

21世纪全国高职高专机电系列实用规划教材



21st CENTURY  
实用规划教材

# 工程力学

主编 高原 杨丽娜



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

中国林业出版社  
China Forestry Publishing House

21世纪全国高职高专机电系列实用规划教材

# 工程力学

主编 高原 杨丽娜  
副主编 钟灵 常青 曹小益  
参编 胡晓波 翟爱霞 陈建军 王晓辉



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

中国林业出版社  
China Forestry Publishing House

## 内 容 简 介

全书共分三篇：第一篇是静力学，主要介绍构件的受力分析和平衡计算；第二篇是材料力学，主要介绍构件的基本变形的强度、刚度和稳定性的计算；第三篇是运动力学，主要介绍物体运动的规律和运动与受力的计算。

本书基本概念和理论论述深入浅出，简明扼要，突出了少而精的特点；在内容的选排上，着力体现高职高专教育特色，有利于提高学生认识问题和解决问题的能力。

本书适合作为高职高专机械类与近机械各专业工程力学的教材，也可供工程技术人员参考使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学/高原，杨丽娜主编。—北京：中国林业出版社；北京大学出版社，2007.9

(21世纪全国高职高专机电系列实用规划教材)

ISBN 978-7-5038-4862-9

I. 工… II. ①高…②杨… III. 工程力学—高等学校：技术学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 134077 号

书 名：工程力学

著作责任者：高 原 杨丽娜 主编

策 划 编辑：徐 凡

责 任 编辑：孙哲伟 郑铁志

标 准 书 号：ISBN 978-7-5038-4862-9

出 版 者：中国林业出版社(地址：北京市西城区德内大街刘海胡同 7 号 邮编：100009)

<http://www.cfph.com.cn> E-mail:cfphz@public.bta.net.cn

电 话：编辑部 66170109 营销中心 66187711

北京大学出版社(地址：北京市海淀区成府路 205 号 邮编：100871)

<http://www.pup.cn> <http://www.pup6.com> E-mail:pup\_6@163.com

电 话：邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667 出版部 62754962

印 刷 者：北京中科印刷有限公司

发 行 者：北京大学出版社 中国林业出版社

经 销 者：新华书店

787mm×1092mm 16 开本 18.5 印张 429 千字

2007 年 9 月第 1 版 2007 年 9 月第 1 次印刷

定 价： 28.00 元

---

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究

举报电话：010-62752024

电子邮箱：[fd@pup.pku.edu.cn](mailto:fd@pup.pku.edu.cn)

# 丛书总序

高等职业技术教育是我国高等教育的重要组成部分。从 20 世纪 90 年代末开始，伴随我国高等教育的快速发展，高等职业技术教育也进入了快速发展时期。在短短的几年时间内，我国高等职业技术教育的规模，无论是在校生数量还是院校的数量，都已接近高等教育总规模的半壁江山。因此，高等职业技术教育承担着为我国走新型工业化道路、调整经济结构和转变增长方式提供高素质技能型人才的重任。随着我国经济建设步伐的加快，特别是随着我国由制造大国向制造强国的转变，现代制造业急需高素质高技能的专业人才。

为了使高职高专机电类专业毕业生满足市场需求，具备企业所需的知识能力和专业素质，高职高专院校的机电类专业根据市场和社会需要，努力建立培养企业生产第一线所需的高等职业技术应用型人才的教学体系和教材资源环境，不断更新教学内容，改进教学方法，积极探讨机电类专业创新人才的培养模式，大力推进精品专业、精品课程和教材建设。因此，组织编写符合高等职业教育特色的机电类专业规划教材是高等职业技术教育发展的需要。

教材建设是高等学校建设的一项基本内容，高质量的教材是培养合格人才的基本保证。大力发展高等职业教育，培养和造就适应生产、建设、管理、服务第一线需要的高素质技能型人才，要求我们必须重视高等职业教育教材改革与建设，编写和出版具有高等职业教育自身特色的教材。近年来，高职教材建设取得了一定成绩，出版的教材种类有所增加，但与高职发展需求相比，还存在较大的差距。其中部分教材还没有真正过渡到以培养技术应用能力为主的体系中来，高职特色反映也不够，极少数教材内容过于肤浅，这些都对高职人才培养十分不利。因此，做好高职教材改革与建设工作刻不容缓。

北京大学出版社抓住这一时机，组织全国长期从事高职高专教学工作并具有丰富实践经验的骨干教师，编写了高职高专机电系列实用规划教材，对传统的课程体系进行了有效的整合，注意了课程体系结构的调整，反映系列教材各门课程之间的渗透与衔接，内容合理分配；努力拓宽知识面，在培养学生的创新能力方面进行了初步的探索，加强理论联系实际，突出技能培养和理论知识的应用能力培养，精简了理论内容，既满足大类专业对理论、技能及其基础素质的要求，同时提供选择和创新的空间，以满足学有余力的学生进修或探究学习的需求；对专业技术内容进行了及时的更新，反映了技术的最新发展，同时结合行业的特色，缩短了学生专业技术技能与生产一线要求的距离，具有鲜明的高等职业技术人才培养特色。

最后，我们感谢参加本系列教材编著和审稿的各位老师所付出的大量卓有成效的辛勤劳动，也感谢北京大学出版社和中国林业出版社的领导和编辑们对本系列教材的支持和编审工作。由于编写的时间紧、相互协调难度大等原因，本系列教材还存在一些不足和错漏。我们相信，在使用本系列教材的教师和学生的关心和帮助下，不断改进和完善这套教材，使之成为我国高等职业技术教育的教学改革、课程体系建设和教材建设中的优秀教材。

《21 世纪全国高职高专机电系列实用规划教材》

专家编审委员会

2007 年 7 月

# 前　　言

本书的编写是以突出高等职业教育的特色为原则，编写以简明扼要为宗旨。在教材的内容方面作了精心的选择和编排，积极吸取其他同类教材的优点，突出基本概念、基本理论，并注重结果的应用，密切联系工程实际以提高和培养学生分析问题和解决问题的能力。本书可作为高职高专院校机械类与近机械各专业工程力学的教材，也可供工程技术人员参考使用。

参与本书编写的有：辽宁信息职业技术学院高原(绪论，第6、7、8、9章)，平顶山职业技术学院杨丽娜(第14、15、16章，型钢规格表)，甘肃畜牧工程职业技术学院钟灵(第10章)，张家口职业技术学院常青(第4章)，湖南郴州职业技术学院曹小益(第1章)，郑州牧业工程高等专科学校胡晓波(第5章)，甘肃畜牧工程职业技术学院翟爱霞(第2、3章)，山西建筑职业技术学院陈建军(第11章)，陕西航空职业技术学院王晓辉(第12、13章)。

本书由高原和杨丽娜担任主编，钟灵、常青和曹小益担任副主编。

由于编者水平有限，难免存在疏漏之处，真诚希望读者批评指出。

编　　者  
2007年7月

# 目 录

绪论 .....	1
----------	---

## 第一篇 静 力 学

引言 .....	2
<b>第 1 章 静力学的基本概念和公理 .....</b>	<b>3</b>
1. 1 静力学的基本概念 .....	3
1. 2 力的概念 .....	3
1. 3 静力学公理 .....	4
1. 4 约束与约束反力 .....	8
1. 5 物体的受力分析和受力图 .....	11
本章小结 .....	13
思考题 .....	14
习题 .....	14
<b>第 2 章 平面汇交力系 .....</b>	<b>16</b>
2. 1 平面汇交力系合成的解析法 .....	16
2. 2 平面汇交力系平衡的解析条件 .....	19
本章小结 .....	22
思考题 .....	22
习题 .....	22
<b>第 3 章 力矩和平面力偶系 .....</b>	<b>26</b>
3. 1 力对点之矩和合力矩定理 .....	26
3. 2 力偶的概念 .....	28
3. 3 力偶的性质 .....	29
3. 4 平面力偶系的合成与平衡 .....	30
3. 5 力的平移定理 .....	32
本章小结 .....	33
思考题 .....	34
习题 .....	35
<b>第 4 章 平面任意力系 .....</b>	<b>38</b>
4. 1 平面任意力系向一点简化 .....	38
4. 2 平面任意力系的平衡方程及 其应用 .....	41
4. 3 平面平行力系的平衡方程及 其应用 .....	43
4. 4 物体系统的平衡和静定与静不定 问题的概念 .....	45
4. 5 考虑摩擦时的平衡问题 .....	49
本章小结 .....	53
思考题 .....	53
习题 .....	55
<b>第 5 章 空间力系和重心 .....</b>	<b>60</b>
5. 1 力沿空间直角坐标轴的分解 和投影 .....	60
5. 2 空间汇交力系的平衡方程及 其应用 .....	63
5. 3 力对轴之矩 .....	65
5. 4 空间任意力系的平衡方程及应用 .....	67
5. 5 空间任意力系的平衡问题转化为 平面问题的解法 .....	69
5. 6 物体重心和平面图形的形心 .....	72
本章小结 .....	76
思考题 .....	77
习题 .....	77

## 第二篇 材 料 力 学

引言 .....	81
<b>第 6 章 材料力学的基本概念 .....</b>	<b>82</b>
6. 1 变形固体的基本假设 .....	82
6. 2 内力、截面法、应力 .....	82
6. 3 杆件变形的基本形式 .....	84
本章小结 .....	85
思考题 .....	85
<b>第 7 章 轴向拉伸与压缩 .....</b>	<b>86</b>
7. 1 轴向拉伸与压缩的概念 .....	86
7. 2 轴向拉伸与压缩时横截面上 的内力 .....	87
7. 3 轴向拉伸与压缩时横截面上 的应力 .....	89
7. 4 拉压变形与胡克定律 .....	91
7. 5 材料在拉伸与压缩时的力学 性能 .....	94
7. 6 许用应力及安全系数 .....	97
7. 7 轴向拉伸和压缩时的强度计算 .....	98
7. 8 应力集中的概念 .....	100
本章小结 .....	100
思考题 .....	101
习题 .....	101

<b>第 8 章 剪切</b>	104	习题	150
8.1 剪切与挤压的概念	104	11.1 组合变形的概念	155
8.2 剪切与挤压的实用计算	105	11.2 弯曲与拉伸(压缩)组合变形的强度计算	155
8.3 剪切胡克定律和剪切双生定律	108	11.3 应力状态的概念和强度理论简介	159
本章小结	109	11.4 弯曲与扭转组合变形的强度计算	165
思考题	110	本章小结	168
习题	110	思考题	169
<b>第 9 章 圆轴的扭转</b>	112	习题	170
9.1 扭转的概念和外力偶矩的计算	112	<b>第 12 章 压杆稳定</b>	173
9.2 圆轴扭转时横截面上的内力	113	12.1 压杆稳定的概念	173
9.3 圆轴扭转时横截面上的应力	115	12.2 细长压杆的临界力	174
9.4 圆轴扭转时的强度计算	118	12.3 欧拉公式的适用范围	177
9.5 圆轴扭转时的变形	119	12.4 压杆稳定性的计算	181
9.6 圆轴扭转时的刚度计算	120	12.5 提高压杆稳定性的措施	184
本章小结	121	本章小结	184
思考题	122	思考题	185
习题	122	习题	185
<b>第 10 章 直梁的弯曲</b>	124	<b>第 13 章 动载荷与交变应力</b>	188
10.1 平面弯曲的概念	124	13.1 动载荷	188
10.2 梁弯曲时横截面上的内力	126	13.2 交变应力	193
10.3 剪力图和弯矩图	129	本章小结	200
10.4 纯弯曲时横截面上的应力	133	思考题	201
10.5 梁弯曲时的强度计算	136	习题	201
10.6 提高梁抗弯强度的措施	141		
10.7 梁的弯曲变形概述	143		
本章小结	148		
思考题	148		
		<b>第三篇 运 动 力 学</b>	
<b>引言</b>	203	思考题	242
<b>第 14 章 运动学</b>	204	习题	243
14.1 质点的运动	204	<b>第 16 章 动能定理</b>	246
14.2 刚体的基本运动	213	16.1 功和功率	246
14.3 刚体的平面运动	221	16.2 动能定理	251
本章小结	223	本章小结	260
思考题	224	思考题	261
习题	224	习题	262
<b>第 15 章 动力学</b>	226	<b>附录 I 习题参考答案</b>	266
15.1 质点动力学	226	<b>附录 II 型钢规格表</b>	273
15.2 刚体动力学	232	<b>参考文献</b>	286
15.3 动静法	238		
本章小结	242		

# 绪 论

## 1. 工程力学研究的内容与对象

工程力学研究的内容为3个部分：静力学、材料力学和运动力学。

静力学研究的主要内容是：物体受力后的平衡条件以及它在工程中的应用。机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化，而平衡是工程中机械运动的特殊形式。

材料力学研究的主要内容是：构件在外力作用下的变形、受力和破坏的规律。为合理设计构件提供有关强度、刚度和稳定性分析的基本理论和方法。

运动力学研究的主要内容是：质点的运动和刚体的基本运动，以及在这些运动中受力物体的运动与作用力之间的关系。

在实际问题中，工程力学研究的对象往往是复杂的。为便于理论研究，抓住主要因素，略去次要因素，从而把抽象的力学模型作为研究对象。物体受力而产生的小变形，对静力学和运动力学研究的问题影响不大，可略去不计，将物体简化为刚体。对材料力学，变形是它所研究的主要内容，因而它的研究对象是受力后会变形的固体，简称变形固体。

## 2. 工程力学在工程技术中的地位

工程力学这门课不但理论性很强，而且还是与实际工程技术联系极为密切的技术基础课。它是工程技术的重要理论基础之一，它的定律、定理与结论广泛应用于各种工程技术之中。同时也是学习后继课程的重要基础。

## 3. 工程力学的研究方法

工程力学与其他科学一样，在建立与发展过程中，始终采用实验研究和理论分析相结合的方法。学习本课程时，必须大量地观察实际生活中的力学现象，并学会用力学基本知识去解释这些现象。要利用我们原有的直接经验与感性认识对所学的理论进行对照、检验和分析。因此，学生在学习本课程时，应遵循以下的学习方法：

(1) 工程力学理论性和系统性很强，而且各部分相互联系，所以学习中一定要及时解决不清楚的问题，以免影响以后的学习内容。

(2) 在学习本课程时，要注重学习分析问题的思路和解决问题的方法，要善于思考和发现问题并利用工程力学的知识积极地去解决问题，不要满足于背公式、记结论。

(3) 要做好课前预习和课后复习，并且做一定量的练习，这样才能把工程力学这门课程学好。

# 第一篇 静 力 学

## 引 言

静力学研究的是物体机械运动的特殊情形——平衡问题。所谓机械运动，是指物体在空间的位置随时间的变化。在工程上，物体相对于地球处于静止或做匀速直线运动的状态称为平衡。静力学研究物体在力系作用下的平衡规律，分析各种力系的平衡条件。

在工程实践中，经常遇到处于平衡状态下物体的受力分析问题。像许多机器的零件和结构构件，如机床的主轴、丝杆、起重机的起重臂等，它们在工作时处于平衡状态或可近似地看作处于平衡状态。

**力系** 是指作用在物体上的一群力，记作( $F_1, F_2, \dots, F_n$ )。

物体在力系作用下处于平衡状态时，称该力系为**平衡力系**。作用在物体上的力系，若使物体处于平衡状态，则必须满足一定的条件，这些条件称为力系的**平衡条件**。如果一个力系对物体的作用能用另一个力系代替而不改变作用效果时，称这两个力系互为**等效力系**。若力系与一个力等效，则称此力为该力系的**合力**。

在静力学中，主要研究两个问题：

### 1. 力系的简化

在工程实际中，物体受到的力系是很复杂的，所以在研究时，要将复杂的力系用作用效果完全相同的简单力系来代替，这个步骤称为**力系的简化**。

### 2. 力系的平衡

在设计构件时，必须先分析构件的受力情况，建立平衡条件，并求出其未知力。

学好静力学部分是非常重要的，它不但是本课程材料力学和运动力学部分的基础，也是其他很多课程的知识准备。

# 第1章 静力学的基本概念和公理

## 【学习目标】

通过本章的学习，了解力的概念、刚体的概念、平衡的概念，理解静力学公理、约束的概念及工程中常见约束类型，熟练掌握受力分析的方法，准确地画出研究对象的受力图。

## 1.1 静力学的基本概念

### 一、刚体的概念

力对物体的效应，除了使物体的运动状态发生变化外，还能使物体发生变形。在正常情况下，工程上机械零件和结构构件在力的作用下发生的变形是很微小的，这种微小的变形对研究力的外效应影响很小，可以忽略不计。这样物体就被看成是不变形的，从而使问题的研究得到简化。这种在力的作用下，大小和形状保持不变的物体称为刚体。这是一个理想化的力学模型。在静力学中，所研究的物体只限于刚体，故又称为刚体静力学。

### 二、平衡的概念

所谓平衡指的是物体相对于周围物体处于静止或匀速直线运动状态。平衡是物体机械运动的一种特殊状态。平衡只是物体机械运动的特殊形式。必须注意，运动是绝对的，而平衡、静止则是相对的。所谓相对，就是暂时的、有条件的。如果作用于物体上的力系满足一定条件，物体就可以处于平衡状态，一旦物体在力系作用下处于平衡状态，这样的力系称为平衡力系。满足力系平衡的条件称为平衡条件。

## 1.2 力的概念

自古以来，人们从生产劳动和日常生活中，通过推、拉、提等活动，由于肌肉的紧张收缩，感觉到人对物体施加了力，使物体的运动状态发生变化。如用手推小车，小车受到了力的作用由静止开始运动；物体受到地球引力作用而自由下落时，速度将越来越大；用汽锤锻打工件，工件在锻锤打击力作用下会发生变形等。人们就从这样大量的实践中，对力的认识由感性认识上升到理性认识，形成了力的科学概念：力是物体间相互的机械作用，这种作用使物体的机械运动状态发生变化，同时使物体发生变形。因此，力不能脱离实际物体而存在。

物体受力后将会产生两种效应：外效应和内效应。力使物体机械运动状态发生改变的效应称为力的外效应，而使物体产生变形的效应称为力的内效应。静力学主要研究力的外效应，材料力学主要研究力的内效应。

实践表明，力对物体的效应决定于3个要素：力的大小、力的方向、力的作用点。3个要素中任何一个量改变时，力的作用效应也随之改变，所以力为矢量。

我们用一矢量来表示力的三要素。如图 1.1 所示，矢量的长度  $AB$  按一定的比例尺表示力的大小，矢量的方向表示力的方向，矢量的始终点  $B$ (或起点)表示力的作用点，矢量  $AB$  的直线表示力的作用线，我们常用字母  $F$  表示力的矢量，字母  $F$  表示力的大小。书写时力符号上面有一箭头： $\vec{F}$ 。

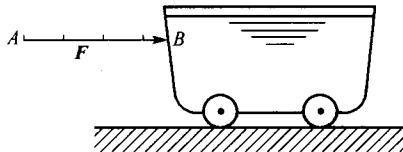


图 1.1

(1) 集中力：将作用于物体某个点上的力称为集中力。

我们知道，力的作用位置通常并不是一个点，而是分布在被作用物体的一定面积上的，当作用面积很小而趋于零时，便可将其抽象为一个点，而称为力的作用点。因此，集中力是一种物理模型，是对事物现象的抽象。

(2) 分布力：当力的作用面积较大，不能抽象为点时，则将作用于这个面积上的力称为分布力。用  $q$  表示，称为载荷集度。

(3) 力的单位：在国际单位制中，力的单位用牛顿，或千牛顿，简写为牛(N)或千牛(kN)。

集中力的单位：牛顿(N)或千牛顿(kN)。分布力的单位：单位长度牛顿，如：N/m。

(4) 力系的概念。

力系：作用于刚体的一群力称为力系。

平衡力系：若作用在刚体上的力系使物体处于平衡状态，则称此力系为平衡力系。

等效力系：若作用在刚体上的力系可用另一力系来代替而不改变它对刚体的作用效果，则称这两个力系为等效力系或互等力系。

合力：如果一个力和一力系等效，则称这个力是力系的合力，力系中的各个力称作合力的分力。

力系的简化：用一个简单的等效力系来代替作用在刚体上的一个复杂力系，称为力系的简化。

我们知道，作用于物体的力系十分复杂，为便于讨论，需将复杂力系用一个等效的简单力系或是一个等效的力来代替，也就是说，研究力系简化的目的就是要简化刚体的受力情况，以便于进一步分析和研究。

### 1.3 静力学公理

为了研究力系的简化和平衡条件，以及物体的受力分析等问题，需要先研究两个力的合成和平衡，以及两个物体间的相互作用等最基本的力学规律，这些规律是人们在生活和生产活动中长期积累的经验总结，又经过实践的反复检验，证明是符合实际的普遍规律，我们称之为静力学公理。

下面我们就来学习这些公理。

### 公理一：二力平衡公理

作用在刚体上的两个力使刚体处于平衡的必要和充分条件是：这两个力的大小相等，方向相反，且在同一直线上，即： $F_A = -F_B$ 。如图 1.2 所示。

此公理总结了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。

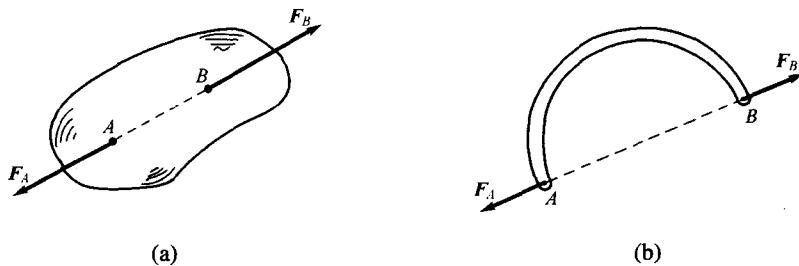


图 1.2

工程上常遇到只受两个力作用而平衡的构件，这种构件称二力构件或二力杆。二力杆所受的两个力必定沿着两力作用点的连线。如图 1.3 所示，当不计自重时，三角架中的 BC 杆就是二力杆。 $F_{BC}$ 、 $F_{CB}$  两力必定沿 B、C 两点的连线。

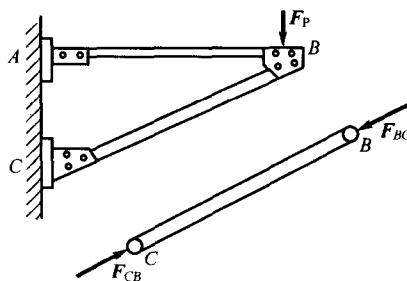


图 1.3

必须注意，对于非刚体来说，二力平衡条件只是必要条件而非充分条件。例如绳索的两端受到等值、反向、共线的两个拉力处于平衡，但受到等值、反向、共线的两个压力就不能平衡了。

### 公理二：加减平衡力系公理

在作用于刚体上的任意力系中加上或减去任意平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。也就是说，如果两个力系只相差一个或几个平衡力系，则它们对刚体的作用是相同的，因此可等效替换。此公理对于研究力系的简化问题很重要。

应用二力平衡公理和加减平衡力系公理，可导出下列推论。

#### 推论 1：力的可传性原理

作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点，并不改变该力对刚体的作用效应。此原理证明如下：

**证明：**设力  $F$  作用在刚体上的点 A，如图 1.4(a)所示。根据加减平衡力系原理，可在力的作用线上任取一点 B，并加上两个相互平衡的力  $F_1$  和  $F_2$ ，并且使  $F = -F_1 = F_2$ ，如图 1.4(b)所示。

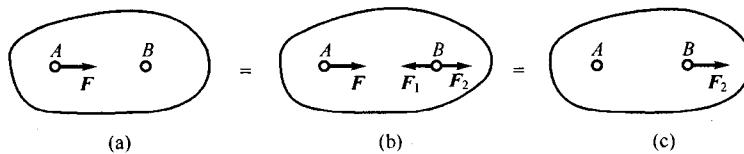


图 1.4

由于力  $\mathbf{F}$  和  $\mathbf{F}_1$  也是一对平衡力系，故可除去，只剩一个力  $\mathbf{F}_2$ ，且  $\mathbf{F}=\mathbf{F}_2$ 。如图 1.4(c) 所示。 $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{F}_2$  的作用效果是相等的。

由此可见，作用于刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。作用于刚体上的力矢可沿作用线移动，此矢量称滑动矢量。

必须注意的是，力的可传性原理只适用于刚体；而且力只能在刚体自身上沿其作用线移动，而不能移到其他刚体上去。

### 公理三：力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力，合力的作用点也在该点，合力的大小与方向则由这两个力为边构成的平行四边形的对角线来表示[如图 1.5(a)所示]。即合力矢等于这两个力矢的矢量和[如图 1.5(b)、图 1.5(c)所示]。即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

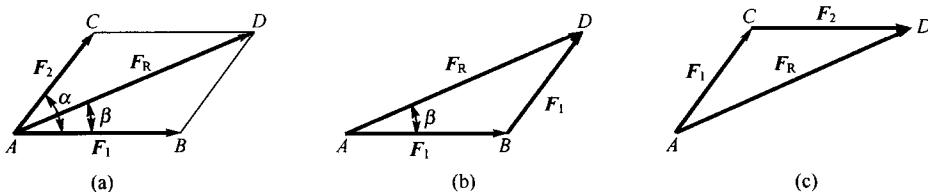


图 1.5

图 1.5 中的  $\mathbf{F}_1$ ,  $\mathbf{F}_2$  称为  $\mathbf{F}_R$  的两个分力， $\mathbf{F}_R$  是  $\mathbf{F}_1$ ,  $\mathbf{F}_2$  的合力。

显然，利用平行四边形法则求合力，对于变形体来说，二力要有共同的作用点；对于刚体来说，二力作用线只要相交就可以合成。因此，公理三不仅适用于刚体，也适用于变形体。应用力的平行四边形法则或矢量合成法则，也可以将一个力分解为两个力，但这是有条件的。一般是沿着两个已知方向分解为两个分力。此公理总结了最简单的力系简化的规律，它是较复杂力系简化的基础。

根据以上 3 个公理，可以得出如下推论：

### 推论 2：三力平衡汇交定理

当刚体受同一平面内互不平行的 3 个力作用而平衡时，这 3 个力的作用线必汇交于一点。

**证明：**如 1.6(a) 图所示，在刚体上的  $A$ ,  $B$ ,  $C$  3 点上，分别作用三个相互不平行的力  $\mathbf{F}_1$ ,  $\mathbf{F}_2$ ,  $\mathbf{F}_3$ 。根据力的可传性，将力  $\mathbf{F}_1$ ,  $\mathbf{F}_2$  移到汇交点  $O$ ，然后根据力的平行四边形法则，得合力  $\mathbf{F}_R$ ，如 1.6(a) 图所示，则力  $\mathbf{F}_3$  应与  $\mathbf{F}_R$  平衡，由于两个力平衡必须共线，所以力  $\mathbf{F}_3$

必定与力  $F_1$ ,  $F_2$  共面, 且通过力  $F_1$  与  $F_2$  的交点  $O$ 。它是不平行三力平衡的必要条件, 而非充分条件。当刚体受不平行三力而处于平衡时, 利用这个定理可以确定未知力的方向。

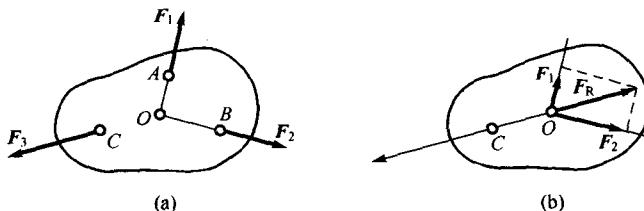


图 1.6

#### 公理四：作用与反作用定律

作用力与反作用力总是同时存在, 两个力大小相等, 方向相反, 且作用线沿同一直线, 分别作用在两个相互作用的物体上。此公理阐述了力永远是成对产生的, 两物体之间相互的作用力, 同时存在, 同时消失。

必须强调指出: 虽然作用力与反作用力大小相等、方向相反、作用线沿同一直线, 但分别作用在两个物体上, 而二力平衡则是作用在同一物体之上的。

如图 1.7(a)所示, 它表示一重物用钢丝绳悬挂在鼓轮上处于平衡状态。如图 1.7(b)所示,  $W$  为物体的重力,  $F_T$  为钢丝绳对重物的拉力,  $W$  和  $F_T$  作用在重物上, 此两力是作用在同一物体并使重物平衡, 所以  $W$  和  $F_T$  不是作用和反作用力的关系。而  $F_T$  作用在物体上,  $F_{T1}$  作用在钢丝绳上,  $F_T$  和  $F_{T1}$  分别作用在两个物体上, 它们是作用与反作用力。

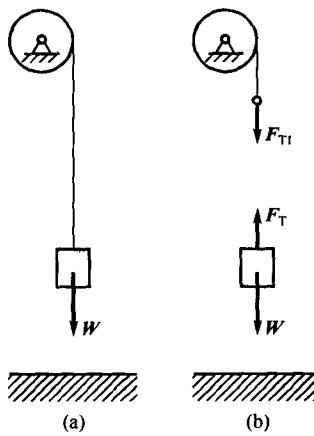


图 1.7

应用作用与反作用定律, 可以把一个物体的受力分析联系起来, 因此作用与反作用定律是一个非常重要的定律。

## 1.4 约束与约束反力

### 1.4.1 约束

在我们的生活中，许许多多物体的运动，由于各种原因都受到一定程度的限制。比如，门只能转动不能移动，汽车上的方向盘只能转动不能移动，机车受铁轨限制，只能沿轨道运动等。这些物体受到其他物体的限制，沿着某些方向不能运动，所以称为**非自由体**。再如飞机、炮弹、火箭等，它们的运动却并不完全受到限制，可以自由自在地变化。所以，位移不受限制的物体称为**自由体**。

**约束：**限制非自由体的某些运动或运动趋势的周围物体，称为约束（**约束是物体**）。

**约束反力：**约束作用于研究对象上的力，简称**约束反力**。**约束反力的方向总是与约束体所能限制的运动方向相反**。应用此原则，可确定约束反力方向或作用线的位置，但在工程实例中，约束反力的大小是未知的。

凡能主动引起物体运动或使物体有运动趋势的力，称为主动力（如重力、切削力、电磁力）。物体所受的主动力往往是给定的或可测定的，而约束反力则由主动力所引起，是属于被动性质的一种力。约束反力的方向，一般可根据约束的类型予以确定。至于约束反力的大小，在静力学中需要通过平衡条件求出。下面介绍几种在工程实际中，常遇到的简单的约束类型和确定约束反力的方法。

### 1.4.2 工程中常见的约束类型及其约束反力

#### 一、光滑接面约束

由光滑的点、线、面接触的物体称为光滑约束（见图 1.8(a)）。例如，支持物体的固定平面，机床中的导轨，机车的铁轨等。当接触表面非常光滑，摩擦可以忽略不计时，都属于这类约束。这类约束不能限制物体沿约束表面切线的位移，只能阻碍物体沿接触表面的法线并向约束内部的位移。

具有光滑支承面对物体的约束反力，作用在接触点处，方向沿接触表面的公法线并指向受力物体（见图 1.8(b)）。我们把这种约束反力称为法向反力，并且用  $F_N$  表示。



图 1.8

工程中光滑约束的实例很多。图 1.9 中滚筒放置在 A, B 两个滚轮上，则滚轮可视为光滑面约束。

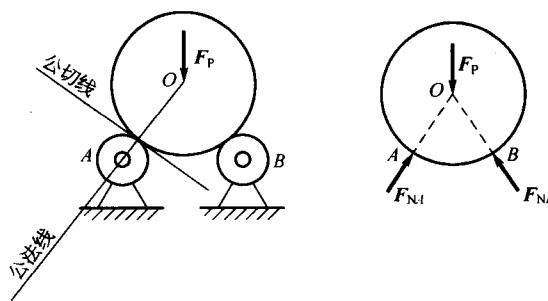


图 1.9

**性质与特点:**

- ① 支承并只限制沿公法线方向的位移，却并不限制沿切线方向的位移；
- ② 约束反力方向沿公法线并指向被约束的物体。

## 二、柔体约束

在我们的日常生活和各种工程实例中，经常会遇到钢绳、链条、皮带等柔性物体，我们把这种柔性物体称为柔索。由于柔索只能限制研究对象沿着柔索中心线拉直的方向运动，因此，柔索给被约束体的力，方向一定沿着柔索，并且只能是拉力。常用字母  $F_T$ ， $F_s$  表示，如图 1.10 所示。

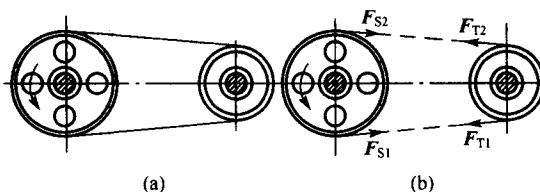


图 1.10

**性质与特点:**

- ① 只限制物体沿柔索中心线方向的位移；
- ② 只承受拉力，不承受压力与弯矩；
- ③ 约束反力的方向沿柔索的中心线背离被约束物体。

## 三、光滑圆柱铰链约束

### 1. 中间铰链

用圆柱销将两个构件连在一起而构成的销钉连接。两物体各钻一圆孔，中间用圆柱形销钉连接，如图 1.11(a), (b) 所示。如果销钉和销孔是光滑的，那么两零件间可以相对转动，但不能相对移动，这样的约束称为圆柱铰链约束。如图 1.11(c) 所示为圆柱铰链的简化形式。

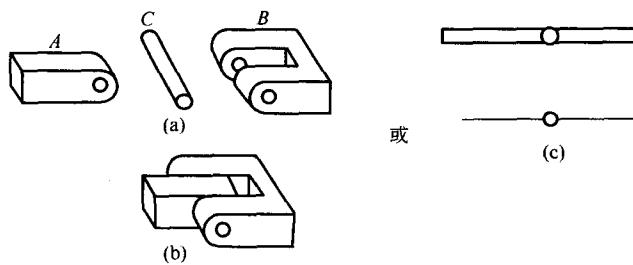


图 1.11

当被连接构件按作为研究对象并受有一定的载荷时，其上的销孔壁便紧压于销钉的某处，于是销钉便通过接触点给予研究对象一个反作用力  $F_R$  [ 见图 1.12(a) ]。根据光滑接触面约束的特点，这个约束反力应沿圆柱面接触点的公法线，通过销钉中心。随着研究对象所受载荷的不同，销孔与销钉接触点的位置也有所改变，以致反力的方向也随着变化。因而，中间铰链的约束反力的作用线必定通过销钉中心，但方向需要根据研究对象的受载情况来确定。

通过销钉中心而方向待定的约束反力，常用两个相互垂直的分力  $F_{Rx}$ ,  $F_{Ry}$  来表示，如图 1.12(b) 所示。两个分力的指向可以假定，通过计算将能判断其正确性。

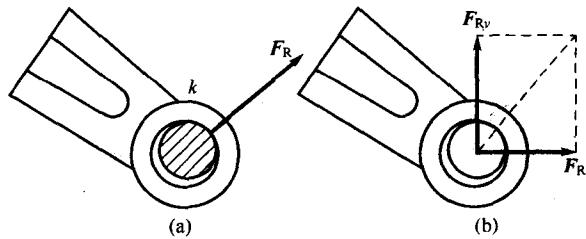


图 1.12

#### 性质与特点：

- ① 只限制两零件的相对位移，不限制两零件的相对转动；
- ② 约束反力通常分解为沿  $x$  方向与  $y$  方向的两个相互垂直的力。

#### 2. 固定铰链支座

在铰链连接中，如果有一个被连接件是固定件，则称之为固定铰链支座，简称固定支座，如图 1.13(a) 所示。这种约束和圆柱铰链约束相同，通常也用互相垂直的两个分力  $F_{Rx}$ ,  $F_{Ry}$  来表示约束反力，如图 1.13(b) 所示。

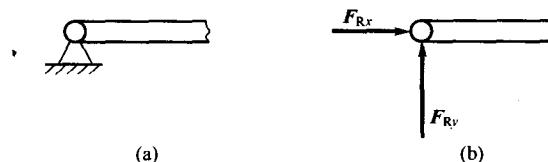


图 1.13