

高等学校电子信息类教材

信号系统与控制

孟祥伟 胡云安 徐进 吴华丽 编著

and

Signal System

Control

<http://www.phei.com.cn>



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

内 容 简 介

本书以傅里叶变换、拉普拉斯变换和 Z 变换为数学工具, 围绕着信号分析、系统分析和综合方面的任务, 将“信号与系统”和“自动控制原理”课程的内容进行了有机的融合。全书共分 8 章, 主要介绍了信号、系统和自动控制的分类; 讲述了对信号和系统进行频域分析的内容, 包括调制与解调、无失真传输、低通滤波器等内容; 介绍了线性时不变连续系统、离散系统的描述和模拟, 讨论了基于输入 / 输出描述和状态方程描述的时域、变换域求系统响应的问题, 并对系统的稳定性、动态性能和稳态性能进行了分析, 包括了线性系统的校正、数字控制器设计、状态反馈和状态观测器设计等内容。

本书可供高等学校电子信息类专业本科生作为教材使用, 也可供有关教师和科技人员参考。

未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有, 侵权必究。

图书在版编目 (CIP) 数据

信号系统与控制/孟祥伟等编著. —北京: 电子工业出版社, 2008.1

高等学校电子信息类教材

ISBN 978-7-121-05344-3

I. 信… II. 孟… III. ① 信号系统—高等学校—教材 ② 自动控制理论—高等学校—教材

IV. TN911.6 TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 175534 号

责任编辑: 王春宁

印 刷: 北京市李史山胶印厂
装 订:

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1092 1/16 印张: 24.75 字数: 624 千字

印 次: 2008 年 1 月第 1 次印刷

印 数: 4 000 册 定价: 38.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

前 言

“信号系统与控制”的基本理论和概念在许多科学技术领域中起着重要的作用且有着广泛的应用,例如通信、自动控制、雷达、声呐、红外、机械工程和生物医学工程等领域,并且伴随复杂系统分析和信息处理过程中不断出现的新问题和挑战,又不断有新的理论和技术出现。信号系统与控制方面的理论知识在军校电子信息类人才的知识结构中占据着重要的地位,并且在他们后续的学习和工作中发挥着持久的作用。当前,新形势下军事斗争形态发生的演变和各种智能化精确制导武器的大量使用,对军校人才的培养模式和知识结构提出了新的要求。部队的各种新型武器系统往往又是各种新技术高度集成的结合体,而传统的教学往往专业划分得过细、学生的知识面偏窄、在某种程度上制约了他们在部队任职和专业发展的需要。由于“信号与系统”与“自动控制原理”两门课程的数学工具均为三大变换(傅里叶变换、拉普拉斯变换和 Z 变换),主要差别在于它们分别以通信系统和线性反馈系统为研究对象,所以对这两门课程内容进行整合优化,可以避免不必要的内容重复,拓宽知识面、提高教学效率,使得课程内容体系更加系统、合理,形成学生对信号、系统与控制理论方面的整体知识。

本教材的内容按照先连续后离散、先时域后频域分析的逻辑顺序进行组织,同时加强了离散信号和离散系统的地位和要求。围绕着进行信号分析和系统分析的任务,将“信号与系统”和“自动控制原理”课程的内容进行了有机的融合。在第1章中,主要讲述信号、系统和自动控制的基本概念和分类。第2章中,主要讲述连续时间系统的时域分析方法,解微分方程方法在系统分析中的应用,零输入响应和零状态响应的基本概念及其求解方法,重点介绍卷积积分的物理概念及其基本性质,并将自动控制中的系统性能指标分析与系统的零状态响应求解结合起来,从而使得信号系统课程中的求系统响应的任务具有明确的物理意义。第3章为离散时间系统的时域分析方法,这一章的内容与第2章连续时间系统的内容相对应,讲述离散时间系统零输入响应和零状态响应的时域求解方法,介绍了卷积和的计算方法和性质。第4章为采用傅里叶级数和傅里叶变换进行信号分析的内容,讲述傅里叶级数、傅里叶变换及其基本性质,重点介绍对周期信号和非周期信号进行频谱分析的方法,对通信系统中信号无失真传输、低通滤波、调制和解调过程中的信号变换过程进行了分析。第5章为连续时间系统的变换域分析的内容,重点介绍了拉普拉斯变换及其基本性质,讲述了采用部分分式法和留数法求拉普拉斯反变换的方法;针对线性非时变连续系统求响应问题采用变换域方法进行了分析,并将控制系统的动态性能分析、稳态分析和系统变换域分析结合在一起,包括了系统的模拟框图和信号流图的内容。第6章为连续时间系统稳定性分析的内容,讲述系统稳定性的概念、系统稳定性与极点间的关系、罗斯-霍维茨判据,以及系统根轨迹的分析方法及绘制规则,包括奈奎斯特判据、稳定裕度、相位裕度和线性系统校正的内容。第7章主要为采样控制系统进行变换域分析与综合的内容,讲述香农采样定理和对信号进行重建的方法,重点讲授 Z 变换及其基本性质和进行 Z 反变换的方法,以及采用变换域方法求离散时间系统零输入响应和零状态响应的方法,包括离散时间系统稳定性分析、稳态误差和数字控制器设计的内容。第8章为系统的状态空间分析方法,讲述连续时间系统和离散时间系统状态方程的建立方法,以及连续时间系统和离散时间系统基于状态方程进行描述时系统响应的

时域和变换域求解方法, 详细介绍系统可控制性和可观测性的概念和判别方法, 包括线性定常系统的规范分解、状态反馈和状态观测器设计的内容。本教材在编写过程中的任务分工为: 由孟祥伟教授担任主编并负责全书的统稿和修订, 孟祥伟教授编写第 1~3 章的内容, 徐进副教授编写第 4~5 章的内容, 胡云安教授编写第 6~7 章的内容, 吴华丽同志编写第 8 章的内容, 各部分的工作又有一定的交叉。在长期的教学实践中, 我们曾采用和参考过管致中教授等主编的《信号与线性系统》、郑君里教授等主编的《信号与系统》、吴大正教授主编的《信号与线性系统分析》、胡寿松教授主编的《自动控制原理》, 以及奥本海姆教授编写的《信号与系统》等教材, 深感它们是很优秀的教材, 在本次课程的整合过程中吸取了他们的部分精华, 在此深表谢意!

本教材在编写过程中得到海军航空工程学院院长何友教授的关心和指导, 在整个教材体系和整合方案的酝酿中得到海军课程专家组组长刘景权教授的大力支持和帮助, 也得到了学院各级领导的重视和关心, 在此一并向他们致谢! 本课程已列为学院现代化教学工程“综合课程”重点建设项目, 并入选总参军队院校百门优质课程建设项目, 因而, 我们也感到编写本教材责任的重大和任务的艰巨, 但是, 这两门课程的整合毕竟是有难度的, 尽管我们付出了许多心血和努力, 其中的不当之处在所难免, 希望各位同行、专家和学生在使用过程中提出宝贵意见, 以便在本教材再版时使质量得到提高。

编著者

2007 年 8 月

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 信号的概念及分类	(1)
1.1.1 信号的概念	(1)
1.1.2 信号的分类	(2)
1.2 几种典型的信号	(4)
1.2.1 普通连续信号	(4)
1.2.2 奇异信号	(6)
1.3 系统的概念及分类	(11)
1.3.1 系统的概念	(11)
1.3.2 系统的分类	(12)
1.4 自动控制的概念及分类	(15)
1.4.1 自动控制的概念	(15)
1.4.2 自动控制系统的分类	(17)
1.4.3 对自动控制系统的基本要求	(18)
本章小结	(19)
习题一	(19)
第 2 章 连续时间系统的时域分析	(23)
2.1 LTI 连续时间系统的描述和模拟	(23)
2.1.1 连续时间系统的描述	(23)
2.1.2 连续时间系统的模拟	(25)
2.2 线性时不变连续系统的响应	(27)
2.2.1 微分方程的经典解	(27)
2.2.2 关于 0_- 与 0_+ 初始状态	(30)
2.2.3 零输入响应和零状态响应	(31)
2.3 冲激响应和阶跃响应	(34)
2.3.1 冲激响应和阶跃响应	(34)
2.3.2 线性系统的动态性能指标	(36)
2.4 卷积积分	(38)
2.4.1 卷积积分的图解法	(38)
2.4.2 用卷积积分计算系统的零状态响应	(40)
2.5 卷积积分的性质	(41)
本章小结	(45)
习题二	(45)
第 3 章 离散时间系统的时域分析	(49)
3.1 离散时间系统的描述和模拟	(49)
3.1.1 离散时间系统的描述	(49)

3.1.2	离散时间系统的模拟	(51)
3.2	线性时不变离散系统的响应	(53)
3.2.1	差分方程的迭代解法	(53)
3.2.2	差分方程的经典解法	(54)
3.2.3	零输入响应和零状态响应	(56)
3.3	单位脉冲响应和单位阶跃响应	(59)
3.3.1	单位脉冲序列和单位阶跃序列	(59)
3.3.2	单位脉冲响应和单位阶跃响应	(61)
3.4	卷积和	(64)
3.4.1	卷积和	(64)
3.4.2	卷积和的图解法	(66)
3.4.3	利用不进位乘法求卷积和	(67)
3.4.4	卷积和的性质	(68)
	本章小结	(70)
	习题三	(71)
第 4 章	信号分析	(74)
4.1	信号的正交函数分解	(74)
4.1.1	矢量的正交分解	(74)
4.1.2	正交函数与正交函数集	(75)
4.1.3	信号的正交函数分解	(76)
4.2	周期信号的傅里叶级数	(77)
4.2.1	三角傅里叶级数	(77)
4.2.2	指数傅里叶级数	(78)
4.2.3	函数的奇偶性与傅里叶系数的关系	(79)
4.3	周期信号的频谱	(81)
4.3.1	周期信号的频谱特点	(81)
4.3.2	吉布斯现象	(83)
4.3.3	信号的频带宽度	(84)
4.4	傅里叶变换	(84)
4.4.1	频谱密度函数	(84)
4.4.2	傅里叶变换	(85)
4.4.3	常用函数傅里叶变换	(86)
4.5	傅里叶变换的基本性质	(90)
4.6	周期信号的傅里叶变换	(99)
4.6.1	正弦信号与余弦信号的傅里叶变换	(99)
4.6.2	周期信号的傅里叶变换	(100)
4.7	信号通过线性系统不产生失真的条件	(102)
4.8	理想低通滤波器	(104)
4.8.1	理想低通滤波器的频率特性	(104)

4.8.2	理想低通滤波器的冲激响应	(105)
4.8.3	理想低通滤波器的阶跃响应	(105)
4.9	连续时间系统的频域分析	(106)
4.9.1	系统对正弦输入信号的响应	(106)
4.9.2	系统对非周期信号的响应	(107)
4.9.3	系统函数 $H(j\omega)$ 的求解方法	(108)
4.10	幅度调制与解调	(110)
4.10.1	幅度调制	(110)
4.10.2	解调	(111)
4.11	希尔伯特变换	(112)
4.11.1	希尔伯特变换的概念	(112)
4.11.2	希尔伯特变换器	(113)
	本章小结	(114)
	习题四	(114)
第 5 章	连续时间系统的复频域分析法	(120)
5.1	拉普拉斯变换的定义	(120)
5.1.1	信号的拉普拉斯变换	(120)
5.1.2	拉普拉斯变换的收敛区	(121)
5.2	常用函数的拉普拉斯变换	(122)
5.3	拉普拉斯变换的基本性质	(124)
5.4	拉普拉斯反变换	(133)
5.4.1	部分分式展开法	(133)
5.4.2	用留数定理求反变换	(137)
5.5	线性系统的拉普拉斯变换分析	(138)
5.5.1	输入-输出微分方程的拉普拉斯变换	(138)
5.5.2	连续时间系统的 s 域模型分析法	(139)
5.5.3	系统函数	(142)
5.6	二阶控制系统的变换域分析	(145)
5.6.1	典型元部件的 s 域模型	(145)
5.6.2	二阶系统的数学模型	(148)
5.6.3	二阶系统的阶跃响应	(149)
5.6.4	欠阻尼二阶系统的动态过程分析	(151)
5.6.5	系统的稳态误差计算	(153)
5.7	双边拉普拉斯变换	(157)
5.7.1	双边拉普拉斯变换	(157)
5.7.2	双边拉普拉斯反变换	(158)
5.8	信号流图	(161)
5.8.1	信号流图的定义	(161)
5.8.2	框图与信号流图的对应关系	(161)
5.8.3	信号流图的化简	(163)

5.8.4 梅森公式	(164)
本章小结	(165)
习题五	(166)
第6章 线性反馈系统的分析	(171)
6.1 系统的稳定性分析	(171)
6.1.1 稳定的概念	(171)
6.1.2 稳定的充要条件	(172)
6.1.3 劳斯稳定判据	(173)
6.1.4 赫尔维茨稳定判据	(179)
6.2 根轨迹	(180)
6.2.1 根轨迹的基本概念	(180)
6.2.2 绘制根轨迹的基本规则	(183)
6.2.3 控制系统根轨迹的绘制	(189)
6.3 频域分析	(193)
6.3.1 频率特性的概念	(193)
6.3.2 幅相频率特性曲线	(196)
6.3.3 奈奎斯特稳定判据	(215)
6.3.4 控制系统的相对稳定性	(222)
6.4 线性系统的校正	(227)
6.4.1 校正与综合的概念	(228)
6.4.2 常用校正装置及其特性	(230)
6.4.3 串联校正	(234)
6.4.4 反馈校正	(246)
本章小结	(248)
习题六	(248)
第7章 采样控制系统的分析与综合	(253)
7.1 典型的数字控制系统	(253)
7.1.1 直接数字控制系统	(253)
7.1.2 计算机监督控制系统	(254)
7.1.3 集散控制系统	(254)
7.2 采样过程的数学描述	(255)
7.2.1 采样过程及其数学描述	(255)
7.2.2 采样定理	(258)
7.2.3 采样周期的选择	(259)
7.3 信号恢复	(260)
7.3.1 零阶保持器	(260)
7.3.2 一阶保持器	(262)
7.4 Z变换理论	(263)
7.4.1 Z变换	(264)

7.4.2	Z变换的性质	(267)
7.4.3	Z反变换	(270)
7.5	离散时间系统的z域分析和频率响应	(273)
7.5.1	零输入响应的z域求解	(273)
7.5.2	零状态响应的z域求解	(274)
7.5.3	全响应的z域求解	(275)
7.5.4	离散时间系统的瞬态响应	(276)
7.5.5	离散时间系统频率响应特性	(279)
7.6	离散控制系统分析	(282)
7.6.1	脉冲传递函数	(282)
7.6.2	线性离散控制系统的稳定性分析	(288)
7.6.3	离散控制系统的稳态误差	(292)
7.7	数字控制器的设计	(295)
7.7.1	无稳态误差最少拍系统的设计	(296)
7.7.2	$G(z)$ 具有单位圆上和单位圆外零极点的情况——数字控制器的设计	(300)
7.7.3	无纹波、无稳态误差最少拍系统的设计	(301)
	本章小结	(304)
	习题七	(305)
第8章	线性系统的状态变量分析	(310)
8.1	系统的状态变量描述法	(310)
8.2	由输入-输出方程建立状态方程	(317)
8.3	连续时间系统状态方程的求解	(327)
8.3.1	连续时间系统状态方程的复频域解法	(327)
8.3.2	状态转移矩阵及矩阵指数函数的运算性质	(334)
8.3.3	连续时间系统状态方程的时域解法	(338)
8.4	传递函数矩阵及其实现	(343)
8.4.1	定义及其表达式	(343)
8.4.2	开环与闭环传递矩阵	(343)
8.4.3	传递矩阵的对角化及其应用	(344)
8.4.4	传递函数矩阵的实现	(347)
8.5	离散时间系统状态方程的解	(350)
8.6	线性系统的可控制性和可观测性	(353)
8.6.1	线性系统的可控制性	(353)
8.6.2	线性系统的可观测性	(357)
8.6.3	离散时间系统的可控制性和可观测性判据	(360)
8.6.4	可控制性、可观测性与传递函数(矩阵)的关系	(360)
8.6.5	对偶原理	(362)
8.7	线性定常系统的规范分解	(362)
8.7.1	系统按可控制性分解	(362)
8.7.2	系统按可观测性分解	(364)

8.7.3 系统按可控制性和可观测性的标准分解	(364)
8.8 线性定常系统的状态反馈与状态观测器	(366)
8.8.1 状态反馈与极点配置	(366)
8.8.2 输出反馈与极点配置	(369)
8.8.3 全维状态观测器及其设计	(370)
8.8.4 分离特性	(372)
8.8.5 分离定理	(373)
8.8.6 降维状态观测器	(374)
本章小结	(378)
习题八	(378)
参考文献	(383)

第1章 绪 论

信号、系统与控制方面的理论在信号分析和系统分析中占据着重要的地位，这几方面的知识是相互联系和相互依赖的，同时，它们之间因考虑问题的角度不同而各有其特点。如完成某一特定任务的控制系统，这其中既包含着控制方面的知识又包含着系统方面的知识，在整个控制系统中从输入端到输出端又流经着各种形式的信号，它们反映着系统的运行情况和动态性能。又如导弹末制导雷达，它本身就是一个系统，它通过雷达发射的信号和目标反射回来的信号对目标进行检测和跟踪，并通过天线的伺服系统控制着天线的转向。可以说，许多武器电子系统往往是信号、系统与控制方面知识的结合体。

本章以下几节主要介绍信号的概念和分类，系统的概念和分类，控制的概念和分类，以及一些在信号分析和系统分析中常见的一些典型信号。

1.1 信号的概念及分类

1.1.1 信号的概念

所谓信号 (Signal)，是指消息的表现形式，是带有信息的某种物理量，如电信号、光信号、声信号等。因为消息的传送一般都不是直接的，而必须借助于一定形式的信号才能便于远距离快速传输和进行各种处理。信号是带有信息的某种物理量，这些物理量的变化包含着信息，而且信号可以是随时间变化和随空间变化的某种物理量。在数学上，信号可以用一个或几个独立变量的函数表示，也可以用图形等表示。例如，常见的正弦型信号是随时间变化的信号，而电视信号则是一种具有两个空间变量和一个时间变量的信号。在本课程中，信号与函数两名词常常不加区分。

很久以来，人们曾寻求各种方法，以实现信号的传输。我国古代利用烽火传送边疆警报，此后希腊人也以火炬的位置表示字母符号。这种光信号的传输构成最原始的光通信系统。利用击鼓鸣金可以报送时刻或传达命令，这是声信号的传输。以后又出现了信鸽、旗语、驿站等传送消息的方法。然而，这些方法无论在距离、速度或可靠性与有效性方面仍然没有得到明显的改善。19世纪初，人们开始研究如何利用电信号传送消息。1837年莫尔斯(F. B. Morse)发明了电报，他用点、划、空适当组合的代码表示字母和数字，这种代码称为莫尔斯电码。1876年贝尔(A. G. Bell)发明了电话，直接将声信号(语音)转化为电信号沿导线传送。19世纪末，人们又致力于研究用电磁波传送无线电信号。为实现这一理想，赫兹(H. Hertz)、波波夫(A. C. ПОПОВ)、马可尼(G. Marconi)等人分别作出了贡献。开始时，传输距离仅数百米，1901年马可尼成功地实现了横渡大西洋的无线电通信。从此，传输电信号的通信方式得到广泛应用和迅速发展。如今，无线电信号的传输不仅能够飞越高山海洋，而且可以遍及全球并通向宇宙。

与信号传输技术同时发展起来的还有信号处理技术。什么是信号处理？这可以理解为对

信号进行某种加工或变换。加工或变换的目的是：削弱信号中的多余内容；滤除混杂的噪声和干扰；或者将信号变换成容易分析与识别的形式，便于估计和选择它的特征参量。20世纪80年代以来，由于高速数字计算机的运用，大大促进了信号处理研究的发展。而信号处理的应用已遍及许多科学技术领域。例如，全球定位系统（GPS）接收机从来自卫星的微弱信号中可以测定地球表面和周围空间任意目标的位置，其精度可以达到几米乃至零点几米，这其中就利用了信号处理技术。利用信号处理技术还可以进行指纹识别、图像压缩、机械故障诊断、心电图、脑电图分析等，信号处理技术已在通信、控制、雷达、机械、医疗等领域得到了广泛的应用。

信号传输与信号处理是两个独立的学科，但两者又是密切有关的学科，在发展中相互影响相互促进。如处理带有不确定性的随机信号的技术，就密切依赖于研究信息传输所发展起来的理论，而信号处理技术的运用又大大提高了信号传输的质量、扩展了通信的距离。

1.1.2 信号的分类

描述信号的基本方法是写出它的数学表达式，此表达式是时间的函数，绘出函数的图像称为信号的波形。

信号可从不同角度进行分类。

1. 确定性信号与随机信号

确定性信号（Determinate Signal）是指一个具有确定的时间函数表达式的信号，该信号在其定义域内的任何时刻都有确定的函数值。如我们熟知的正弦信号、周期方波信号等。随机信号（Random Signal）是指具有不确定性的信号，它对给定的时刻没有确定的函数值，只能知道取它某一数值的概率，这种信号可以用统计的方法进行描述。如在信号传输过程中，不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响，这时我们遇到的就是随机信号。

2. 周期信号与非周期信号

信号按照是否具有周期性又可分为周期信号与非周期信号。所谓周期信号（Periodic Signal）就是依一定时间间隔重复变化的信号，它们的表示式可以写成

$$f(t) = f(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{任意整数}) \quad (1-1)$$

满足此关系式的最小值 T 称为信号的周期。只要给出此信号在任一周期内的变化过程，便可知道它在任一时刻的函数值。非周期信号（Aperiodic Signal）不具有周而复始的特性。若令周期信号的周期 T 趋于无限大，周期信号则变为非周期信号。

3. 连续时间信号与离散时间信号

按照函数自变量取值的连续性与离散性可将信号区分为连续时间信号（Continuous-time Signal）与离散时间信号（Discrete-time Signal），简称连续信号与离散信号。连续信号（Continuous Signal）是指在所讨论的时间范围内，除若干不连续点之外都有定义的信号。例如正弦波信号或图 1-1 所示矩形脉冲都是连续信号。连续信号的幅值可以是连续的，也可以是离散的。时间和幅值都为连续的信号有时称为模拟信号。在实际应用中，模拟信号与连续信号两名词往往不予区分。离散信号（Discrete Signal）是指只在一些离散的瞬间有定义的信号，在其他时间没有定义。这里“离散”是指信号的定义域——时间（或其他量）是离散的，

它只取某些规定的值。如果信号的自变量是时间 t ，那么离散信号是定义在一些离散时刻 $t_k (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ 的信号，在其余时间不予定义。时刻 t_k 与 t_{k+1} 之间的间隔 $T_k = t_{k+1} - t_k$ 可以是常数，也可以随 k 而变化。若令相继时刻 t_k 与 t_{k+1} 之间的间隔为常数 T ，则离散信号只在均匀离散时刻 $t = \dots, -2T, -T, 0, T, 2T, \dots$ 时有定义，它可表示为 $f(kT)$ 。为了简便，不妨将 $f(kT)$ 简记为 $f(k)$ 。这样的离散信号也常称为序列。

图 1-2 所示为一离散信号，该信号 $f(k)$ 在 $k = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ 时给出函数值 $1, 3, 1, 2, 0, 2.5, -2, \dots$ 等。

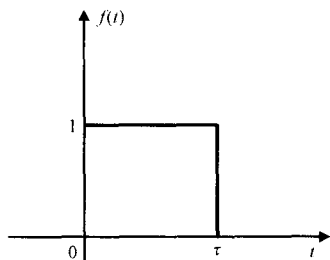


图 1-1 矩形脉冲

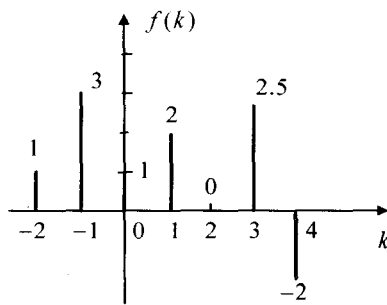


图 1-2 离散信号

图 1-2 中的信号表示为

$$f(k) = \begin{cases} 1 & (k = -2) \\ 3 & (k = -1) \\ 1 & (k = 0) \\ 2 & (k = 1) \\ 0 & (k = 2) \\ 2.5 & (k = 3) \\ -2 & (k = 4) \end{cases}$$

为简化表达方式，此信号也可写做

$$f(k) = \{ \underset{\uparrow}{1} \quad 3 \quad 1 \quad 2 \quad 0 \quad 2.5 \quad -2 \} \quad (1-2)$$

数字 1 下面的箭头表示与 $k=0$ 相对应，左、右边依次给出 k 取负和正整数相应的 $f(k)$ 值。

有些离散信号本身就是离散的，如按年度或月份统计的人口数量或国民生产总值等；而有些离散信号可以对连续信号采样得到，如海平面的高度本来是连续变化的，每隔一定的时间间隔测量一次，所得到的数据就是离散信号。对采样得到的离散信号在幅值上再进行量化，就得到数字信号。数字计算机处理的是数字信号，当处理对象为连续信号时需要经采样和量化将它转换为数字信号。

4. 能量信号和功率信号

信号还可以从能量的角度加以区分。信号可看做是随时间变化的电压或电流，信号 $f(t)$ 在 1Ω 电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$ ，在时间区间 $(-\infty, \infty)$ 所消耗的总能量定义为

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1-3)$$

所消耗的平均功率为

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1-4)$$

若信号总能量为有限值而信号平均功率为零，即 $0 < E < \infty$ ，此时 $P = 0$ ，则称此信号为能量信号 (Energy Signal)；若信号平均功率为有限值而信号总能量为无限大，即 $0 < P < \infty$ ，此时 $E = \infty$ ，则称此信号为功率信号 (Power Signal)。由直观不难理解，在时间间隔无限趋大的情况下，周期信号都是功率信号；只存在于有限时间内的信号是能量信号；存在于无限时间内的非周期信号可以是能量信号，也可以是功率信号，这要根据信号是何种函数而定。

1.2 几种典型的信号

下面给出一些典型的连续时间信号表达式和波形，今后经常遇到这些信号。

1.2.1 普通连续信号

1. 指数信号 (Exponential Signal)

指数信号的数学解析表达式为

$$f(t) = Ke^{at} \quad t \in R \quad (1-5)$$

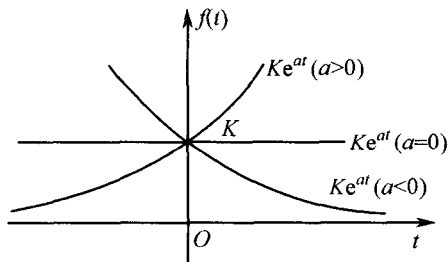


图1-3 指数信号的波形

式中， K 和 a 是实数， R 表示实数集。若 $a > 0$ ，信号将随时间而增长；若 $a < 0$ ，信号则随时间衰减；在 $a = 0$ 的特殊情况下，信号不随时间而变化，成为直流信号。常数 K 表示指数信号在 $t = 0$ 点的初始值。指数信号的波形如图 1-3 所示。

指数因子 a 的绝对值大小反映了信号增长或衰减的速率， $|a|$ 越大，增长或衰减的速率越快。通常把 $|a|$ 的倒数称为指数信号的时间常数，

记做 τ ，即 $\tau = \frac{1}{|a|}$ ， τ 越大，指数信号增长或衰减的速率越慢。

2. 正弦信号 (Sinusoidal Signal)

正弦信号和余弦信号二者仅在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$ ，经常统称为正弦信号，一般写做

$$f(t) = K \sin(\omega t + \theta) \quad t \in R \quad (1-6)$$

式中， K 为振幅， ω 为角频率， θ 为初相位。其波形如图 1-4 所示。

正弦信号是周期信号，其周期 T 与角频率 ω 和频率 f 满足下列关系式

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

在信号分析中,经常遇到的是衰减的正弦信号,波形如图 1-5 所示,此正弦振荡的振幅按指数规律衰减,其表示式为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ Ke^{-at} \sin(\omega t) & (t \geq 0) \end{cases} \quad (1-7)$$

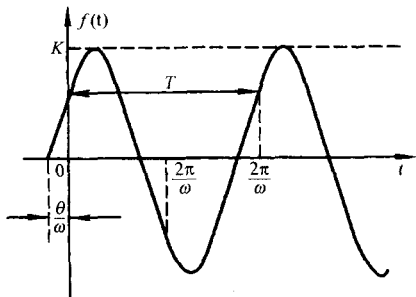


图 1-4 正弦信号波形

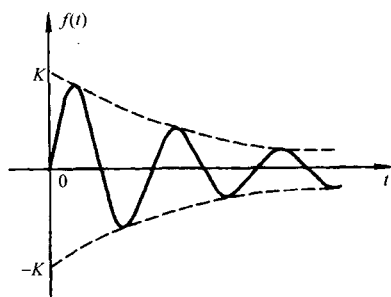


图 1-5 按指数衰减的正弦信号波形

正弦信号和余弦信号常借助复指数信号来表示。由欧拉公式可知

$$e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t)$$

$$e^{-j\omega t} = \cos(\omega t) - j\sin(\omega t)$$

所以有

$$\sin(\omega t) = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \quad (1-8)$$

$$\cos(\omega t) = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \quad (1-9)$$

这是今后经常要用到的两对关系式。

3. 复指数信号

如果指数信号的指数因子为一复数,则称为复指数信号,其表示式为

$$f(t) = Ke^{st} \quad (1-10)$$

式中,

$$s = \sigma + j\omega$$

σ 为复数 s 的实部, ω 是其虚部。借助欧拉公式将式 (1-10) 展开, 可得

$$Ke^{st} = Ke^{(\sigma + j\omega)t} = Ke^{\sigma t} \cos(\omega t) + jKe^{\sigma t} \sin(\omega t) \quad (1-11)$$

此结果表明,一个复指数信号可分解为实部和虚部两部分。其中,实部包含余弦信号,虚部则为正弦信号。指数因子实部 σ 表征了正弦与余弦函数振幅随时间变化的情况。若 $\sigma > 0$, 正弦、余弦信号是增幅振荡,若 $\sigma < 0$, 正弦及余弦信号是衰减振荡。指数因子的虚部 ω 则表示正弦与余弦信号的角频率。两个特殊情况是: 当 $\sigma = 0$, 即 s 为虚数, 则正弦、余弦信号是等幅振荡; 而当 $\omega = 0$, 即 s 为实数, 则复指数信号成为一般的指数信号; 最后, 若 $\sigma = 0$ 且 $\omega = 0$, 即 s 等于零, 则复指数信号的实部和虚部都与时间无关, 成为直流信号。

虽然实际上不能产生复指数信号,但是它概括了多种情况,利用复指数信号可以描述各种基本信号,如直流信号、指数信号、正弦或余弦信号,以及增长或衰减的正弦与余弦信号;利用复指数信号可使许多运算和分析得以简化。在信号分析理论中,复指数信号是一种非常

重要的基本信号。

4. 抽样信号 $Sa(t)$

$Sa(t)$ 信号 (Sample Signal, 抽样信号) 是指 $\sin t$ 与 t 之比构成的信号, 它的定义如下

$$Sa(t) = \frac{\sin t}{t} \quad (1-12)$$

抽样信号的波形示于图 1-6。我们注意到, 它是一个偶函数, 在 t 的正、负两方向振幅都逐渐衰减, 当 $t = \pm\pi, \pm 2\pi, \dots, \pm n\pi$ 时, 振幅值等于零。

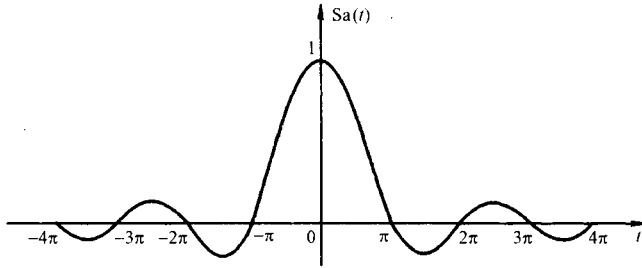


图 1-6 $Sa(t)$ 信号

$Sa(t)$ 信号还具有以下性质:

- (1) $Sa(t)$ 为 t 的偶函数;
- (2) $\lim_{t \rightarrow 0} Sa(t) = 1$;
- (3) $\lim_{t \rightarrow \infty} Sa(t) = 0$;
- (4) $\int_0^{\infty} Sa(t) dt = \frac{\pi}{2}$, $\int_{-\infty}^{\infty} Sa(t) dt = \pi$ 。

与 $Sa(t)$ 信号类似的是 $\text{sinc}(t)$ 信号 (也称辛格函数), 它的数学解析表达式为

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \quad (1-13)$$

有些书中将两种符号通用, 即 $Sa(t)$ 也可用 $\text{sinc}(t)$ 表示。

1.2.2 奇异信号

所谓奇异信号 (Singularity Signal) 是指信号本身或其导数与积分有不连续点 (即跳变点) 的信号, 其中, 单位斜变信号、阶跃信号和冲激信号是最为常用的奇异信号。这些信号虽与工程实际中的信号有一定的差异, 但它们是经过抽象的理想化的数学模型, 它们在信号分析和系统分析中占据着重要的地位。

1. 单位斜变信号

斜变信号也称斜坡信号或斜升信号。单位斜变信号 (Unit Ramp Signal) 的数学解析表达式为

$$R(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ t & (t \geq 0) \end{cases} \quad (1-14)$$

其波形如图 1-7 (a) 所示。

经过延迟 t_0 的单位斜变信号为

$$R(t-t_0) = \begin{cases} 0 & (t < t_0) \\ t-t_0 & (t \geq t_0) \end{cases} \quad (1-15)$$

其波形如图 1-7 (b) 所示。

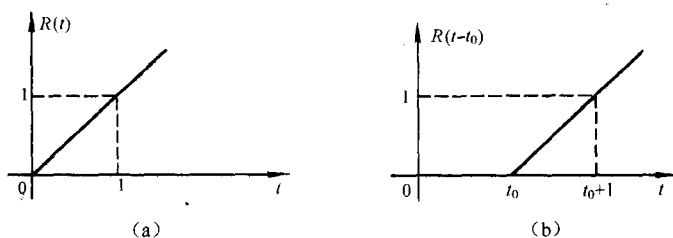


图1-7 单位斜变信号

2. 单位阶跃信号

单位阶跃信号 (Unit Step Signal) $\varepsilon(t)$ 的数学解析表达式为

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t > 0) \end{cases} \quad (1-16)$$

在跳变点 $t=0$ 处, 函数值未定义, 有时在 $t=0$ 处规定函数值 $\varepsilon(0)=1/2$ 。在有些教材中单位阶跃信号以符号 $u(t)$ 或 $U(t)$ 表示。其波形如图 1-8 (a) 所示。

经过延迟 t_0 的单位阶跃信号为

$$\varepsilon(t-t_0) = \begin{cases} 0 & (t < t_0) \\ 1 & (t \geq t_0) \end{cases} \quad (1-17)$$

其波形如图 1-8 (b) 所示。

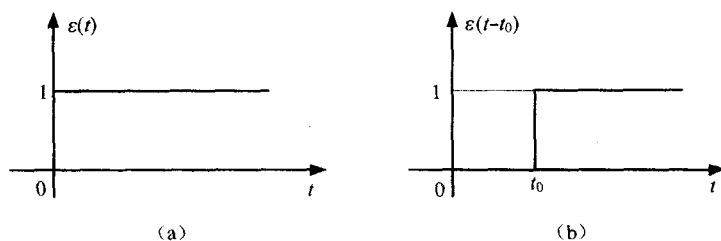


图1-8 单位阶跃信号

单位阶跃信号的物理背景是, 在 $t=0$ 时刻对某一电路接入单位电源 (可以是直流电压源或直流电流源), 并且无限持续下去。图 1-9 表示接入 1V 直流电源的情况, 在接入端口处电压为阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 。

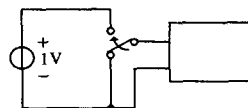


图 1-9 电路接入 1V 直流电源

容易证明, 单位斜变信号的导数等于单位阶跃信号。

$$\frac{dR(t)}{dt} = \varepsilon(t)$$

(1-18)

用阶跃信号可以表示出门函数 $G_\tau(t)$, 下标 τ 表示门函数的宽度, 有