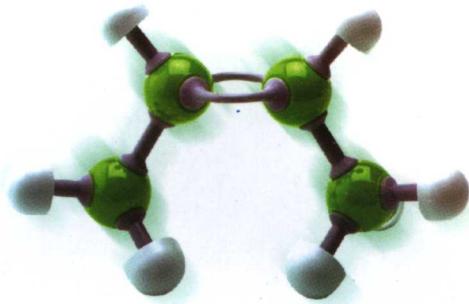




全国医药卫生高职高专规划教材
QUANGUO YIYAO WEISHENG GAOZHI GAOZHUA GUIHUA JIAOCAI



医药 高等数学



主编 万志超



第四军医大学出版社

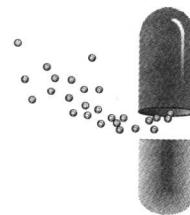


全国医药卫生高职高专规划教材
QUANGUO YIYAO WEISHENG GAOZHUAN GUIHUA JIAOCAI

全国医药卫生高职高专规划教材

医药 高等数学

主编 万志超



全国医药卫生
高职高专规划教材

第四军医大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

医药高等数学/万志超主编. —西安:第四军医大学出版社,2007. 8

全国医药卫生高职高专规划教材

ISBN 978 - 7 - 81086 - 357 - 5

I. 医… II. 万… III. 医用数学 - 高等学校:技术学校 - 教材 IV. R311

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 113912 号

医药高等数学

主 编 万志超

责任编辑 秦志峰 张小磊

出版发行 第四军医大学出版社

地 址 西安市长乐西路 17 号(邮编:710032)

电 话 029 - 84776765

传 真 029 - 84776764

网 址 <http://press.fmmu.sn.cn>

印 刷 黄委会勘测规划设计研究院印刷厂

版 次 2007 年 8 月第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷

开 本 787 × 1 092 1/16

印 张 18.625

字 数 430 千字

书 号 ISBN 978 - 7 - 81086 - 357 - 5/R · 301

定 价 26.00 元

(版权所有 盗版必究)

编者名单

主 编 万志超

副主编 刘建波 刘俐颖

编 委 (以姓氏笔画为序)

万志超 漯河医学高等专科学校

王 悅 宁夏医学院高职学院

邓剑霞 永州职业技术学院

刘学佳 辽宁中医药大学职业技术学院

刘建波 泰山医学院

刘俐颖 平凉医学高等专科学校

李兆强 漯河医学高等专科学校

赵中河 南阳医学高等专科学校

蒋善丽 漯河医学高等专科学校

前　　言

根据国家教育部高职高专教学改革和教材建设的精神,我们编写了这本《医药高等数学》教材。编写中,我们依据教育部《关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》精神,以“实用为先,够用为度”的原则,在保证思想性、科学性,加强启发性、适用性的前提下,注意阐明概念,掌握方法,结合专业实际,减少数理推证,注意学生基本运算能力和分析问题、解决问题以及自学能力的培养。编写内容注重与高职高专教学相结合,打破传统的编写体系,以三年制药学专业所学基础数学知识为主线,努力实现整体优化。根据课程内在联系,在一元和多元函数的微分部分按函数、极限、连续、导数(偏导数)、微分(偏微分、全微分)、导数(偏导数)应用的顺序,在一元和多元函数的积分部分按不定积分、定积分及其应用和二重积分及其应用的顺序,组成较为完整的理论体系,并根据专业需要,介绍了拉普拉斯变换。本书重点讨论微分法和积分法及其应用,努力在字数的控制、内容的取舍、框架的编排、概念的阐述、方法的介绍、理论的应用、例题的引用、习题的排选等诸多方面体现层次特点和专业特色,强调教学与实际相结合的特色。

各章由以下部分组成,本章主要内容、教学要点、思考题、知识卡片等部分,让学生的知识得到复习、巩固和提高。

参编人员分工如下:第一章由万志超编写;第二章由李兆强编写;第三章由刘俐颖编写;第四章由赵中河编写;第五章由王悦编写;第六章由刘学佳编写;第七章由邓剑霞编写;第八章由蒋善丽编写;第九章由刘建波编写。

本书的编写得到了以上几位作者所在学校有关领导和同行的大力支持和帮助,在此深表感谢。

编写中由于各种原因,加之编者水平有限,书中缺点、漏误在所难免敬请广大读者批评指正,以便进一步提高和完善。

编者

2007年4月

目 录

第一章 函数与极限	1
第一节 函数	1
一、函数的概念	1
二、函数的几种特性	4
三、分段函数与反函数	6
四、复合函数	8
五、初等函数	9
习题 1-1	11
第二节 极限	12
一、数列的极限	12
二、函数的极限	15
三、无穷小量与无穷大量	18
习题 1-2	20
第三节 极限的运算	21
一、极限的四则运算	21
二、两个重要极限	24
三、无穷小的比较	28
习题 1-3	29
第四节 函数的连续性	30
一、函数的连续与间断	30
二、初等函数的连续性	32
三、闭区间上连续函数的性质	34
习题 1-4	35
本章主要内容与教学建议	36
思考题	38
复习题一	38
第二章 导数与微分	40
第一节 导数的概念	40
一、导数的定义	40
二、函数的可导性与连续性之间的关系	47

三、几个基本初等函数的导数.....	48
习题 2-1	50
第二节 求导法则	50
一、导数的四则运算法则.....	50
二、复合函数的求导法则.....	54
三、隐函数的求导法则.....	57
四、由参数方程所确定的函数的求导法则.....	60
习题 2-2	62
第三节 高阶导数	63
习题 2-3	65
第四节 微分的概念	66
一、微分的定义及几何意义.....	66
二、微分的运算法则.....	70
习题 2-4	73
本章主要内容与教学建议	74
思考题	74
复习题二	74
 第三章 导数的应用	76
第一节 中值定理	76
一、罗尔定理.....	76
二、拉格朗日定理.....	77
三、柯西定理.....	78
四、泰勒公式.....	80
习题 3-1	83
第二节 函数的单调性和极值	84
一、函数单调性的判别法.....	84
二、函数的极值.....	86
三、函数的最值.....	89
习题 3-2	92
第三节 曲线的凹凸与拐点	92
一、曲线的凹凸及其判别法.....	92
二、曲线的拐点及其求法.....	94
习题 3-3	95
第四节 罗必达法则	96
一、 $\frac{0}{0}$ 型	96
二、 $\frac{\infty}{\infty}$ 型	96

习题 3 - 4	99
本章主要内容与教学建议	100
思考题	102
复习题三	103
第四章 不定积分	105
第一节 不定积分概念与性质	105
一、原函数	105
二、不定积分的概念	107
三、不定积分的简单性质与几何意义	107
四、不定积分的基本公式	108
习题 4 - 1	110
第二节 不定积分的基本积分法	111
一、换元积分法	111
二、分部积分法	118
习题 4 - 2	120
本章主要内容与教学建议	121
思考题	125
复习题四	125
第五章 定积分	128
第一节 定积分的概念	128
一、两个实际问题	128
二、定积分的概念	130
习题 5 - 1	131
第二节 定积分的简单性质	132
一、定积分的几何意义	132
二、定积分的性质	134
习题 5 - 2	136
第三节 微积分基本定理	137
一、积分上限函数	137
二、微积分基本定理	138
习题 5 - 3	140
第四节 定积分的换元积分法和分部积分法	142
一、定积分的换元积分法	142
二、定积分的分部积分法	145
习题 5 - 4	146
本章主要内容与教学建议	147

思考题.....	148
复习题五.....	151
第六章 定积分的应用.....	154
第一节 定积分的微元法.....	154
第二节 定积分在几何中的应用.....	155
一、平面图形的面积	155
二、旋转体的体积	157
三、平面曲线的弧长	159
四、函数在区间上的平均值	161
习题 6-2	162
第三节 定积分在物理学中的应用.....	163
一、变力所做的功	163
二、液体的静压力	165
习题 6-3	166
第四节 定积分在医药学中的应用.....	166
习题 6-4	168
本章主要内容与教学建议.....	168
复习题六.....	169
第七章 多元函数微分学.....	171
第一节 空间直角坐标系与向量代数.....	171
一、空间直角坐标系	171
二、向量代数	173
习题 7-1	179
第二节 多元函数的概念.....	180
一、多元函数的概念	180
二、二元函数的极限	182
三、二元函数的连续性	183
习题 7-2	184
第三节 多元函数的偏导数.....	185
一、偏导数的概念	185
二、偏导数的几何意义	186
三、高阶偏导数	187
四、连续与偏导的关系	188
习题 7-3	188
第四节 多元函数的全微分.....	189
一、全微分的定义	189

二、全微分在近似计算中的应用	191
三、多元复合函数和隐函数的微分法	192
四、多元函数的极值	195
习题 7-4	199
本章主要内容与教学建议	200
思考题	201
复习题七	201
第八章 多元函数积分学	204
第一节 二重积分的概念与性质	204
一、二重积分的概念	204
二、二重积分的简单性质	207
习题 8-1	208
第二节 二重积分的计算	209
一、在直角坐标系中计算二重积分	209
二、在极坐标系下计算二重积分	216
习题 8-2	221
第三节 二重积分的应用	224
一、体积	224
二、平面薄片的质量	226
三、平面薄片的重心	226
四、平面薄板的转动惯量	231
习题 8-3	232
第四节 曲线积分	233
一、对弧长的曲线积分	233
二、对坐标的曲线积分	236
三、格林公式	240
四、平面上的曲线积分与路径无关的条件	242
习题 8-4	243
本章主要内容与教学建议	245
思考题	245
复习题八	245
第九章 常微分方程	248
第一节 微分方程的基本概念	248
一、引例	248
二、微分方程的定义及其阶	249
三、常微分方程的解	250

习题 9-1	251
第二节 一阶常微分方程.....	251
一、可分离变量的常微分方程	251
二、齐次常微分方程	253
三、一阶线性常微分方程	256
习题 9-2	259
第三节 二阶常微分方程.....	259
一、 $y'' = f(x)$ 型的常微分方程	259
二、 $y'' = f(x, y')$ 型的常微分方程	260
三、 $y'' = f(y, y')$ 型的常微分方程	260
四、二阶常系数线性微分方程	261
习题 9-3	266
第四节 拉普拉斯变换.....	266
一、拉普拉斯变换基本概念	266
二、拉普拉斯变换逆变换	269
三、拉普拉斯变换性质	269
习题 9-4	271
第五节 数学模型——微分方程在医药中的应用简介.....	271
一、数学建模的步骤	272
二、数学建模的全过程	273
三、医药学常用的两个数学模型	273
四、实例	273
习题 9-5	278
本章主要内容与教学建议.....	278
思考题.....	280
复习题九.....	280
参考文献.....	282

第一章 函数与极限

第一节 函数

一、函数的概念

1. 常量与变量 自然界的现像无一不在变化之中,我们在考察某个自然现像,社会经济现像或生产过程时,常常会遇到一些不同的量,如长度、面积、体积、时间、速度、温度等. 我们遇到的量一般可以分为两种,一种是在过程进行中一直保持不变,这种量称为常量 (constant quantity); 另一种却在过程中不断变化着,这种量称为变量 (variable). 例如,一个物体做匀速直线运动,则速度的大小是常量,而时间与位移的大小都是变量. 又如,一块金属圆板,由于热胀冷缩,在受热的过程中它的半径与面积在不断变大,冷却时又不断变小. 因此,这圆板的半径与面积都是变量. 但在整个过程中,面积与半径的平方之比,即圆周率 π 始终不变,是一个常量. 通常用字母 $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$ 等表示常量,用字母 x, y, z, t, u, v 等表示变量.

2. 函数的定义

定义 1 设在某一变化过程中有两个变量 x 和 y , D 为一个给定的数集,如果对每一个 $x \in D$,按照一定的法则 f ,变量 y 总有唯一确定的数值 x 与之对应,就称 y 为 x 的函数 (function),记为 $y = f(x)$. 数集 D 称为该函数的定义域 (domain of definition), x 叫做自变量 (independent variable), y 叫做因变量 (dependent variable). 当 x 取数值 $x_0 \in D$ 时,所依法则 f 的对应值称为函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 时的函数值. 所有函数值组成的集合 $W = \{y | y = f(x), x \in D\}$ 称为函数 $y = f(x)$ 的值域 (range of function).

关于函数定义的几点说明:

(1) 我们这里所讲的函数是指单值函数,也就是说,对于每一个 x 值只能对应变量 y 的一个值.

(2) 符号 " f " 表示自变量 x 与函数 y 的某种对应关系. 例如 $y = f(x) = 5x^2 + 3x - 1$, 它

的对应关系“ f ”是自变量的平方乘以 5 加上自变量的 3 倍减去 1, 我们不妨简化为 $y = f(x) = 5x^2 + 3x - 1$. 如 $x=3$ 时, 对应的函数值是 $f(3) = 5 \times 3^2 + 3 \times 3 - 1$.

同样当 $x=a$ 时, 对应的函数值是 $f(a) = 5a^2 + 3a - 1$.

表示函数对应法则的符号也常常用“ g ”、“ h ”等表示, 这时函数就记作 $y=g(x)$ 、 $y=h(x)$ 等.

(1) 确定函数的两个要素——定义域和对应法则: 函数概念反映着自变量和因变量之间的依赖关系. 它涉及到定义域、对应法则和值域. 很明显, 只要定义域和对应法则确定了, 值域也就随之确定. 因此, 定义域和对应法则是确定函数的两个要素, 只要两个函数的定义域和对应法则都相同, 那么, 这两个函数就相同; 如果定义域或对应法则有一个不相同, 那么这两个函数就不相同.

例如 函数 $f(x) = \frac{x}{x}$ 与 $g(x) = 1$, 因为 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 而 $g(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 所以 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是不同的函数.

(2) 函数定义域的求法: 对于由实际问题得到的函数, 其定义域应该由问题的具体条件来确定. 如函数 $S=\pi r^2$ 中, 自变量 r 是圆的半径, 故此函数的定义域就是 $(0, +\infty)$.

若函数由公式给出时, 不考虑函数的实际意义, 这时函数的定义域就是使式子有意义的自变量的一切实数值.

例 1 求下列函数的定义域:

$$(1) f(x) = \sqrt{x-2}; \quad (2) f(x) = \frac{1}{x-1}; \quad (3) f(x) = \frac{1}{\ln(x+3)}.$$

解 (1) $f(x) = \sqrt{x-2}$ 的定义域 $x-2 \geq 0$ 即 $[2, +\infty)$.

(2) $f(x) = \frac{1}{x-1}$ 的定义域 $x-1 \neq 0$ 即 $\{x|x \neq 1\}$.

(3) $f(x) = \frac{1}{\ln(x+3)}$ 的定义域 $\ln(x+3) \neq 0$ 且 $x+3 > 0$.

即 $\{x|x > -3 \text{ 且 } x \neq -2\}$.

例 2 求函数 $f(x) = \arcsin \frac{x-1}{5} + \frac{1}{\sqrt{25-x^2}}$ 的定义域.

解 应使

$$\begin{cases} \left| \frac{x-1}{5} \right| \leq 1 \\ 25-x^2 > 0 \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} -4 \leq x \leq 6 \\ -5 < x < 5 \end{cases} \quad \text{也就是} \quad -4 \leq x < 5$$

所以此函数的定义域为 $D = [-4, 5)$.

注意:

(1) 约定函数的定义域就是自变量所能取的、使算式有意义的一切实数值的全体.

(2) 若对每一个 $x \in D$, 只有唯一的 y 与之对应, 就称函数 $y=f(x)$ 为单值函数; 若有不止一个 y 与之对应, 就称函数 $y=f(x)$ 为多值函数. 如: $x^2+y^2=1$, $x^2-y^2=1$ 等. 以后若不特别声明, 只讨论单值函数.

3. 函数的表示法 函数的表示法广泛地应用于生产、生活、科研等各个领域。在医疗卫生工作和医学科学的研究方面的应用也很广泛，如分析发病规律，解释致病原因，研究药物疗效以及防治疾病措施等。

根据函数的定义，函数的表示法就是用来确定函数的两个变量间函数关系的方法。常用的表示函数的方法有解析法、列表法和图象法。

(1) 解析法(或称公式法)：就是把两个变量间的函数关系，用一个等式来表示，这个等式叫做函数的解析表达式，简称解析式。

例 3 某种细菌的繁殖方式属于简单的细胞分裂，即经过一个繁殖周期 T 后由一个变成两个，两个变成四个，…。如果细菌生长环境是理想的，且开始时有 n 个细菌，经过一段时间 t 后，写出细菌个数 N 与时间 t 的关系式。

解 由题意可知， N 与 t 的关系式表示为

$$N = 2^{\frac{t}{T}} n$$

用解析式表示函数关系的优点是：函数关系清楚，容易根据自变量的值求出其对应的函数值，便于用解析式来研究函数的性质。

(2) 列表法：就是用表格来表示两个变量之间函数关系的方法。

例如，在生化检验工作中，检验员用赖氏法作了丙氨酸氨基转移酶测定的标准工作曲线，得到光密度读数和丙氨酸氨基转移酶单位之间的关系数据列成表 1-1：

表 1-1

光密度读数(od)	0.09	0.178	0.26	0.34	0.41
丙氨酸氨基转移酶单位(U)	28	57	97	150	200

根据表 1-1，要测定丙氨酸氨基转移酶，只要测出光密度读数，从表中查到对应的丙氨酸氨基转移酶单位，便能得到化验结果。利用查表方法较方便，能简化实验步骤，节约时间。

用列表法表示函数关系的优点是：不必通过计算就能知道当自变量取某些值时函数的对应值。

(3) 图象法：就是用函数图象表示两个变量之间函数关系的方法。

例如 图 1-1 中的两条曲线分别表示静脉注射、肌肉注射青霉素 G 钠盐 10 万 U 时的血清浓度变化情况，根据图象分析，可得到下列结论：

① 静脉注射血液后，青霉素 G 钠盐含量迅速提高，在 $\frac{1}{4}$ 小时血清浓度达最大值，但随之很快下降，3 h 后就很难测到。

② 肌肉注射青霉素 G 钠盐，血清浓度半小时左右可达最大值(比静脉注射慢)，药物在血液中存留的时间比静脉注射要长些，但数小时后也测不到了。

因此，临幊上常用静脉注射法获得血液中持久而较高的药物浓度来达到较快的治疗效果。

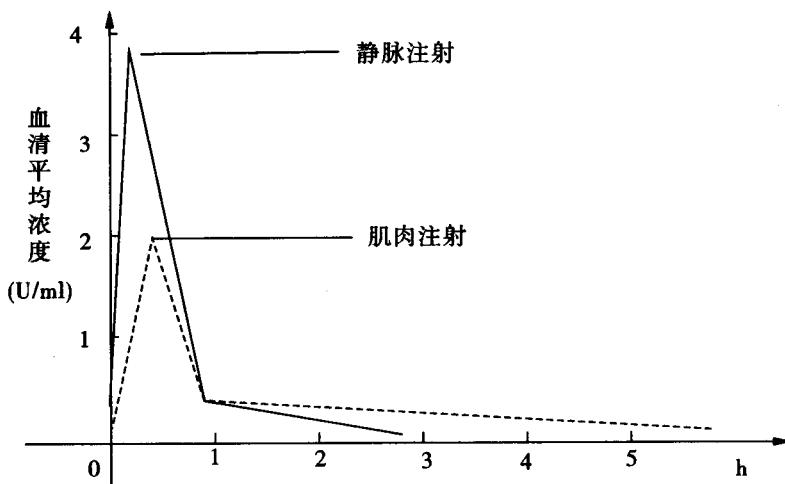


图 1-1

用图象法表示函数关系的优点是：能直观形象地表示出函数的变化情况。
函数的三种表示法各有优缺点，在具体应用时应注意结合使用。

二、函数的几种特性

1. 有界性 设函数 $f(x)$ 在数集 D 上有定义，若存在常数 k_1 (或 k_2)，使得对一切 $x \in D$ 有

$$f(x) \leq k_1 \text{ (或 } f(x) \geq k_2\text{)},$$

则称 $f(x)$ 在 D 上有上界(或有下界)。若存在正数 M ，使对一切 $x \in D$ 有

$$|f(x)| \leq M,$$

则称 $f(x)$ 在 D 上有界。如果这样的 M 不存在，就称 $f(x)$ 在 D 上无界，即对任给的正数 M ，总存在 $x_1 \in D$ ，使得 $|f(x_1)| > M$ 。

函数的有界性与集 D 有关。例如， $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $[1, +\infty)$ 上有界，因为存在 $M = 1$ ，使对一切 $x \in [1, +\infty)$ 有 $\left|\frac{1}{x}\right| \leq 1$ 。但它在 $(0, 1)$ 内却是无界的，因为对任给的正数 $M > 1$ ，总存在 $x_1 = \frac{1}{2M} \in (0, 1)$ ，使 $|f(x_1)| = \left|\frac{1}{x_1}\right| = 2M > M$ 。

一个函数如果在其定义域上有界，就称它为有界函数。有界函数的图形必位于两条直线 $y = M$ 与 $y = -M$ 之间。例如， $y = \sin x$ 是有界函数，因为在它的定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内， $|\sin x| \leq 1$ 。又从图 1-2 不难看出，函数 $y = x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内无界。函数 $y = x^2$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内仅有下界。因此说它们都是无界函数。

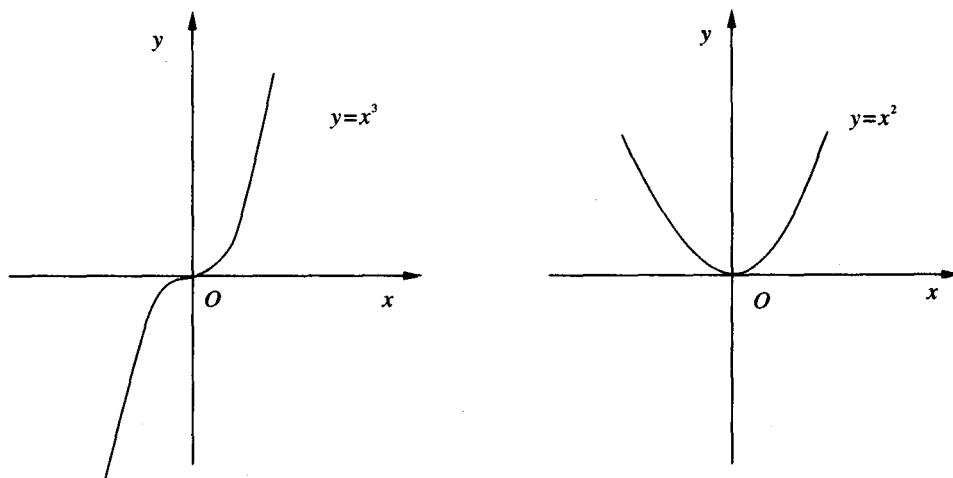


图 1-2

2. 单调性 设函数 $f(x)$ 在集合 D 上有定义, 如果对 D 中任意两个实数 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 总有

$$f(x_1) \leq f(x_2) \quad [\text{或 } f(x_1) \geq f(x_2)],$$

则称 $f(x)$ 在集 D 上单调增加(或单调减少)简称单增(或单减). 若当 $x_1 < x_2$ 时, 总有

$$f(x_1) < f(x_2) \quad [\text{或 } f(x_1) > f(x_2)],$$

则称 $f(x)$ 在集 D 上严格单增(或严格单减).

单增和单减的函数统称为单调函数, 严格单增和严格单减的函数统称为严格单调函数. 例如, 函数 $f(x) = x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是严格单增的, 因为对任意 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ 时, 有

$$f(x_1) - f(x_2) = x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2).$$

当 $x_1 < x_2$ 时, 由于 $x_1 - x_2 < 0$, 而

$$x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 = \left(x_1 + \frac{x_2}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} x_2^2 > 0,$$

故总有 $f(x_1) - f(x_2) < 0$, 即 $f(x_1) < f(x_2)$.

又如函数 $g(x) = x^2$ 在区间 $(-\infty, 0]$ 上严格单减, 在区间 $[0, +\infty)$ 上严格单增, 但在整个区间内却不是单调的. 这说明函数的单调性亦与集合 D 有关.

3. 奇偶性 设 $y = f(x), x \in D$, 其中 D 关于原点对称, 即当 $x \in D$ 时有 $-x \in D$. 如果对任意 $x \in D$, 总有

$$f(-x) = -f(x) \quad [\text{或 } f(-x) = f(x)],$$

则称 $f(x)$ 为奇函数(或偶函数).

例如, $f(x) = x^3$ 是奇函数, $g(x) = x^2$ 是偶函数, 因为对任意 $x \in \mathbb{R}$, 总有

$$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x),$$

$$g(-x) = (-x)^2 = x^2 = g(x).$$

又如三角函数中, 正弦函数 $y = \sin x$ 是奇函数, 余弦函数 $y = \cos x$ 是偶函数, 而 $y = \sin x + \cos x$ 既不是奇函数, 也不是偶函数.

在坐标平面上,偶函数的图形关于 y 轴对称,奇函数的图形关于原点对称.

4. 周期性 设函数 $y = f(x), x \in D$. 若存在常数 $T \neq 0$, 使对任意 $x \in D$, 总有

$$f(x + T) = f(x),$$

则称 $f(x)$ 为周期函数, T 称为 $f(x)$ 的一个周期. 显然, 若 T 为 $f(x)$ 的一个周期, 则 kT ($k = \pm 1, \pm 2, \dots$) 也都是它的周期. 所以一个周期函数一定有无穷多个周期. 通常所说周期函数的周期是指最小正周期.

如三角函数中, $\sin x$ 和 $\cos x$ 是周期为 2π 的周期函数, $\tan x$ 和 $\cot x$ 是周期为 π 的周期函数.

但并非任何周期函数都有最小正周期. 例如常量函数 $f(x) = C$ 是周期函数, 任何实数都是它的周期, 因而不存在最小正周期.

周期函数的图形在每个区间 $[x + kT, x + (k + 1)T]$ 上都是一样的, 其中 k 为任意整数, x 为 x 轴上任意一点.

三、分段函数与反函数

一个函数也可以在其定义域的不同部分用不同的解析式来表示, 通常称这种形式的函数为分段函数, 例如符号函数 $\operatorname{sgn} x = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$ 和取整函数 $[x] = n, n \leq x < n + 1, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 都是分段函数. 它们的图形如图 1-3 和图 1-4 所示.

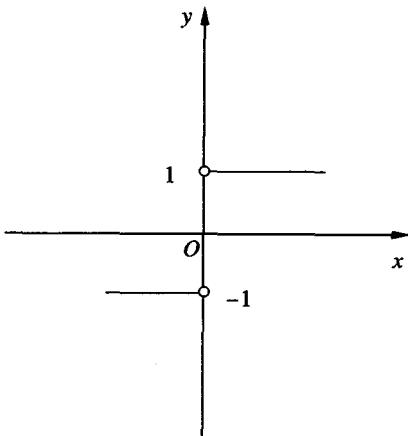


图 1-3

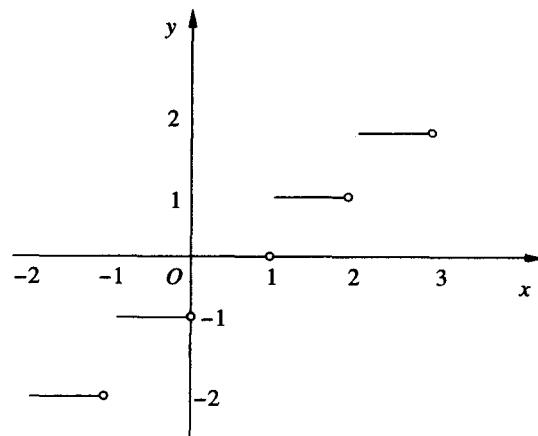


图 1-4

考察定义在集合 D 上的函数 $y = f(x)$, 其中 x 是自变量, y 是因变量, x 可以独立取值, y 却按确定的法则随 x 而定. 换句话说, 函数 $y = f(x)$ 所要反映的是 y 怎样随着 x 而定的法则. 当然, 我们也可以考察 x 随 y 而定的法则. 由此引出如下反函数的概念.

定义 2 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 值域为 W . 若对 W 中每一值 y_0 , D 中必有一个值 x_0 , 使 $f(x_0) = y_0$, 则令 x_0 与 y_0 相对应, 便可在 W 上确定一个函数, 称此函数为函数