

新课程

全能学练

Quannengxuelian

课时达标

分课时训练教案 百分百同步知识点覆盖 以练助学
按课节检测整合 点到面同步重难点突破 一节一测

练与测

每单元综合验收

立体化互动达标

数学

人教版新课标

八年级[下]

总主编 黎启阳



正版书影印
免费电话辅导

华东师范大学出版社

新课程 全能学练

课时达标 练与测

- 权威编写，国内首创。
- 同步到课时，准确模拟各教学环节。
- “三维”的体系：讲、练、测一体化。
- “三重”的原则：重基础、重训练、重能力。
- “三实”的特点：实用、实战、实效。
- “三本”的功能：备课参考本、课堂笔记本、作业练习本。
- 题型新颖，题量适度，梯度提升，全程优化。
- 单元(章)、期中、期末达标检测试卷及答案八开活页装订，使用方便灵活。

封面设计 文绍安

ISBN 7-5617-4581-8



01 >



9 787561 745816

ISBN 7-5617-4581-8/G · 2671

定价：12.80元

● 与新教材真正同步的全程辅导丛书

新课标

课时达标 练与测

人教版新课标

数学 八 年 级 下

总 主 编 黎启阳

本册主编 张继海

编 者 胡新永 黄正蓉 张继海

李纯学 孙 华

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

课时达标练与测. 人教版新课标. 数学. 八年级下/张继海主编. —上海:
华东师范大学出版社, 2005. 12

ISBN 7-5617-4581-8

I. 课... II. 张... III. 数学课-初中-教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 156031 号

课时达标练与测

人教版新课标 数学 八年级下

总 主 编 黎启阳
本册主编 张继海
策划组稿 巨东升
项目编辑 柯 亚
文字编辑 徐 金
封面设计 文绍安
版式设计 四川华彩文化传播有限公司

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电 话 021-62450163 转各部 行政传真 021-62572105
网 址 <http://www.ecnupress.com.cn> <http://www.hdsdbook.com.cn>
市 场 部 传真 021-62860410 021-62602316
邮购零售 电话 021-62869887 021-54340188

印 刷 者 四川南方印务有限公司
开 本 880×1230 16 开
印 张 8.75
字 数 328 千字
版 次 2006 年 12 月第二版
印 次 2006 年 12 月第一次
印 数 23000
书 号 ISBN 7-5617-4581-8/G·2671
定 价 12.80 元

出 版 人 朱杰人

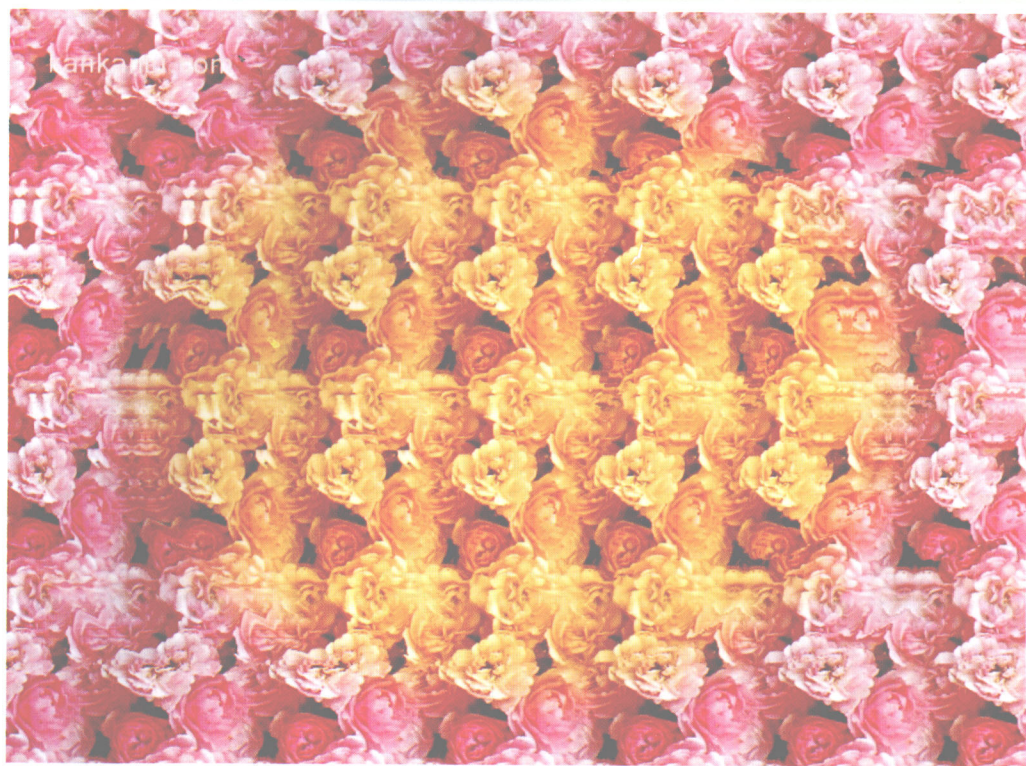
(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

考考你的眼力

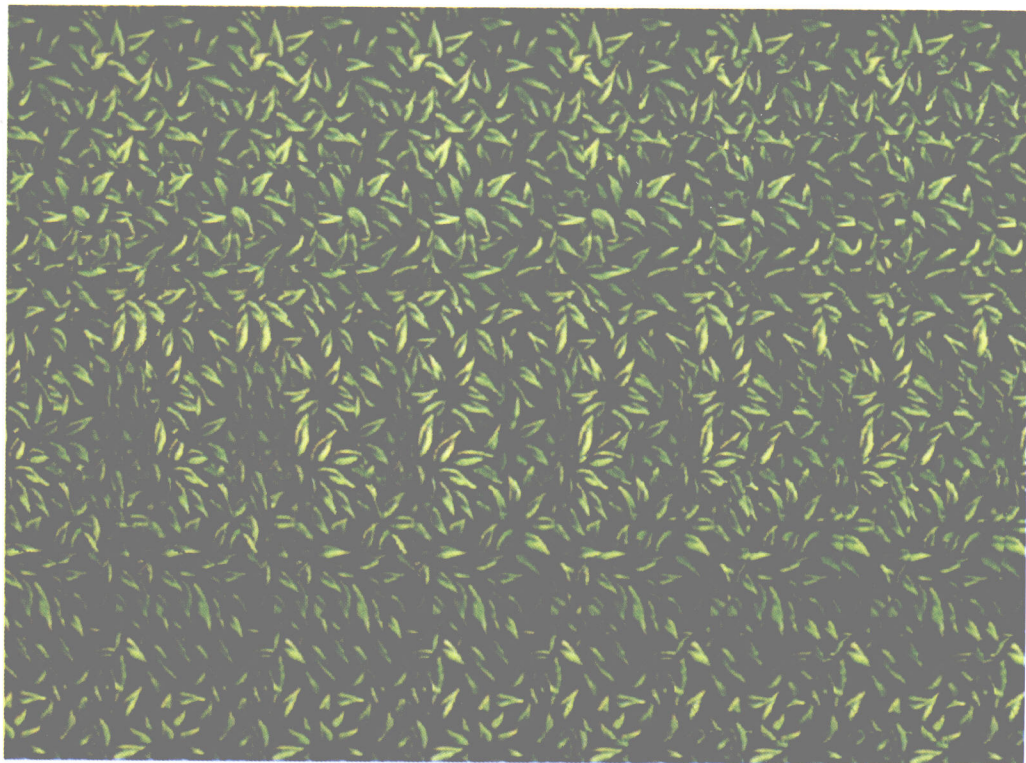
看看图上藏着什么？ 奇妙的立体三维图像

人有两只眼，两只眼有一定的距离。当人观察景物时，在一定的距离下，左眼向右，右眼向左，两只眼视线交叉，产生视差。比如你将你的一根手指置于眼前，用眼观看，视线角度不同时，会产生不同的效果。一种就是双眼都清楚地盯在手指上，这和平常看东西没什么差别；另一种就是两眼的视线交叉，则看上去有两只指头，这正是因为视线交叉后，使原图像投射到两边。三维立体图也正是应用这个原理，使经过处理的图像在人眼的视差下部分图像重叠，形成了立体图像。

视图方法：离图大约 30 厘米，然后直直地盯画面，好像在看画又好像在看画的后面，一会儿，你就会惊奇地看到.....



立体鲜花



三环

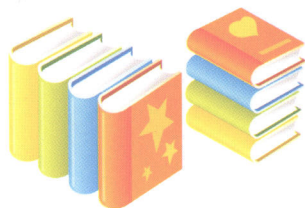


看看图上藏着什么？

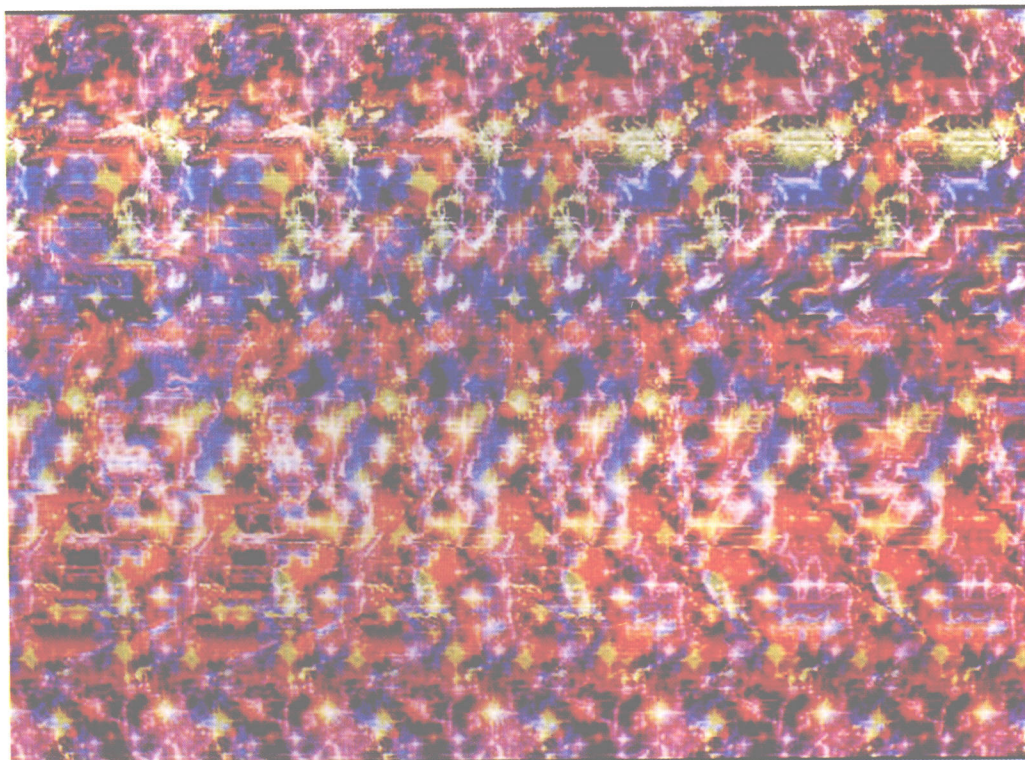
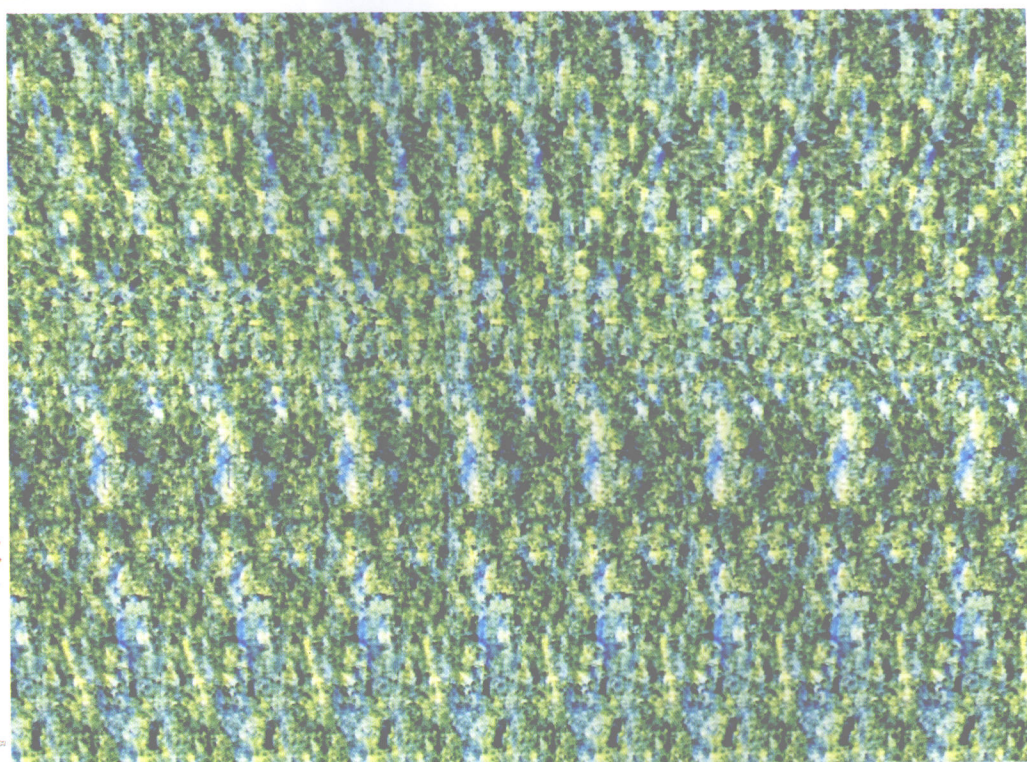
考考你的眼力

奇妙的立体
三维图像

蜘蛛



奇怪的立体



编写说明

伴随新课标的深入实施和新教材的全面推广,一场以培养学生综合素质和创新能力为核心的教育教学改革浪潮正席卷中华大地。在这场大变革中,怎样体现新课标的精神?如何教好、学好新教材?这是广大师生面临的首要问题。为解决这一难题,我们特组织了全国最先使用新教材的名校名师,编写了这套《课时达标·练与测》丛书。

编写宗旨

突出教育新理念,紧扣教学新课标,把握教改新动向,体现教研新成果,坚持科学、权威、新颖、实用的原则,精心设计,全程优化,达到科学性、系统性、示范性、实用性高度统一,全面构建讲、练、测三维体系,打造全新的教辅精品。

编写体例

本丛书是一套同步到每课时的,兼具讲、练、自测、考查与培优的教与学训练辅导用书。各科均设置五个板块:“名师讲坛·点睛导航”,对应课时知识点、重难点,归纳总结,典例精析,点拨思路技巧;“课时达标·以练助学”,双栏对应,专项训练,由易到难,各个击破;“一课(节)一测·自主反馈”,以知识点和各类题型设置梯度,由课内向课外延伸,并配以“中考链接”和“拓展思维”等拔高培优习题,提高学生创新能力;单元(章)达标检测试卷,为阶段性的综合测试;期中、期末达标检测试卷,完全按统一考试标准格式命制,既可作为复习训练卷使用,亦可作为正规考试卷使用。

丛书特色

1. **科学性强**:讲、练、测、辅导、复习一体化,注重基础,培养能力,侧重练与测,使之讲完练完,练完学完,学完达标,做到一步到位,一本通达,全方位解决问题。

2. **目的性强**:紧扣教学环节,体现教学程序,以每课时为基本单位,循序渐进,严格与教学同步,详尽指导其过程和方法,稳步提高教学质量。

3. **实用性强**:单元(章)、期中、期末达标检测试卷、参考答案及点拨均用八开活页装订,测试范围、时间、分值、内容、题型等清晰明了,全真演练,训练与测试方便、灵活。

4. **针对性强**:内容和形式、思路 and 技巧、训练和测试、感悟和拓展环环紧扣,准确模拟各教学环节,并链接中考,提升智能,体现新课标综合、应用、创新理念。

5. **功能性强**:本丛书具有备课参考本、课堂笔记本、作业练习本、专项(阶段)及综合测试等五大功能,且题型新颖,题量、难易适度,减轻师生过重负担,使教与学更轻松愉快。

总之,《课时达标·练与测》是一套与新教材真正同步的全程辅导丛书。丛书在策划、编写、出版的过程中,专家、名师和编辑竭诚努力,处处把关,倾情奉献,但疏漏之处在所难免,敬请广大师生批评指正,以便我们再版时做得更好。

黎启阳
2006年10月

MULU

目 录



第十六章 分 式	(1)	第二十章 数据的分析	(56)
1 分 式	(1)	1 数据的代表	(56)
2 分式的运算	(7)	2 数据的波动	(62)
3 分式方程	(14)	3 课题学习 体质健康测试中的数据分析	(68)
第十七章 反比例函数	(19)	第十六章达标检测试卷	(73)
1 反比例函数	(19)	第十七章达标检测试卷	(77)
2 实际问题与反比例函数	(25)	第十八章达标检测试卷	(81)
第十八章 勾股定理	(29)	第十九章达标检测试卷	(85)
1 勾股定理	(29)	第二十章达标检测试卷	(89)
2 勾股定理的逆定理	(33)	八年级下学期期中达标检测试卷	(93)
第十九章 四边形	(38)	八年级下学期期末达标检测试卷(一)	(101)
1 平行四边形	(38)	八年级下学期期末达标检测试卷(二)	(109)
2 特殊的平行四边形	(44)	八年级下学期期末达标检测试卷(三)	(117)
3 梯 形	(50)	参考答案及点拨	(125)
4 课题学习 重心	(54)		



第十六章 分式

1 分式

第一课时



名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 正确理解分式的概念

一个式子为分式,并且分式有意义,必须同时满足以下三个条件:

(1) 具有 $\frac{A}{B}$ 的形式 (A, B 都是整式);

(2) B 中含有字母;

(3) $B \neq 0$.

2. 分式的值为零的条件

分式 $\frac{A}{B}$ 的值为零 $\Leftrightarrow A = 0$ 且 $B \neq 0$.

3. 分式是否有意义

分式 $\frac{A}{B}$ 有意义 $\Leftrightarrow B \neq 0$;

分式 $\frac{A}{B}$ 无意义 $\Leftrightarrow B = 0$.

典例精析

例1 下列各式中,哪些是整式?哪些是分式?

① $\frac{x+y}{5}$; ② $\frac{1}{x}$; ③ $\frac{a}{2a+b}$;

④ $\frac{1}{a^2+1}$; ⑤ $\frac{a}{2} + \frac{b}{3} + \frac{c}{4}$.

解析 整式: ①⑤;

分式: ②③④.

点评 判断一个代数式是否是分式,主要看分母是否含有字母.

例2 当 a 为何值时,分式 $\frac{|a|-3}{4a+12}$ 的值为零?

解析 若分式 $\frac{|a|-3}{4a+12}$ 的值为零,则要求分子 $|a|-3=0$ 且分母 $4a+12 \neq 0$,从而解出 a .

若 $\frac{|a|-3}{4a+12}=0$, 则

$\begin{cases} |a|-3=0, \\ 4a+12 \neq 0. \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} a=\pm 3, \\ a \neq -3. \end{cases}$ 即 $a=3$.

点评 在讨论分式的值时,必须是在分式有意义的前提下进行,先保证分母不为零,再求分子为零的情况.



课时达标·以练助学

1. 下列代数式中,为分式的是

A. $\frac{a^2-b^2}{3}$

B. $\frac{b}{1+b}$

C. $\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}y$

D. $\frac{4a+b}{\pi}$

2. 下列四个等式中,正确的是

A. $2 \div x - y = \frac{2}{x-y}$

B. $x \div y \cdot 2 = \frac{x}{2y}$

C. $x-2 \div y = \frac{x-2}{y}$

D. $2 \div x - y = \frac{2}{x} - y$

3. 当 x 为任意实数时,下列分式中一定有意义的是

A. $\frac{x+2}{x}$

B. $\frac{x}{x^2-4}$

C. $\frac{x^2+1}{x^2}$

D. $\frac{x}{x^2+3}$

4. 分式 $\frac{x+a}{2x-1}$ 中,当 $x=-a$ 时,以下结论正确的是

A. 分式的值为零

B. 分式无意义

C. 当 $a \neq -\frac{1}{2}$ 时,分式的值为零

D. 当 $x \neq -\frac{1}{2}$ 时,分式的值为零

5. 有理式: ① $3a-2b$; ② $\frac{x+1}{x^2+1}$; ③ $\frac{1}{3}(a+b)$; ④ $\frac{5}{x}$; ⑤ $(m^2+n^2) \div (m+n)$; ⑥ $\frac{1}{x} + y$. 其中是分式的有_____.

6. 把下列各式写成分式的形式:

(1) $1 \div (a+b) = \frac{\quad}{\quad}$; (2) $x+y \div z = \frac{\quad}{\quad}$; (3) $(a-1) \div (a+1) = \frac{\quad}{\quad}$.

7. 对于分式 $\frac{x+1}{2x-5}$, 当 x _____ 时,该分式有意义;当 x _____ 时,该分式的值为零.

8. 当 x _____ 时,分式 $\frac{1}{(x-1)(x+3)}$ 无意义.

9. 当 x _____ 时,分式 $\frac{|x|-2}{x+2}$ 的值为零.

10. 当 a 满足什么条件时,分式 $\frac{5}{3a+6}$ 的值为负?

11. 当 $x=-3$ 时,分式 $\frac{x+2a}{2x-3b}$ 的值为 0, 求 a 的值及 b 满足的条件.

12. 对于分式 $\frac{(a+1)^2 - (a-2)^2}{12a-12}$, 分别在下列条件下求 a 的值:

(1) 分式无意义;

(2) 分式的值为 0.



第二课时



课时达标·以练助学



名师讲坛·点睛导航

1. 下列等式成立的是

A. $\frac{x^2}{x^6} = \frac{1}{x^3}$

B. $\frac{a^2+b^2}{a+b} = a+b$

C. $\frac{2+x}{3+x} = \frac{2}{3}$

D. $\frac{2-m}{m^2-4} = \frac{-1}{m+2}$

2. 下列各式与 $\frac{x-y}{x+y}$ ($x \neq y$) 相等的是

A. $\frac{(x-y)+5}{(x+y)+5}$

B. $\frac{2x-y}{2x+y}$ ($x \neq y$)

C. $\frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}$ ($x \neq y$)

D. $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

3. 化简 $\frac{m^2-3m}{9-m^2}$ 的结果是

A. $\frac{m}{m+3}$

B. $-\frac{m}{m+3}$

C. $\frac{m}{m-3}$

D. $\frac{m}{3-m}$

4. 下列各式中,不能再约分的是

A. $\frac{x+y}{x^2-y^2}$

B. $\frac{x-y}{x^2-y^2}$

C. $\frac{x^4-y^4}{x-y}$

D. $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

5. 如果 m, n 为正整数, $\frac{(x-y)^m}{(y-x)^n} = x-y$, 那么 m, n 的值可能为

A. $m=3, n=2$

B. $m=4, n=3$

C. $m=2, n=3$

D. $m=4, n=5$

6. 分式 $\frac{x}{x^2-2x+1}, \frac{y}{x^2-1}, \frac{z}{x^2+2x+1}$ 的最简公分母是

A. $(x^2-1)^2$

B. $(x^2+1)^2$

C. x^4-1

D. $(x-1)^3(x+1)^3$

7. 若分式 $\frac{a+b}{a-b}$ 中, a, b 都乘以 2, 那么分式的值

A. 不变

B. 扩大 2 倍

C. 扩大 4 倍

D. 缩小 2 倍

8. 下列各式从左到右变形正确的是

A. $\frac{x+1}{2} + \frac{y}{3} = 3(x+1) + 2y$

B. $\frac{0.2a-0.03b}{0.4c+0.05d} = \frac{2a-3b}{4c+5d}$

C. $\frac{a-b}{b-c} = \frac{b-a}{c-b}$

D. $\frac{2a-2b}{c+d} = \frac{a-b}{c+d}$

知识要点

1. 对分式基本性质的理解

(1) 在 $\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M}$ 和 $\frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}$

中, A, B, M 表示整式. 其中 $B \neq 0$ 是隐含条件, 一般在解题过程中不需要强调; $M \neq 0$ 是在解题过程中另外附加的条件, 在运用分式的基本性质时, 必须重点强调 $M \neq 0$ 这个前提条件.

(2) 应用分式的基本性质时, 要深刻理解“都”与“同”这两个字的含义, 避免犯只乘分子或分母的错, 也要避免只乘分子或分母中部分项的错误.

2. 约分的方法和步骤

(1) 分式的分子与分母都是单项式时, 先找出分子与分母的公因式, 然后将分式的分子与分母的公因式约去.

(2) 分式的分子或分母是多项式时, 应先把分式的分子或分母分解因式, 然后约去分子与分母的公因式.

3. 确定最简公分母的一般步骤

(1) 取各分母系数的最小公倍数;

(2) 凡出现字母(或含字母的式子)为底的幂的因式都要取;

(3) 相同字母(或含字母的式子)的幂的因式取指数最大的.



4. 约分和通分的联系与区别

(1) 联系: 约分与通分的根据都是分式的基本性质.

(2) 区别: 通分是把分式的分子、分母都乘以同一个不等于零的整式, 使分式的值不变; 约分是把分式的分子、分母都除以同一个不等于零的整式, 使分式的值不变.

典例精析

例1 将下列各式约分:

$$(1) -\frac{12a^3b}{9a^2b}; (2) \frac{7b(b-a)^2}{14b(a-b)^3}.$$

解析 (1) 原式 = $-\frac{3a^2b \times 4a}{3a^2b \times 3}$

$$= -\frac{4a}{3}.$$

$$(2) \text{原式} = \frac{7b(a-b)^2}{14b(a-b)^3}$$

$$= \frac{7b(a-b)^2}{7b(a-b)^2 \cdot 2(a-b)}$$

$$= \frac{1}{2a-2b}.$$

点评 分子或分母的系数是负数时, 一般先把负号提到分式的前面, 然后再约分, 如(1)题; (2)题中先把 $(b-a)^2$ 化成 $(a-b)^2$ 后再约分, 可避免符号错误.

例2 将下列各式通分:

$$(1) \frac{y}{2x^3}, \frac{1}{3xy}, -\frac{4}{y^2};$$

$$(2) -\frac{2}{m-4}, \frac{3}{m+4};$$

$$(3) \frac{1}{x^2-2x+1}, \frac{1}{x^2-x}.$$

解析 (1) 分式的最简公分母是 $6x^3y^2$.

$$\frac{y}{2x^3} = \frac{y \cdot 3y^2}{2x^3 \cdot 3y^2} = \frac{3y^3}{6x^3y^2};$$

$$\frac{1}{3xy} = \frac{2x^2y}{6x^3y^2}; -\frac{4}{y^2} = -\frac{24x^3}{6x^3y^2}.$$

9. 在分式的分子、分母与分式本身的三个符号中, 改变其中任何 _____ 个, 分式的值不变.

10. 分式 $\frac{x^2-16}{x+4}$ 的分子、分母同时除以 _____, 得 $x-4$, 所以字母 x 应满足的条件是 _____.

11. 把分式 $\frac{2(a-b)}{(a+b)(a-b)}$ 约分得 $\frac{2}{a+b}$ 时, a, b 必须满足的条件为 _____.

12. 分式 $\frac{y}{2x}, -\frac{x}{3y^2}, \frac{1}{4xy}$ 中, 各分母系数的最小公倍数是 _____, 最简公分母是 _____.

13. 不改变分式的值, 把 $\frac{3a+0.05b}{\frac{1}{2}a-0.2b}$ 中的分子、分母中各项系数化为整数得 _____.

14. 使分式 $\frac{3}{x-1} = \frac{3x}{x^2-x}$ 从左至右变形成立的条件是 _____.

15. 通分的关键是 _____, 通分的依据是 _____.

16. 分式 $\frac{a-\frac{1}{b}}{b-\frac{1}{a}}$ 化简的结果是 _____.

17. 约分: (1) $-\frac{32a^2b^3c}{24b^2c} =$ _____; (2) $\frac{a-2+a^2}{a^2+4a+4} =$ _____.

18. 下列分式: ① $\frac{a^2bc}{a^3bc}$; ② $\frac{ax^2+a}{a^2x^2+a^2}$; ③ $-\frac{a^3-a^3x}{a^4x-a^4}$; ④ $\frac{a+1}{a^2+1}$. 其中化为最简分式为 $\frac{1}{a}$ 的有 _____ (填上序号即可).

19. 通分: (1) $-\frac{5}{2a}, \frac{2}{9a^2b^3}, -\frac{7c}{12a^4b^2}$; (2) $\frac{1}{x+2}, \frac{4x}{x^2-4}, \frac{2}{2-x}$.

20. 约分: (1) $\frac{4-x^2}{x^2-4x+4}$;

(2) $\frac{m+1}{m^2+3m+2}$.



21. 已知 $a=2-\sqrt{3}$, $b=2+\sqrt{3}$, 求 $\frac{a^2-b^2}{2a+2b}$ 的值.

22. 已知 $a+b=3.5$, $a-b=1.5$, 求 $\frac{16a^2-8ab+b^2}{4a^2b-ab^2}$ 的值.

23. 当 $x>0, y>0$ 时, 若 x, y 都扩大为原来的 3 倍, 则分式 $\frac{3x^2-7y^2}{2x+3y}$ 的值如何变化? 若 x, y 的值都缩小到原来的 $\frac{1}{k}$ 呢?

24. 已知 $P=\frac{x^2}{x-y}-\frac{y^2}{x-y}$, $Q=(x+y)^2-2y(x+y)$, 小敏、小聪两人在 $x=2, y=-1$ 的条件下分别计算了 P 和 Q 的值, 小敏说 P 的值比 Q 大, 小聪说 Q 的值比 P 大. 请你判断谁的结论正确, 并说明理由.

(2) 分式的最简公分母是

$$(m-4)(m+4).$$

$$-\frac{2}{m-4} = -\frac{2m+8}{(m-4)(m+4)};$$

$$\frac{3}{m+4} = \frac{3m-12}{(m-4)(m+4)}.$$

(3) 分式的最简公分母是

$$x(x-1)^2.$$

$$\frac{1}{x^2-2x+1} = \frac{x}{x(x-1)^2},$$

$$\frac{1}{x^2-x} = \frac{x-1}{x(x-1)^2}.$$

点评 分式通分的关键是找出

最简公分母. 当分式的分母是多

项式时, 应先将各分母分解因式.

例3 当 m 取何值时, 等式

$$\frac{x+3}{2x-1} = \frac{(x+3)(3m+2)}{(2x-1)(7-2m)}$$
 成立?

解析 由分式的基本性质, 得

$$\begin{cases} 3m+2 \neq 0, \\ 7-2m \neq 0, \\ 3m+2 = 7-2m. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} m \neq -\frac{2}{3}, \\ m \neq \frac{7}{2}, \\ m = 1. \end{cases}$$

$\therefore$ 当 $m=1$ 时, 等式成立.

点评 应用分式的基本性质应

重点理解和掌握两点: 分子分母

都乘以 (或除以) 同一个整式, 且

这个整式不能为零.



答案及点拨

- 【第一课时】 1. B 2. D 3. D 4. C 5. ②④⑤⑥ 6. (1) $\frac{1}{a+b}$ (2) $x + \frac{y}{z}$ (3) $\frac{a-1}{a+1}$ 7. $\neq \frac{5}{2} = -1$ 8. $x=1$ 或 $x=-3$ 9. $=2$ 10. $a < -2$ 11. $a = \frac{3}{2}, b \neq -2$ 12. (1) $a=1$ (2) $a = \frac{1}{2}$
- 【第二课时】 1. D 2. C 3. B 4. D 5. A 6. A 7. A 8. C 9. 两 10. $x+4$ $x \neq -4$ 11. $a \neq b \neq 0$ 12. 12 $12xy^2$
13. $\frac{60a+b}{10a-4b}$ 14. $x \neq 0$ 且 $x \neq 1$ 15. 确定分母的共同因式(最简公分母) 分式的基本性质 16. $\frac{a}{b}$ 17. (1) $-\frac{4}{3}a^2b$
- (2) $\frac{a-1}{a+2}$ 18. ①②③ 19. (1) $\therefore$ 最简公分母为 $36a^4b^3$, $\therefore -\frac{5}{2a} = -\frac{90a^3b^3}{36a^4b^3}, \frac{2}{9a^2b^3} = \frac{8a^2}{36a^4b^3}, -\frac{7c}{12a^4b^2} = -\frac{21bc}{36a^4b^3}$.
- (2) $\therefore$ 最简公分母为 $(x+2)(x-2)$, $\therefore \frac{1}{x+2} = \frac{x-2}{(x+2)(x-2)}, \frac{4x}{x^2-4} = \frac{4x}{(x+2)(x-2)}, \frac{2}{2-x} = -\frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)}$
20. (1) 原式 $= \frac{(2+x)(2-x)}{(x-2)^2} = -\frac{2+x}{x-2} = \frac{2+x}{2-x}$ (2) 原式 $= \frac{m+1}{(m+2)(m+1)} = \frac{1}{m+2}$ 21. 化简, 得 $\frac{(a+b)(a-b)}{2(a+b)} = \frac{1}{2}$
- $(a-b) = -\sqrt{3}$. 22. 由已知可求得 $a=2.5, b=1$, $\therefore$ 待求式 $= \frac{(4a-b)^2}{ab(4a-b)} = \frac{4a-b}{ab} = \frac{18}{5}$. 23. 分式的值也扩大3倍; 分式的值也缩小到原来的 $\frac{1}{k}$. 24. $\therefore P = \frac{(x-y)(x+y)}{x-y} = x+y, Q = x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$, $\therefore$ 当 $x=2, y=-1$ 时, $P=1, Q=3, Q>P$, 小聪的结论正确.

一 节 一 测 · 自 主 反 馈

第1节

一、达标训练

1. 当 x 为实数时, 下列分式中一定有意义的是 ()

- A. $\frac{x+2}{x}$ B. $\frac{x}{x^2-4}$
C. $\frac{x^2+1}{x^2}$ D. $\frac{x}{x^2+3}$

2. 下列各式中, 为分式的是 ()

- A. $\frac{x}{\pi-2}$ B. $\frac{1}{3}x^2$
C. $\frac{2x+1}{x-3}$ D. $2x$

3. 分式 $\frac{a+2}{a^2+3}, \frac{a-b}{a^2-b^2}, \frac{4a}{12(a-b)}, \frac{1}{x-2}$ 中, 最简分式有 ()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

4. 使分式 $\frac{5}{x-3} = \frac{5x}{x^2-3x}$ 从左至右变形成立的条件是 ()

- A. $x < 0$ B. $x > 0$
C. $x \neq 0$ D. $x \neq 0$ 且 $x \neq 3$

5. 下列等式中, 正确的是 ()

- A. $\frac{2(b+c)}{a+3(b+c)} = \frac{2}{a+3}$ B. $\frac{a+b}{a^2+b^2} = \frac{2}{a+b}$
C. $\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2} = -1$ D. $\frac{x-y}{2xy-x^2-y^2} = \frac{1}{y-x}$

6. 有两块稻田, 第一块有 m 公顷, 第二块有 n 公顷, 如果两块稻田每公顷产量分别是 a kg 和 b kg, 那么这两块稻田的平均每公顷产量为 ()

- A. $\frac{am+bn}{a+b}$ kg B. $\frac{a+b}{2}$ kg
C. $\frac{am+bn}{m+n}$ kg D. $\frac{a+b}{m+n}$ kg

7. 当 x _____ 时, 式子 $\frac{1}{2x-1}$ 有意义.

8. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{x^2-x}{x}$ 的值为 0.

9. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{(x-1)(x-3)}{x^2-3x+2}$ 的值为零.

10. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 无意义.

11. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{2x-3}{x-2}$ 的值为 1.

12. 若 $\frac{x^2-1}{x^2+4} = 0$, 则 $4x^2+1 =$ _____.

13. 当 x _____ 时, $\frac{3}{2-4x} > 0$.

14. 若 $a=2$, 则 $\frac{a^2-2a-3}{a^2-7a+12}$ 的值等于 _____.



15. 化简:

$$(1) \frac{-21a^3b^5c}{56a^2b^{10}d};$$

$$(2) \frac{x^2-1}{x^2+2x+1};$$

$$(3) \frac{2x-6}{x-2} \div \left(\frac{5}{x-2} - x - 2 \right);$$

$$(4) \left(\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x+2} \right) \div \frac{x+3}{x^2+4x+4};$$

$$16. \text{ 已知两个分式: } A = \frac{4}{x^2-4}, B = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{2-x}, \text{ 其中 } x \neq \pm 2.$$

下面有三个结论:① $A=B$;② A, B 互为相反数;③ A, B 互为倒数. 试问哪个正确? 为什么?

二、中考链接

17. (2006·攀枝花) 请将下面的代数式尽可能化简, 再选择一个你喜欢的数(要合适哦!) 代入求值: $\frac{1}{2}a + (1-a)$

$$+ \frac{a^2-1}{a-1}.$$

三、拓展思维

18. 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$, 求 $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ 的值.



2 分式的运算

第一课时



名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 分式的运算法则

(1) 乘法法则: 分式乘分式, 用分子的积作为积的分子, 分母的积作为积的分母. 即

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

(2) 除法法则: 分式除以分式, 把除式的分子、分母颠倒位置后, 与被除式相乘. 即

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

由此可知, 分式除法运算实质上是转化为分式的乘法运算.

2. 分式乘方的意义

分式乘方要把分子、分母分别乘方, 即 $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

有时要注意乘方意义的逆向、变式应用.

典例精析

例1 计算:

(1) $\frac{3bc}{5a^2} \cdot \frac{-2a^2b}{3c^2}$;

(2) $2x^2y \div \frac{-3x}{4y^3}$.

解析 (1) 原式 = $\frac{-3bc \cdot 2a^2b}{5a^2 \cdot 3c^2}$
 $= -\frac{2b^2}{5c}$.

(2) 原式 = $2x^2y \cdot \frac{4y^3}{-3x}$
 $= -\frac{8xy^4}{3}$.

点评 分式乘除运算时, 首先确定出符号, 然后根据法则, 转化为整式的乘法运算.

例2 计算:

(1) $\frac{a-1}{a^2-9} \div \frac{a-1}{a-3}$;

(2) $\left(\frac{ab^2}{-a^2b}\right)^4$.

解析 (1) $\frac{a-1}{a^2-9} \div \frac{a-1}{a-3}$
 $= \frac{a-1}{a^2-9} \cdot \frac{a-3}{a-1} = \frac{1}{a+3}$.

(2) 原式 = $\left(\frac{b}{-a}\right)^4 = \frac{b^4}{(-a)^4}$
 $= \frac{b^4}{a^4}$.

点评 在进行分式乘除运算时, 先约分使过程简化, 减小运算量.



课时达标·以练助学

1. 若代数式 $\frac{x+2}{x-1} \div \frac{x}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 1$ B. $x \neq 0$ 且 $x \neq 1$ C. $x \neq -2$ 且 $x \neq 1$ D. $x \neq -2$ 且 $x \neq 0$ 且 $x \neq 1$

2. 计算 $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2 \cdot \frac{b^2-a^2}{a+b}$ 等于 ()

- A. $\frac{(a+b)^3}{(a-b)^3}$ B. $\frac{a+b}{a-b}$ C. $\frac{a+b}{(a-b)^3}$ D. $\frac{(a+b)^2}{b-a}$

3. 下列计算正确的是

- A. $\frac{-b}{2a^2} \cdot \frac{a}{-b} = -\frac{ab}{2a^2b}$ B. $\frac{m}{x} \div \frac{n}{x} = \frac{mn}{x^2}$
 C. $\frac{3xy}{5a} \div 6xy = \frac{18x^2y^2}{5a}$ D. $\frac{a-b}{a} \div (a^2-ab) = \frac{1}{a^2}$

4. 已知 $a=1\ 949$, $b=2\ 006$, 则代数式 $\frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2} \cdot \frac{b-a}{a^2+b^2}$ 的值为 ()

- A. -57 B. 57 C. -3 955 D. 3 955

5. $2a^2b \cdot \frac{-3a}{4b^2} =$ 6. $\frac{2}{a} \div \frac{4}{a} =$

7. $\frac{a^2-1}{a^2} \cdot \frac{a}{1-a} =$ 8. $(y^2-xy) \div \frac{x-y}{xy} =$

9. $\frac{8x}{3y} \cdot \frac{y}{4x^2} =$ 10. $-a^3 \div \frac{a^2}{b} \div b =$

11. $2x^2y \div \left(\frac{x}{-y}\right)^2 =$ 12. $\left(\frac{2m-1}{m}\right)^2 =$

13. $\frac{2x-6}{x^2-4x+4} \cdot \frac{x^2+x-6}{12-4x} \div (x+3) =$

14. 计算: (1) $\frac{2x-2y}{10xy} \cdot \frac{50x^2y^2}{x^2-y^2}$; (2) $\left(-\frac{a^4}{b^2}\right)^3 \cdot \left(\frac{c^3}{a^3b}\right)^2 \div \left(\frac{a^2c}{-b^3}\right)^4$

15. 先化简, 再求值: $\frac{x^2-1}{x^2-x-2} \div \frac{x}{2x-4}$, 其中 $x = \frac{1}{2}$.

16. 已知 $x + \frac{1}{x} = a$, 求 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 和 $x^4 + \frac{1}{x^4}$ 的值.



第二课时



课时达标·以练助学



名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 同分母分式的加减法法则

同分母的分式相加减, 分母不变,

把分子相加减, 即 $\frac{b}{a} \pm \frac{c}{a} = \frac{b \pm c}{a}$.

2. 异分母分式的加减法法则

异分母的分式相加减, 先通分,

变为同分母的分式, 再加减. 即

$\frac{b}{a} \pm \frac{d}{c} = \frac{bc}{ac} \pm \frac{ad}{ac} = \frac{bc \pm ad}{ac}$.

由此可见, 异分母的分式加减运算, 关键是转化为同分母的问题.

3. 异分母分式加减法的一般步骤

(1) 通分, 将异分母分式化成同分母分式;

(2) 写成“分母不变、分子相加减”的形式;

(3) 分子去括号, 合并同类项;

(4) 分子、分母约分, 将结果化成最简形式.

4. 分式的混合运算顺序

先乘方, 后乘除, 最后加减, 有括号的先算括号里面的, 同级运算, 从左到右依次运算.

典例精析

例1 计算: (1) $\frac{3x-1}{xy} + \frac{1}{xy}$;

(2) $\frac{b+2a}{a-b} + \frac{a}{b-a} - \frac{2b}{a-b}$.

解析 (1) 原式 $= \frac{3x-1+1}{xy}$

$= \frac{3x}{xy}$

$= \frac{3}{y}$.

1. 计算 $\left(1 - \frac{1}{1-a}\right)\left(\frac{1}{a^2} - 1\right)$ 的正确结果是

A. $\frac{a+1}{a}$

B. $-\frac{a+1}{a}$

C. $\frac{a-1}{a}$

D. $-\frac{a-1}{a}$

2. 化简 $\left(\frac{a}{a-2} - \frac{a}{a+2}\right) \cdot \frac{4-a^2}{a}$ 的结果是

A. -4

B. 4

C. 2a

D. 2a+4

3. 下列分式中, 不能再化简的是

A. $\frac{a-b}{b-a}$

B. $\frac{x^2+y^2}{x+y}$

C. $\frac{x^2-4}{x-2}$

D. $\frac{a+2}{a^2+a-2}$

4. 已知 x 为整数, 且分式 $\frac{2x+2}{x^2-1}$ 的值为整数, 则 x 可取的值有

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

5. 化简 $\left(x - \frac{1}{y}\right) \div \left(y - \frac{1}{x}\right)$ 的结果是

A. 1

B. $\frac{x}{y}$

C. $\frac{y}{x}$

D. -1

6. 当 $x = \sqrt{3}$ 时, 代数式 $\left(\frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1}\right) \div \frac{2x}{1-x}$ 的值是

A. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

B. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

7. 若 $x < 0$, 则分式 $\frac{|x|}{1-x} - \frac{1}{x-1}$ 的值为

A. $\frac{x+1}{x-1}$

B. $\frac{1+x}{1-x}$

C. 1

D. 0

8. 已知 a, b 为实数, 且 $ab = 1$, 设 $M = \frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1}$, $N = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1}$, 则 M, N 的大小关系是

A. $M > N$

B. $M = N$

C. $M < N$

D. 不确定



$$(2) \text{原式} = \frac{b+2a}{a-b} - \frac{a}{a-b} -$$

$$\frac{2b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} = 1.$$

点评 运算结果能约分的要约分,化成最简形式.

例2 计算:(1) $\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b};$

$$(2) \frac{a+2}{a^2-2a} + \frac{1-a}{a^2-4}.$$

解析

$$(1) \text{原式} = \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2} + \frac{(a-b)^2}{a^2-b^2} \\ = \frac{2(a^2+b^2)}{a^2-b^2}.$$

$$(2) \text{原式} = \frac{a+2}{a(a-2)} - \frac{a-1}{(a-2)(a+2)} \\ = \frac{(a+2)^2 - a(a-1)}{a(a-2)(a+2)} \\ = \frac{5a+4}{a(a-2)(a+2)}.$$

点评 若分母中含有多项式,通常要先将多项式进行因式分解,化成最简分式后便于找出公因式.

例3 化简:

$$\left(\frac{4}{a^2-2a} - \frac{a}{a-2} \right) \div \left(1 + \frac{2}{a} \right).$$

解析

$$\text{原式} = \left[\frac{4}{a(a-2)} - \frac{a^2}{a(a-2)} \right] \div \frac{a+2}{a} \\ = \frac{4-a^2}{a(a-2)} \div \frac{a+2}{a} \\ = \frac{(2+a)(2-a)}{a(a-2)} \cdot \frac{a}{a+2} \\ = \frac{2-a}{a-2} \\ = -1.$$

$$9. -\frac{b}{a} + \frac{c}{a} =$$

$$11. \frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-a} =$$

$$13. \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} =$$

$$15. \frac{1}{2x-2y} + \frac{1}{y-x} =$$

$$17. \left(1 - \frac{1}{a-2} \right) \div \frac{3-a}{2a-4} =$$

$$18. \text{若} \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+4} = \frac{2x+1}{(x-3)(x+4)}, \text{则常数} A = , B =$$

$$19. \text{计算:} \frac{x-1}{x} \div \left(1 - \frac{1}{x} \right) =$$

$$20. \text{计算:} \frac{b^2}{a-b} + \frac{a^2}{b-a} + a+b+1 =$$

$$21. \text{如果} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{4}{a+b}, \text{则分式} \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \text{的值是}$$

$$22. \text{化简} \frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2-2x}{x^2-1} \div \frac{x^2-x-2}{x^2+2x+1} \text{的结果是}$$

23. 计算:

$$(1) \frac{m+2n}{n-m} + \frac{n}{m-n} - \frac{2m}{n-m};$$

$$(2) \frac{(a+b)^2}{(a-b)(b-c)} + \frac{6ab}{(b-a)(b-c)} + \frac{a^2+b^2}{(a-b)(b-c)};$$

$$10. \frac{1}{x} - \frac{2}{x} =$$

$$12. \frac{a-b}{x} - \frac{a+b}{x} =$$

$$14. \frac{a^2}{a-b} - a-b =$$

$$16. \frac{2}{x-1} - \frac{1-3x}{2-2x} =$$