

主 编 ● 王建忠

经济类院校基础课程本科系列教材

微积分 [上册]

WEIJIFEN



西南财经大学出版社

第1章 微分

第2章 积分

微积分

WEIJIFEN



高等教育出版社

经济类院校基础课程本科系列教材

0172/218

:1

2007

微积分 [上册]

WEIJIFEN

主 编 王建忠
编 者 孙西芑 王建忠 涂晓青

西南财经大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

微积分. 上册/王建忠主编. —成都:西南财经大学出版社, 2007. 8
ISBN 978 - 7 - 81088 - 825 - 7

I. 微… II. 王… III. 微积分—高等学校—教材 IV. 0172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 117045 号

微积分(上册)

主编:王建忠

责任编辑:王正好 于海生

封面设计:杨红鹰

责任印制:王艳

出版发行:	西南财经大学出版社(四川省成都市光华村街 55 号)
网 址:	http://www.xcpress.net
电子邮件:	xcpress@mail.sc.cninfo.net
邮政编码:	610074
电 话:	028 - 87353785 87352368
印 刷:	成都科刊印务有限公司
成品尺寸:	170mm × 240mm
印 张:	16.5
字 数:	340 千字
版 次:	2007 年 8 月第 1 版
印 次:	2007 年 8 月第 1 次印刷
印 数:	1—4000 册
书 号:	ISBN 978 - 7 - 81088 - 825 - 7
定 价:	29.50 元

1. 如有印刷、装订等差错,可向本社营销部调换。
2. 版权所有,翻印必究。
3. 本书封底无本社数码防伪标志,不得销售。

前言

本书的编写依据是教育部颁布的高等学校财经类专业核心课程《经济数学基础——微积分》教学大纲,同时参考了近年来经济管理类硕士研究生入学统一考试数学考试大纲。因此,它可以作为高等财经院校本科各专业的《微积分》课程教材使用,亦可供有志学习本课程的自学者选用。

本书在内容取舍上尤其注重数学与经济学的有机结合,强调微积分的概念及有关原理在经济学中的应用,强调本书用到的有关经济学的概念的严密性与规范性,力图在保持传统教材优点的基础上,把微积分的基本原理和经济学的知识恰当结合,以更有利于课程的讲授与学习,并为学生以后的经济学学习打下良好的数学基础。

本书充分注意到数学基本概念和原理的逻辑性与严密性,同时也考虑了一些数学基本概念在经济学中的特殊应用。

本书是编者通力合作的结果:孙西芑执笔第一、二章,王建忠执笔第三、四章并负责全书的统稿,涂晓青执笔第五、六章。

本书的写作得到了西南财经大学经济数学学院领导和老师们的大力支持和帮助,西南财经大学经济数学学院副院长孙疆明教授、经济数学学院刘丽教授审阅了书稿并提供了很多有益的建议,在此一并致谢。同时,感谢西南财经大学出版社对本书的出版所给予的支持。

由于编者水平有限,加之时间也比较仓促,书中难免存在不妥之处,恳请各位同仁专家和读者批评指正,以便再版时做得更为完善。

目 录

第 1 章 函数 (1)

1.1 集合	(1)
● 1.1.1 集合的概念	(1)
● 1.1.2 集合的运算	(2)
● 1.1.3 区间与邻域	(3)
● 习题 1.1	(4)
1.2 函数	(4)
● 1.2.1 映射	(4)
● 1.2.2 函数的概念	(6)
● 1.2.3 函数的几种特性	(9)
● 习题 1.2	(12)
1.3 复合函数与反函数	(13)
● 1.3.1 复合函数	(13)
● 1.3.2 反函数	(13)
● 习题 1.3	(14)
1.4 基本初等函数与初等函数	(15)
● 1.4.1 基本初等函数	(15)
● 1.4.2 初等函数	(18)
● 习题 1.4	(19)
1.5 经济学中常用的几个函数	(19)
● 1.5.1 需求函数与供给函数	(19)

目 录

● 1.5.2 成本函数、收益函数、利润函数	(20)
● 习题 1.5	(21)
● 总习题 1	(22)

第 2 章 极限与连续

2.1 数列的极限	(24)
● 2.1.1 数列概念	(24)
● 2.1.2 数列极限	(25)
● 2.1.3 数列极限的性质	(27)
● 习题 2.1	(28)
2.2 函数的极限	(28)
● 2.2.1 函数极限的概念	(28)
● 2.2.2 函数极限的性质	(32)
● 习题 2.2	(33)
2.3 无穷小与无穷大	(34)
● 2.3.1 无穷小	(34)
● 2.3.2 无穷大	(34)
● 2.3.3 无穷小的性质	(35)
● 习题 2.3	(36)
2.4 极限四则运算法则	(36)
● 习题 2.4	(39)

2.5 极限存在准则及两个重要极限	(40)
● 2.5.1 极限存在准则	(40)
● 2.5.2 两个重要极限	(41)
● 习题 2.5	(46)
2.6 无穷小的比较	(46)
● 2.6.1 无穷小的比较	(46)
● 2.6.2 等价无穷小代换原理	(47)
● 习题 2.6	(49)
2.7 连续函数	(49)
● 2.7.1 连续函数的概念	(49)
● 2.7.2 函数的间断点	(51)
● 2.7.3 连续函数的运算与初等函数的连续性	(52)
● 习题 2.7	(54)
2.8 闭区间上连续函数的性质	(55)
● 习题 2.8	(57)
● 总习题 2	(57)

第3章 导数与微分

3.1 导数的概念	(59)
● 3.1.1 引例	(59)
● 3.1.2 导数的定义	(60)
● 3.1.3 函数求导举例	(62)

目 录

● 3.1.4 导数的几何意义	(66)
● 3.1.5 可导性与连续性的关系	(67)
● 习题 3.1	(69)
3.2 求导法则	(70)
● 3.2.1 函数和、差、积、商的求导法则	(71)
● 3.2.2 反函数的求导法则	(74)
● 3.2.3 复合函数的求导法则	(75)
● 3.2.4 初等函数的导数	(77)
● 3.2.5 对数求导法	(79)
● 习题 3.2	(80)
3.3 高阶导数	(81)
● 习题 3.3	(85)
3.4 隐函数的导数	(86)
● 习题 3.4	(88)
3.5 函数的微分	(89)
● 3.5.1 微分的概念	(89)
● 3.5.2 微分的几何意义	(92)
● 3.5.3 微分的运算法则	(93)
● 3.5.4 由参数方程所确定的函数的导数	(95)
● 3.5.5 微分在近似计算中的应用	(96)
● 习题 3.5	(97)

3.6 导数在经济分析中的应用	(98)
● 3.6.1 边际概念	(98)
● 3.6.2 经济学中常见的边际函数	(99)
● 3.6.3 弹性分析	(101)
● 3.6.4 需求价格弹性	(102)
● 习题 3.6	(104)
● 总习题 3	(105)

第4章 中值定理与导数应用 (107)

4.1 微分中值定理	(107)
● 4.1.1 罗尔中值定理	(107)
● 4.1.2 拉格朗日中值定理	(109)
● 4.1.3 柯西中值定理	(112)
● 习题 4.1	(114)
4.2 洛必达法则	(115)
● 4.2.1 $\frac{0}{0}$ 型未定式的极限	(115)
● 4.2.2 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式的极限	(118)
● 4.2.3 其他类型未定式	(118)
● 习题 4.2	(120)
4.3 函数单调性与极值	(121)
● 4.3.1 函数单调性的判别法	(121)
● 4.3.2 函数极值的求法	(124)

目 录

● 习题 4.3	(128)
4.4 函数曲线凸性、拐点与渐近线	(128)
● 4.4.1 函数曲线凸性与拐点	(128)
● 4.4.2 渐近线	(132)
● 习题 4.4	(135)
4.5 函数图形的描绘	(136)
● 习题 4.5	(138)
4.6 函数的最值及其在经济中的应用	(138)
● 4.6.1 函数的最值及其求法	(138)
● 4.6.2 函数最值在经济分析中的应用	(140)
● 习题 4.6	(145)
4.7 泰勒中值定理	(146)
● 习题 4.7	(150)
● 总习题 4	(151)

第5章 不定积分

5.1 不定积分的概念	(154)
● 5.1.1 原函数的概念	(154)
● 5.1.2 不定积分的概念	(155)
● 5.1.3 不定积分的几何意义	(156)
● 5.1.4 不定积分的基本性质	(157)

● 习题 5.1	(158)
5.2 基本积分表	(158)
● 习题 5.2	(161)
5.3 换元积分法	(162)
● 5.3.1 第一类换元法	(162)
● 5.3.2 第二类换元法	(166)
● 习题 5.3	(171)
5.4 分部积分法	(172)
● 习题 5.4	(176)
5.5 有理函数的积分	(176)
● 习题 5.5	(180)
● 总习题 5	(180)

第 6 章 定积分及其应用 (182)

6.1 定积分的概念	(182)
● 6.1.1 引例	(182)
● 6.1.2 定积分的概念	(184)
● 6.1.3 函数可积的条件	(185)
● 6.1.4 定积分的几何意义	(186)
● 习题 6.1	(187)

目 录

6.2 定积分的性质	(187)
● 习题 6.2	(191)
6.3 微积分学基本定理	(192)
● 6.3.1 变速直线运动中路程函数与速度函数之间的联系	(192)
● 6.3.2 积分上限的函数与原函数存在定理	(192)
● 6.3.3 牛顿—莱布尼兹公式	(195)
● 习题 6.3	(197)
6.4 定积分的计算方法	(198)
● 6.4.1 换元积分法	(198)
● 6.4.2 分部积分法	(202)
● 习题 6.4	(204)
6.5 广义积分	(205)
● 6.5.1 无穷积分	(205)
● 6.5.2 瑕积分	(207)
● 6.5.3 Γ 函数	(209)
● 习题 6.5	(210)
6.6 定积分的应用	(211)
● 6.6.1 定积分的微元法	(211)
● 6.6.2 平面图形的面积	(212)
● 6.6.3 立体的体积	(216)
● 6.6.4 经济应用	(221)

- 习题 6.6 (224)
- 总习题 6 (226)

习题参考答案 (229)

参考文献 (248)

第1章 函数

函数是对变量之间的相互关系的一种抽象,是微积分学研究的基本对象.本章将介绍集合映射、函数、函数特性、基本初等函数、初等函数等概念.

1.1 集合

1.1.1 集合的概念

所谓**集合**是指具有某种确定性质的对象的全体,组成集合的每一个对象称为该集合的**元素**.

通常用大写的拉丁字母 $A, B, C \cdots$ 表示集合,用小写拉丁字母 $a, b, c \cdots$ 表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素,则用 $a \in A$ 来表示;如果 a 不是 A 的元素,则用 $a \notin A$ (或 $\overline{a \in A}$) 来表示. 含有有限个元素的集合称为**有限集**;含有无限多个元素的集合称为**无限集**.

表示集合的方法通常有两种:一种是列举法,就是把集合的全体元素一一列举出来,例如,由元素 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 组成的集合 A , 可以表示为

$$A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$$

另一种方法是描述法,就是指出集合的元素所具有的性质,如果集合 A 由具有某性质的元素 x 所组成的,则 A 表示为

$$A = \{x | x \text{ 具有的某种性质}\}$$

例如,设集合 A 是方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集,则

$$A = \{x | x^2 - 1 = 0\};$$

本课程中涉及到的集合为数集(其元素是数),常用的数集有全体自然数构成的数集,

$$N = \{0, 1, \cdots\}$$

全体整数构成的集合,

$$Z = \{\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots\}$$

全体有理数构成的集合,

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in Z, \text{且 } q \neq 0, p \text{ 与 } q \text{ 互质} \right\}$$

全体实数构成的集合记为 R .

设 A, B 是两个集合, 如果集合 A 的元素都是集合 B 的元素, 则称 A 是 B 的子集, 记做 $A \subset B$ (或 $B \supset A$); 如果集合 A 与集合 B 互为子集, 则称集合 A 与集合 B 相等, 记做

$$A = B$$

不含任何元素的集合称为空集, 记做 ϕ , 有时我们研究某个问题限定在一个大的集合 Ω 中进行, 所研究的其他集合都是 Ω 的子集. 此时, 我们称 Ω 为全集或基本集.

1.1.2 集合的运算

集合的运算有以下三种: 并、交、差.

设 A, B 是两个集合, 由所有属于 A 或者属于 B 的元素组成的集合, 称为 A 与 B 的并集, 记做 $A \cup B$, 即

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

由所有既属于 A 又属于 B 的元素组成的集合, 称为 A 与 B 的交集, 记做 $A \cap B$, 即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

由所有属于 A 而不属于 B 的元素组成的集合, 称为 A 与 B 的差集, 记做 $A \setminus B$, 即

$$A \setminus B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$$

集合 $\Omega \setminus A$ 称为集合 A 的补集或余集, 记做 $\bar{A}$.

集合的并、交、补满足下列规律:

交换律 $A \cup B = B \cup A; \quad A \cap B = B \cap A;$

结合律 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C);$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C);$$

分配律 $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C);$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C);$$

对偶律 $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B};$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B};$$

吸收律 $A \cup A = A, \quad A \cap A = A, \quad A \cup \phi = A, \quad A \cap \phi = \phi.$

在两个集合之间还可以定义直积 (或笛卡儿乘积). 设 A, B 是任意两个集合, 在集合 A 中任意取一个元素 x , 在集合 B 中任意取一个元素 y , 由 x, y 组成一个有序对 (x, y) , 把这样的有序对作为新的元素, 它们全体组成的集合称为集合 A 与 B 的笛卡儿乘积, 记做 $A \times B$, 即

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ 且 } y \in B\}$$

例如, 若 $A = \{x | 0 \leq x \leq 1\}, B = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$, 则 A 与 B 的笛卡儿乘积

$$A \times B = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$$

为 xOy 平面上的一个矩形.

1.1.3 区间与邻域

区间是微积分中用的较多的一类数集. 设 a 和 b 都是实数, 且 $a < b$, 数集

$$\{x | a < x < b\}$$

称为开区间, 记做 (a, b) , 即

$$(a, b) = \{x | a < x < b\}$$

类似地有闭区间, 记做 $[a, b]$,

$$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$$

半开区间

$$(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$$

$$[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$$

无限区间

$$[a, +\infty) = \{x | x \geq a\}$$

$$(a, +\infty) = \{x | x > a\}$$

$$(-\infty, b] = \{x | x \leq b\}$$

$$(-\infty, b) = \{x | x < b\}$$

$$(-\infty, +\infty) = R$$

注 $-\infty$ 和 $+\infty$ 分别读作“负无穷大”和“正无穷大”, 它们不表示数值, 仅是记号.

以后在不需要辨明所论区间是否开、闭, 以及有限还是无限的场合, 我们就简单称为区间, 常用 I 表示.

区间可以在数轴上表示出来(如图 1-1 所示).

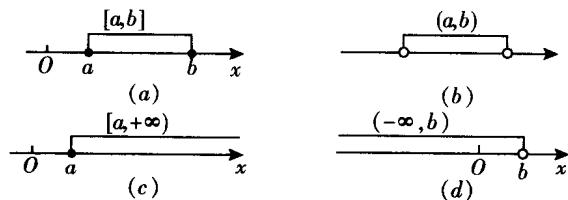


图 1-1

设 $a, \delta \in R$, 其中 $\delta > 0$, 数集

$$\{x | |x - a| < \delta\}$$

称为点 a 的 δ 邻域, 记做 $U(a, \delta)$, 即

$$U(a, \delta) = \{x | |x - a| < \delta\} = \{x | a - \delta < x < a + \delta\}$$