8.4 矩阵的秩	(301)	习题 8.6	(316)
8.4.1 矩阵秩的定义	(301)	复习题 8	(318)

第1章 函数 极限 连续

学习目标

- ① 理解函数的概念.
- ② 掌握基本初等函数的性质和图像.
- ③ 熟练掌握复合函数的复合过程.
- ④ 理解函数极限、函数左右极限以及极限存在的充要条件.
- ⑤ 熟练掌握函数极限的计算方法.
- ⑥ 掌握无穷小与无穷大的关系.
- ⑦ 理解无穷小与极限之间的关系,会用无穷小的性质求极限.
- ⑧ 掌握运用两个重要极限计算极限的方法.
- ⑨ 理解函数在一点连续和在区间连续的概念.
- ⑩ 会求初等函数的间断点并判断间断点的类型,掌握分段函数在分界点上的连续性.

§ 1.1 基本初等函数与初等函数

1.1.1 函数的概念

1. 函数的定义

定义 1 设 D 是一个实数集,如果对于 D 中的每一个数 x , 变量 y 按照某种对应法则 f , 总有确定的值与之对应,那么就称 y 为定义在数集 D 上的 x 的函数,记作 $y=f(x)$, x 称为自变量,数集 D 称为函数的定义域.当 x 取定 x_0 时,与 x_0 对应的值称为函数在点 x_0 的函数值,记作 $y_0 = y|_{x=x_0} = f(x_0)$.当 x 取遍 D 中的一切实数值时,对应的函数值的集合 M 叫做函数的值域.

在函数的定义中,如果对于每一个 $x \in D$, 都有唯一的 $y \in M$ 与它对应, 那么这种函数称为单值函数, 否则称为多值函数.

以下如不作特别说明, 则研究的都是单值函数.

2. 函数的两个基本要素

函数的对应法则 f 和定义域 D 称为函数的两个基本要素.

(1) 对应法则 f

例 1 函数 $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$, f 确定的对应规律为:

$$f(x) = 3(\quad)^2 - 2(\quad) + 5.$$

解 如: $f(3) = 3(3)^2 - 2(3) + 5$

$$f(a+b) = 3(a+b)^2 - 2(a+b) + 5$$

$$f(x^2+1) = 3(x^2+1)^2 - 2(x^2+1) + 5$$

(2) 定义域

函数的定义域就是自变量的取值范围. 在实际问题中, 应根据实际意义来确定定义域.

例 2 求下列函数的定义域

$$\textcircled{1} y = \frac{1}{4-x^2} + \sqrt{x+2} \quad \textcircled{2} y = \lg \frac{x}{x-1}$$

解 ① 因为 $4-x^2 \neq 0$, 所以 $x \neq \pm 2$. 因为 $x+2 \geq 0$, 所以 $x \geq -2$. 函数的定义域为 $(-2, 2) \cup (2, +\infty)$.

② 因为 $\frac{x}{x-1} > 0$, 所以 $x < 0$ 或 $x > 1$. 函数的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$.

两个函数只有当它们的定义域和对应法则完全相同时, 这两个函数才认为是相同的.

例 3 下列函数是否相同, 为什么?

$$\textcircled{1} y = \sin^2 x + \cos^2 x \text{ 与 } y = 1.$$

$$\textcircled{2} y = \frac{x^2-1}{x-1} \text{ 与 } y = x+1.$$

$$\textcircled{3} y = x^2 \text{ 与 } y = u^2.$$

解 ① $y = \sin^2 x + \cos^2 x$ 与 $y = 1$ 是相同的函数, 对应法则和定义域都是相同的.

② $y = \frac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y = x+1$ 不是相同的函数, 因为定义域不同.

③ $y = x^2$ 与 $y = u^2$ 是相同的函数, 因为对应法则和定义域均相同.

3. 函数与函数值的记号

y 是 x 的函数, 可记为 $y = f(x)$, 但在同一个问题中, 如需要讨论几个不同