高职高专“十一五”规划教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

曹瑞成　姜海勤　主编

化学工业出版社

高职高专“十一五”规划教材

高 等 数 学

曹瑞成 姜海勤 主编

化学工业出版社

·北京·

本教材是为高职高专院校理工类学生编写的，“以应用为目的、以必需够用为度”是编写本教材的基本原则，考虑到新形势下高等职业教育的发展，编者力求做到教材内容“易学、实用”．本教材内容共分十一章：函数、极限与连续，导数与微分，导数与微分的应用，不定积分，定积分，常微分方程，空间解析几何与向量代数，多元函数微分学，二重积分与曲线积分，无穷级数和数学实验．每节配有 A、B 两组习题，除第十一章外，章末均附有本章知识小结和自测题，书末附有常见曲线的图形、积分表和部分习题答案等．

本教材可作为高职高专院校的教材，也可作为成人高校、夜大、职大和函授大学等层次的教学用书，亦可作为广大自学者的自学用书．

图书在版编目（CIP）数据

高等数学/曹瑞成，姜海勤主编．—北京：化学工业出版社，2007.7
高职高专“十一五”规划教材
ISBN 978-7-5025-8841-0

Ⅰ．高… Ⅱ．①曹…②姜… Ⅲ．高等数学-高等学校：技术学院-教材 Ⅳ．O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 108816 号

责任编辑：于　卉　李彦玲　　　文字编辑：王　琪
责任校对：王素芹　　　装帧设计：于　兵

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街 13 号　邮政编码 100011）
印　　刷：北京市振南印刷有限责任公司
装　　订：三河市宇新装订厂
787mm×1092mm　1/16　印张 21¼　字数 553 千字　　2007 年 8 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询：010-64518888（传真：010-64519686）　售后服务：010-64518899
网　　址：http://www.cip.com.cn
凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定　　价：29.80 元

前　言

高等数学不仅是高职高专院校的一门重要的基础课、工具课，也是一门解决实际问题、广泛应用的基础学科．它对培养、提高学生的思维能力和唯物主义世界观的形成发挥着特有的作用．

本教材的编写以高职高专院校的人才培养目标为依据，努力体现“以应用为目的、以必需够用为度”的高职高专教学基本原则，同时充分吸收了一线教师在教学与改革中的经验，兼顾了学生的可持续发展．教材内容具有以下特点：充分考虑高职高专学生的数学基础，较好地处理了初等数学与高等数学的衔接；突出强调数学概念与实际问题的联系；适当降低纯理论难度，淡化复杂的理论推导，充分利用几何直观帮助学生理解相关概念和理论；应用问题优选于专业基础课和专业课中的基础知识和基本方法；作为高等数学教学的延伸和补充，相关数学软件及数学实验易于理解、便于操作，可提高学生使用计算机解决数学问题的能力和激发他们的学习兴趣；各章末的本章知识小结和自测题便于学生复习、巩固和掌握本章重点知识．

本教材由曹瑞成、姜海勤主编．参加本教材编写的有曹瑞成（第一章～第三章及第十章）、姜海勤（第四章、第五章）、姚星桃（第六章、第九章）、李建龙（第七章）、朱莹（第八章）、沈虹和陈静（第十一章），由曹瑞成担任全书的统稿工作．

本教材的编写得到了国际知名教授黄迅成博士的大力支持和帮助．对此，我们表示由衷的敬意．

虽然编者在教材编写工作中非常认真、努力，但限于时间仓促，教材中难免有不妥和疏漏之处，敬请广大师生和读者批评指正．

编者

2007 年 6 月

目　录

第一章　函数、极限与连续

函数是近代数学的基本概念之一，极限是贯穿于高等数学始终的一个重要的基本概念，连续是函数的一个重要性态，连续函数则是高等数学的主要研究对象．本章将介绍函数、极限与连续的基本概念以及它们的一些主要性质．

第一节　函　　数

一、函数

1. 函数的基本概念

定义 1.1　设 D 为一个非空实数集合，如果存在确定的对应法则 f，使对于数集 D 中的任意一个实数 x，按照 f 都有确定的实数 y 与之对应，则称 f 是定义在集合 D 上的 x 的函数，D 称为函数的定义域，x 称为自变量，y 称为因变量，或称 y 为函数 f 在 x 处的函数值，记为 $f(x)$，即 $y=f(x)$. 函数值 $f(x)$ 的全体构成的集合称为函数 f 的值域，记为 $f(D)$，即

$$f(D)=\{y\,|\,y=f(x),x\in D\}.$$

这里 $f(x)$ 与 f 二者并不相同，由于人们往往是通过函数值研究函数的，因此通常也称 $f(x)$ 是 x 的函数，或者说 y 是 x 的函数，本书亦采用这种习惯的叙述方法．

可以约定，函数的定义域是自变量所能取的使算式有实际意义的一切实数值．显然，如果两个函数的定义域相同，对应法则也相同，那么这两个函数就是相同的，否则就是不同的. 例如，函数 $y=f(x)$ 也可以表示为 $y=f(\theta)$ ．

如果对于每一个 $x\in D$，都仅有一个 $y\in f(D)$ 与之对应，则称这种函数为单值函数．如果对于给定 $x\in D$，有多个 $y\in f(D)$ 与之对应，则称这种函数为多值函数．对于多值函数往往只要附加一些条件，就可以将它化为单值函数．

例如，在由方程 $x^2+y^2=a^2$（$a>0$）给出的对应法则中，附加“$y\geqslant 0$”的条件，就可得到函数 y 的一个单值分支 $y=y_1=\sqrt{a^2-x^2}$.

在本书中，若无特别的说明约定函数是单值的．

函数 $f(x)$ 当 $x=x_0\in D$ 时，对应的函数值记为 $f(x_0)$，即 $f(x_0)=f(x)\big|_{x=x_0}$.

点集 $\{P(x,y)\,|\,y=f(x),x\in D\}$ 称为函数 $y=f(x)$，$x\in D$ 的图形．

2. 函数的表示法

函数的表示方式有三种：公式法又称解析法（以数学式子表示函数的方法）、表格法（以表格形式表示函数的方法）和图示法（以图形表示函数的方法).

有时，会遇到一个函数在自变量不同的取值范围内用不同的式子来表示的情形．这样的函数称为分段函数．

例 1　绝对值函数（如图 1-1 所示）

$$y=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0.\end{cases}$$

定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $f(D)=[0,+\infty)$.

例 2 符号函数（如图 1-2 所示）

$$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & \text{当 } x>0, \\ 0, & \text{当 } x=0, \\ -1, & \text{当 } x<0.\end{cases}$$

定义域 $D=(-\infty, +\infty)$，值域 $f(D)=\{1,0,-1\}$. 显然，$x=\operatorname{sgn}x|x|$.

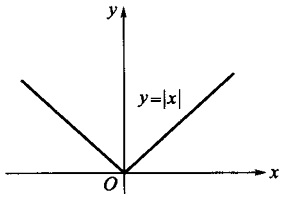


图 1-1

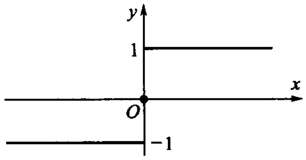


图 1-2

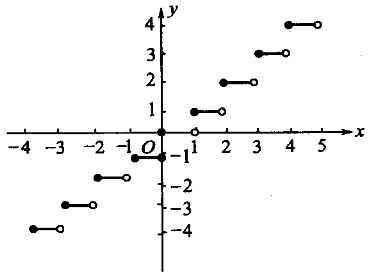


图 1-3

例 3 取整函数 $y=[x]$（如图 1-3 所示），其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数.

例如，$[5.9]=5$，$[-4.1]=-5$，$[-3]=-3$.

定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $f(D)=Z$.

3. 反函数

定义 1.2 设有函数 $y=f(x)$，其定义域为 D，值域为 $f(D)$，如果对于 $f(D)$ 中的每一个 y 值，都可以从关系式 $y=f(x)$ 确定唯一的 x 值（$x\in D$）与之对应，那么所确定的以 y 为自变量的函数称为函数 $y=f(x)$ 的反函数，记为 $x=f^{-1}(y)$. 它的定义域为 $f(D)$，值域为 D.

显然，函数 $y=f(x)$ 与 $x=f^{-1}(y)$ 的图形是相同的. 由于人们习惯于用 x 表示自变量，用 y 表示函数，所以在 $x=f^{-1}(y)$ 中交换 x 与 y 的位置，则 $y=f(x)$ 的反函数 $x=f^{-1}(y)$ 也可以表示为 $y=f^{-1}(x)$.

应当指出：函数 $y=f(x)$ 的图形与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称，且有

$$f[f^{-1}(x)]=x, \quad f^{-1}[f(x)]=x.$$

例 4 求双曲正弦函数 $y=\operatorname{sh}x=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ 的反函数，并指出它的定义域.

解 令 $e^x=u$，从而可得 $u^2-2yu-1=0$，解得 $u=y\pm\sqrt{y^2+1}$.

因为 $u=e^x>0$，所以上式取正号，即

$$u=y+\sqrt{1+y^2}, \ e^x=y+\sqrt{1+y^2},$$

于是

$$x=\ln(y+\sqrt{1+y^2}),$$

交换 x 与 y 位置，即得所求反函数 $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$，其定义域为 $(-\infty, +\infty)$.

二、函数的基本特性

1. 有界性

定义 1.3 设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上有定义，若存在一个正数 M，当 $x\in I$，恒有

$$|f(x)|\leqslant M$$

成立，则称函数 $y=f(x)$ 为 I 上的有界函数；否则称函数 $y=f(x)$ 为 I 上的无界函数．

几何特征：如果 $y=f(x)$ 是区间 I 上的有界函数，那么它的图形在 I 上必介于两平行线 $y=\pm M$ 之间［如图 1-4(a) 所示］.

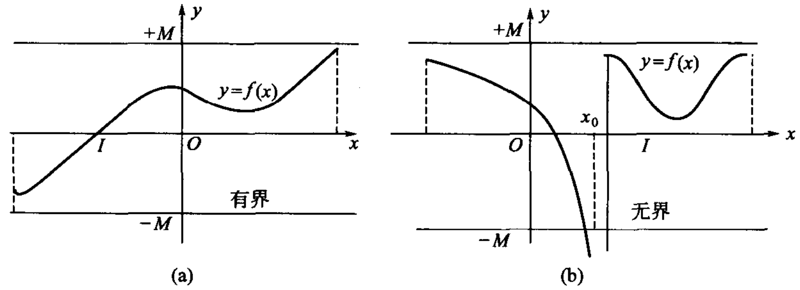


图 1-4

显然，当一个函数有界时，它的界不是唯一的；函数有界与否是和区间有关的，若对于任意正数 M，总存在 $x_0\in I$，使得 $|f(x_0)|>M$，则 $f(x)$ 在区间 I 上无界．

2. 单调性

定义 1.4　设函数 $y=f(x)$，x_1 和 x_2 为区间 (a, b) 内的任意两个数．

若当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称该函数在区间 (a, b) 内单调增加，或称递增.

若当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称该函数在区间 (a, b) 内单调减少，或称递减．

几何特征：单调增加函数的图形沿横轴正向上升，单调减少函数的图形沿横轴正向下降（如图 1-5 所示）．

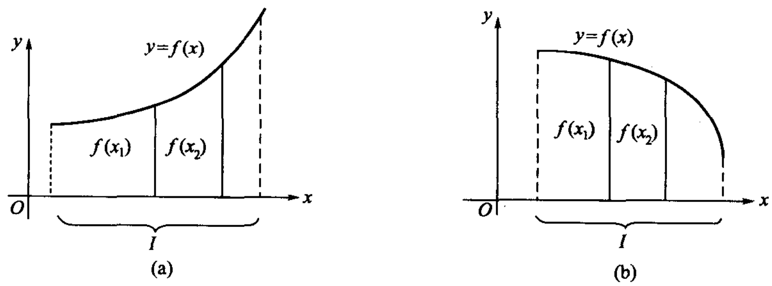


图 1-5

3. 奇偶性

定义 1.5　设函数 $y=f(x)$ 的定义域关于原点对称，如果对于定义域中的任何 x，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $y=f(x)$ 为偶函数；如果对于定义域中的任何 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $y=f(x)$ 为奇函数．不是偶函数也不是奇函数的函数，称为非奇非偶函数．

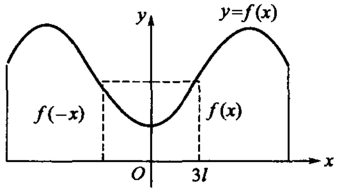
几何特征：奇函数的图形关于原点对称，偶函数的图形关于 y 轴对称（如图 1-6 所示).

例如，$y=\cos x$ 是偶函数，$y=\sin x$ 是奇函数，$y=\cos x+\sin x$ 既不是偶函数也不是奇函数．

例 5　判断函数 $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ 的奇偶性．

解　因为该函数的定义域为 $(-\infty, +\infty)$，且有

$$f(-x)=\ln(-x+\sqrt{1+x^2})=\ln\frac{(-x+\sqrt{1+x^2})(x+\sqrt{1+x^2})}{x+\sqrt{1+x^2}}$$



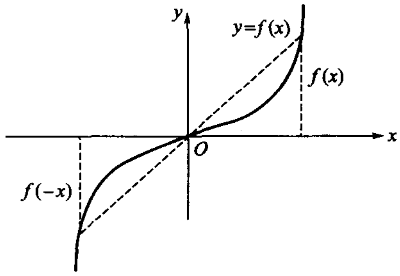


图 1-6

$$=\ln\frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}=\ln 1-\ln(x+\sqrt{1+x^2})=-\ln(x+\sqrt{1+x^2})=-f(x).$$

所以，函数 $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$是奇函数.

4. 周期性

定义 1.6 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，如果存在一个正数 l，使得对于任意 $x\in D$，等式

$$f(x+l)=f(x)$$

恒成立，则称 $y=f(x)$ 为周期函数，l 称为这个函数的周期（如图 1-7 所示）.

对于每个周期函数来说，周期有无穷多个．如果其中存在一个最小正数 a，则规定 a 为该周期函数的最小正周期，简称周期. 人们常说的某个函数的周期通常指的就是它的最小正周期.

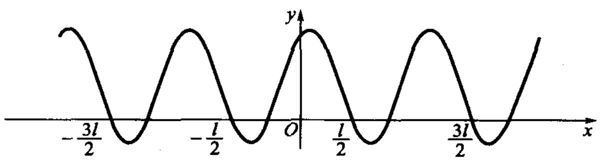


图 1-7

例如，$y=\sin x$，$y=\tan x$ 的周期分别为 2π，π.

例 6 狄利克雷函数

$$y=D(x)=\begin{cases}1, & x\in Q,\\ 0, & x\in Q^c.\end{cases}$$

它是一个周期函数，任何有理数都是它的周期，但它没有最小正周期（如图 1-8 所示）.

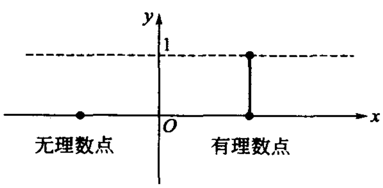


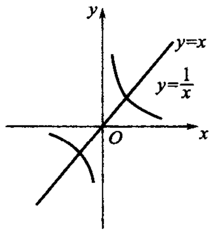
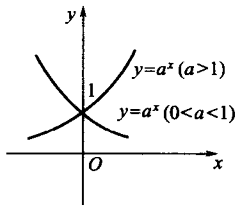
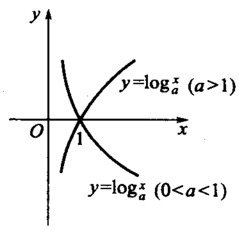
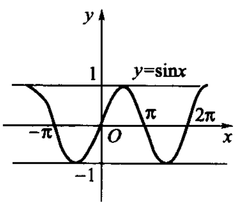
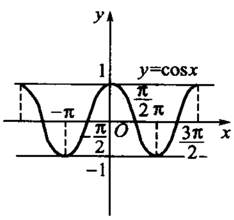
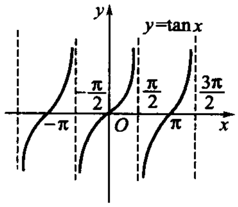
图 1-8

三、初等函数

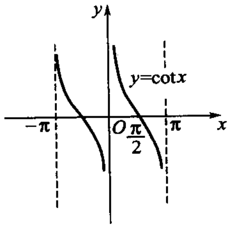
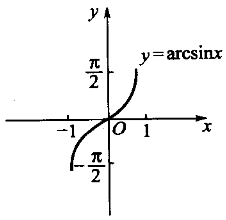
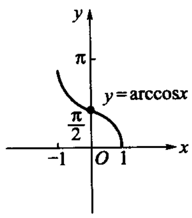
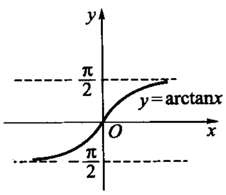
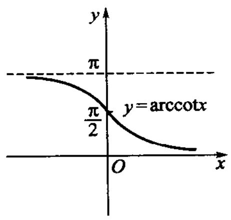
1. 基本初等函数

定义 1.7 幂函数 $y=x^a$（$a\in R$）、指数函数 $y=a^x$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）、对数函数 $y=\log_a x$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）、三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$，$y=\sec x$，$y=\csc x$ 和反三角函数 $y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，$y=\arctan x$，$y=\operatorname{arccot} x$ 统称为基本初等函数（图形及特性见表 1-1）.

表 1-1

函 数	定义域和值域	图 像	性 质
幂函数 $y=x^{\mu}$			当 $\mu>0$ 时，函数在第一象限单调增 当 $\mu<0$ 时，函数在第一象限单调减
指数函数 $y=a^{x}$ $(a>0,a\neq1)$	$x\in(-\infty,\ +\infty)$ $y\in(0,\ +\infty)$		过点(0,1) 当 $a>1$ 时，单调增 当 $0<a<1$ 时，单调减
对数函数 $y=\log_a^x$ $(a>0,a\neq1)$	$x\in(0,\ +\infty)$ $y\in(-\infty,\ +\infty)$		过点(1,0) 当 $a>1$ 时，单调增 当 $0<a<1$ 时，单调减
三角函数　正弦函数 $y=\sin x$	$x\in(-\infty,\ +\infty)$ $y\in[-1,\ 1]$		奇函数，周期为 2π，有界 在 $\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},\ 2k\pi+\frac{\pi}{2}\right](k\in\mathbf{Z})$ 单调增 在 $\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},\ 2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right](k\in\mathbf{Z})$ 单调减
三角函数　余弦函数 $y=\cos x$	$x\in(-\infty,\ +\infty)$ $y\in[-1,\ 1]$		偶函数，周期为 2π，有界 在 $[2k\pi,\ 2k\pi+\pi](k\in\mathbf{Z})$ 单调减 在 $[2k\pi-\pi,\ 2k\pi](k\in\mathbf{Z})$ 单调增
三角函数　正切函数 $y=\tan x$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,\ +\infty)$		奇函数，周期为 π 在 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},\ k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k\in\mathbf{Z})$ 单调增

续表

函数		定义域和值域	图像	性质
三角函数	余切函数 $y=\cot x$	$x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期为 π 在 $(k\pi,k\pi+\pi)(k\in\mathbf{Z})$ 单调减
反三角函数	反正弦函数 $y=\arcsin x$	$x\in[-1,1]$ $y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$		奇函数，有界 单调增
	反余弦函数 $y=\arccos x$	$x\in[-1,1]$ $y\in[0,\pi]$		有界 单调减
	反正切函数 $y=\arctan x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$		奇函数，有界 单调增
	反余切函数 $y=\operatorname{arccot} x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,\pi)$		有界 单调减

2. 复合函数

定义 1.8 设函数 $y=F(u)$ 的定义域为 U_1，函数 $u=\varphi(x)$ 的值域为 U_2，其中 $U_2\subseteq U_1$，则 y 通过变量 u 成为 x 的函数，这个函数称为由函数 $y=F(u)$ 和函数 $u=\varphi(x)$ 构成的复合函数，记为 $y=F[\varphi(x)]$，其中变量 u 称为中间变量.

例 7 指出下列各复合函数的复合过程.

(1) $y=(3x+4)^9$；　(2) $y=\ln(\sin x^5)$；　(3) $y=7\cos\sqrt{1-x^2}$，

解 (1) $y=(3x+4)^9$ 是由 $y=u^9$，$u=3x+4$ 复合而成.

（2）$y=\ln(\sin x^5)$ 是由 $y=\ln u$，$u=\sin v$，$v=x^5$ 复合而成．

（3）$y=7\cos\sqrt{1-x^2}$ 是由 $y=7\cos u$，$u=\sqrt{v}$，$v=1-x^2$ 复合而成．

应当指出：并非任何两个函数都可构成复合函数．例如，函数 $y=\arcsin x$ 与 $u=3+x^2$ 就不能复合成一个复合函数，因为 $y=\arcsin x$ 的定义域 $U_1=[-1,1]$，$u=3+x^2$ 的值域 $U_2=[3,+\infty]$，显然 $U_2\not\subset U_1$，所以不能复合．

对于复合函数，必须弄清两个问题，那就是“复合”和“分解”．所谓“复合”，就是把几个作为中间变量的函数复合成一个函数，该过程也就是把中间变量依次代入的过程；所谓“分解”，就是把一个复合函数分解为几个简单函数，所谓简单函数是指基本初等函数或是由基本初等函数与常数的四则运算所得到的函数．

3. 初等函数

定义 1.9　由基本初等函数及常数经过有限次四则运算和有限次复合构成的，并且可以用一个数学式子表示的函数，称为初等函数．

例如，函数 $y=\sqrt{\ln 7x-3^x-\cos x+\tan^2 x}$ 是初等函数；绝对值函数 $y=|x|$ 也是初等函数，它是由 $y=\sqrt{u}$，$u=x^2$ 复合而成．

四、建立函数关系举例

由于客观世界中变量之间的关系是多种多样的，往往要涉及几何、物理、经济等各门学科的知识．因此，建立函数关系没有一般的规律可循，只能具体问题具体对待．

例 8　电路上某点的电压等速下降，开始时电压为 12V，5s 后下降到 9V，试建立该点电压 U 与时间 t 之间的函数关系式．

解　由题设条件知，电路上某一点时刻 t 时的电压为

$$U=U_0+at.$$

则有 $9=12+5a$，解得 $a=-0.6$，从而电压 U 与时间 t 的函数关系式为

$$U=U_0-0.6t\ (0\leqslant t\leqslant 20).$$

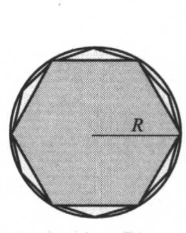


图 1-9

例 9　圆内接正多边形中（如图 1-9 所示），当边数改变时，正多边形的面积也随之改变，试建立圆内接正多边形的面积 A_n 与其边数 n（$n\geqslant 3$）的函数关系式．

解　设圆的半径为 R，将圆心与圆内接正多边形各边顶点相连接，则得到 n 个全等的等腰三角形，每一个三角形的面积均为

$$\frac{1}{2}Rh=\frac{1}{2}R\left(R\sin\frac{2\pi}{n}\right)=\frac{1}{2}R^2\sin\frac{2\pi}{n}.$$

所以，所求圆内接正多边形的面积 A_n 与其边数 n 的函数关系式为 $A_n=\frac{n}{2}R^2\sin\frac{2\pi}{n}$ $(n=3,4,5,\cdots)$.

例 10　商店销售某种商品 1600 件，定价为 150 元/件，销售量在不超过 800 件时，按原价出售，超过 800 件时，超过的部分按八折出售．试求销售收入与销售量之间的函数关系．

解　设销售量为 x，销售收入为 R，则当 $0\leqslant x\leqslant 800$ 时，$R=150x$；当 $800<x\leqslant 1600$ 时，收入由两部分组成：800 件的收入为 150×800；超过 800 件的部分的收入为 $150\times 0.8(x-800)$，从而，$R=150\times[800+0.8(x-800)]=24000+120x$. 所以，销售收入 R 与销

售量 x 之间的函数关系为

$$R=\begin{cases}150x, & 0\leqslant x\leqslant 800,\\ 24000+120x, & 800< x\leqslant 1600.\end{cases}$$

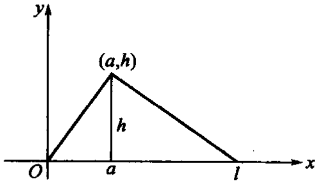


图 1-10

例 11 长为 l 的弦两端固定，在点 $(a,0)$ 处将弦向上拉起至点 (a,h) 处（如图 1-10 所示），假设当弦向上拉起的过程中，弦上各点只是沿着垂直于两端连线的方向移动，以 x 表示弦上各点的位置，y 表示点 x 上升的高度，试建立 x 与 y 的函数关系式．

解 如图 1-10 所示，当 $0\leqslant x\leqslant a$ 时，$\frac{y}{h}=\frac{x}{a}$，即 $y=\frac{h}{a}x$；当 $a\leqslant x\leqslant l$ 时，$\frac{y}{h}=\frac{l-x}{l-a}$，$y=\frac{h}{l-a}(l-x)$.

从而，用分段函数表示为

$$y=\begin{cases}\frac{h}{a}x, & 0\leqslant x< a,\\ \frac{h}{l-a}(l-x), & a\leqslant x\leqslant l.\end{cases}$$

例 12 齿轮与齿条啮合运动的原理，相当于节圆在齿条的节线上滚动．若节圆半径为 a，求节圆上的一定点 A 的运动的轨迹方程（如图 1-11 所示).

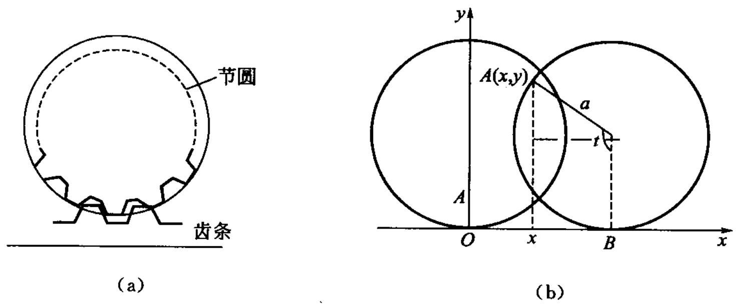


图 1-11

解 这个轨迹相当于一个半径为 a 的圆，在一条直线上作不滑动的滚动，求圆上一定点 A 的轨迹方程，由图 1-11(b) 可知

$$OB=AB=at,$$

从而有

$$\begin{cases}x=at-a\cos\left(t-\frac{\pi}{2}\right)=a(t-\sin t),\\ y=a+a\sin\left(t-\frac{\pi}{2}\right)=a(1-\cos t).\end{cases}$$

所以 A 点的运动轨迹的方程为

$$\begin{cases}x=a(t-\sin t),\\ y=a(1-\cos t),\end{cases}(t\geqslant 0).$$

该曲线称为摆线，这时变量 x 和变量 y 都是参数 t 的函数，也可认为 y 是 x 的函数（此函数是通过 t 建立的).

习 题 1-1

A 组

1. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-3x+2}}$.　　(2) $y=\ln(\ln x)$.

(3) $y=\sqrt{x-2}+\dfrac{1}{x-3}+\ln(5-x)$.　　(4) $y=\arcsin\dfrac{x-1}{2}$.

2. 确定下列函数的奇偶性.

(1) $f(x)=\sqrt[3]{(1-x)^2}+\sqrt[3]{(1+x)^2}$.　　(2) $f(x)=a^x+a^{-x}(a>0,a\neq1)$.

(3) $f(x)=\sin x\ln(x-\sqrt{1+x^2})$.　　(4) $f(x)=x(x+1)(x-1)$.

3. 求下列函数的反函数.

(1) $y=e^x+1$.　　(2) $y=3+2\sin\dfrac{x-1}{x+1}$.

4. 指出下列函数的复合过程.

(1) $y=\cos x^2$.　　(2) $y=\sin^5 x$.

(3) $y=e^{\cos 3x}$.　　(4) $y=5^{\ln(x^2+2)}$.

(5) $y=\ln(\arctan\sqrt{x^2+1})$.

B 组

5. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\begin{cases}-x, & -1\leqslant x\leqslant 0,\\ \sqrt{3-x}, & 0<x<2.\end{cases}$

(2) $y=f(\ln x)$，$y=f(\sqrt{1-x^2})$，其中 $f(u)$ 的定义域为$(0,1)$.

6. 设 $f(\sin x)=2-\cos 2x$，求 $f(\cos x)$.

7. 设 $f(x)=\begin{cases}2+x, & x\leqslant 0,\\ 2^x, & x>0.\end{cases}$ 求 $f(\Delta x)-f(0)$（Δx 表示一个数）.

8. 求函数 $y=\dfrac{1}{x(x-3)(x+7)}$的有界区间.

9. 已知函数 $f(x)$ 是奇函数，当 $x\in(0,+\infty)$时，$f(x)=x^2-x+1$. 求当 $x\in(-\infty,0)$时，函数 $f(x)$ 的表达式.

10. 已知函数 $f(x)$ 是以 2π 为周期的周期函数，当 $x\in[-\pi,\pi)$时，$f(x)=x$. 求当 $x\in[(2n-1)\pi,(2n+1)\pi)$ $(n\in Z)$ 时函数 $f(x)$ 的表达式.

11. 设 $M(x,y)$是曲线 $y=x^2$上的动点（如图 1-12 所示），试问

(1) 弧 OM 的长度是不是 x 的函数?

(2) 图 1-12 中的阴影部分的面积是不是 x 的函数?

12. 滑块 A 通过铰链套在偏心轮 B 的圆箍上，偏心轮的几何中心为 O_1，偏心轮绕点 O 转动，偏心距 $OO_1=10\text{cm}$，$O_1A=50\text{cm}$，Ox 轴沿滑块的导轨方向. 设 Ox 轴与 OO_1 的夹角为 θ，试求滑块 A 的位置与角 θ 之间的函数关系（如图 1-13 所示）.

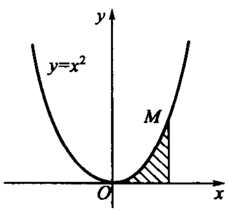


图 1-12

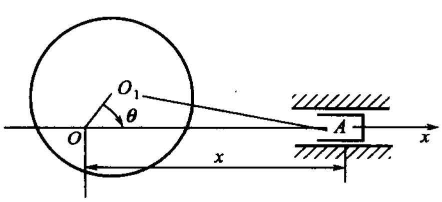


图 1-13