

品位 品质 品牌

丛书主编 王朝银



2008

高考总复习

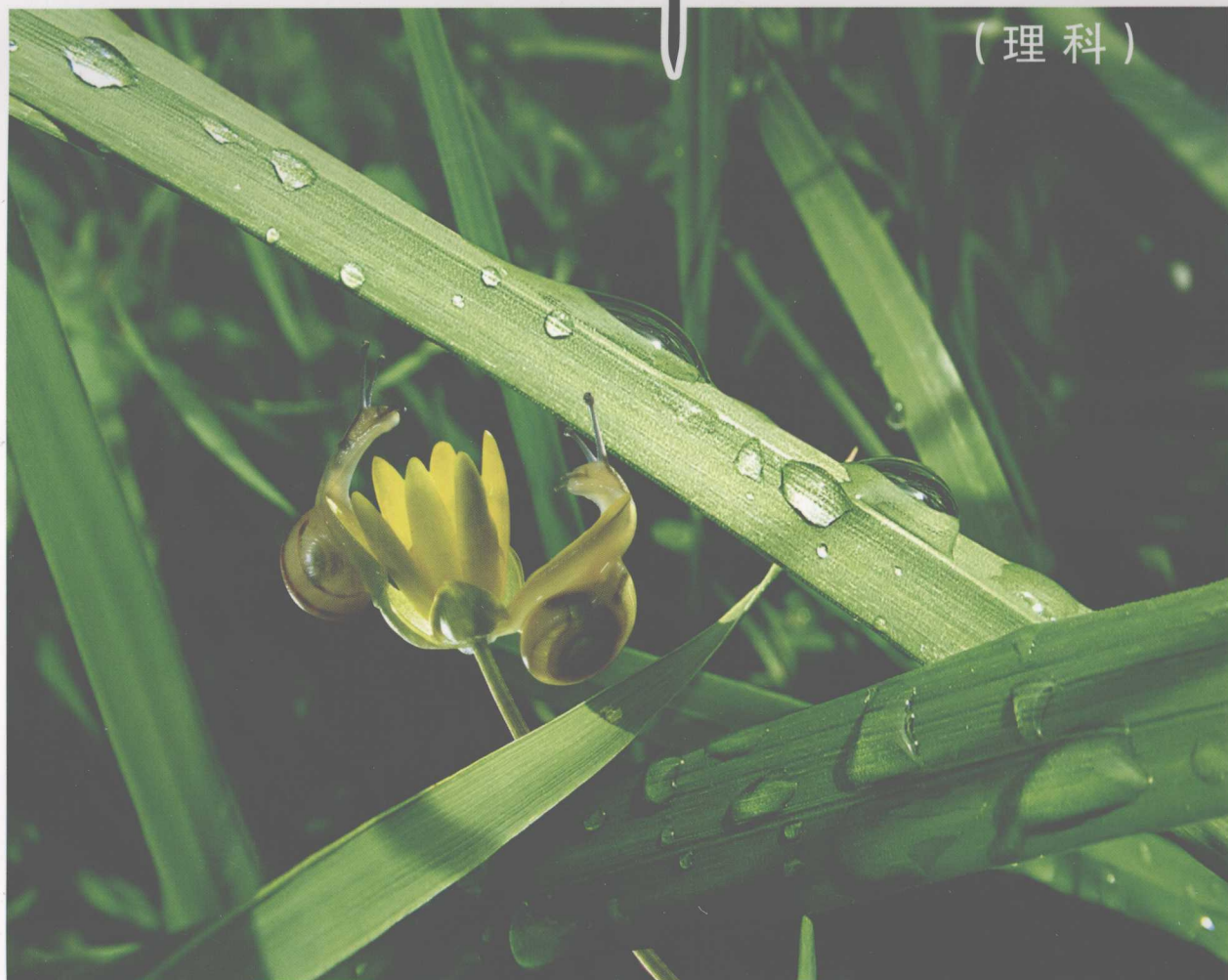


依据最新考试大纲编写审定

数|学

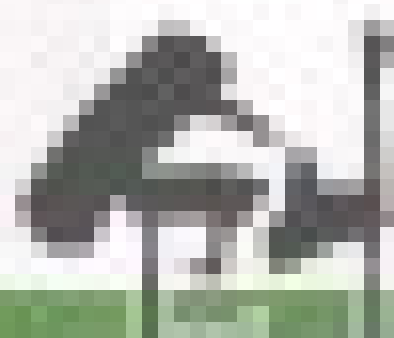
● 学生用书 ●

(理科)



中国教育核心期刊《高中数学杂志》

陕西人民出版社



2023 2023



高三总复习



数|学

· 必修第一册 ·



2023 2023

2023 2023

创新

设计



高考总复习

数学

在这里，你找寻着进步的捷径；在这里，你释放着青春的激情；在这里，你用汗水浇灌幸福的花园；在这里，你以快乐铭记逐日的岁月……

陕西人民出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

创新设计·高考总复习·数学/何晓飞主编. -西安:

陕西人民出版社, 2007.2

ISBN 978-7-224-07950-0

I.创… II.何… III.数学课-高中-升学参考资料

IV.G634

中国版本图书馆CIP数据核字 (2007) 第024302号

丛书主编 王朝银

本册主编 何晓飞

副主编 赵海良 吴凤杰 张光涛

张振远

创新设计·高考总复习·数学

出版发行 陕西人民出版社 (西安北大街147号邮编: 710003)

印 刷 山东滨州明天印务有限公司 (0543-3222833)

开 本 880mm × 1230mm 16开

版 次 2007年2月第1版2007年2月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-224-07950-0

定 价 44.00元

(如发现印装质量问题, 请直接与印刷单位联系调换)



NO.1



温馨提示

“高考要求”通过对近几年高考试题的分析,明确本章的高考热点。“关注考纲”明确高考对本节知识要求掌握的程度。“自主导学”两栏设计,要求学生课下自主完成。

NO.2

温馨提示

“高考原生态”精选本节所涉及到的高考题让学生知识高考究竟考什,高考题也是来源于教材。



NO.3

温馨提示:

本栏目左讲右练，双栏互动，师生互动，教为主导，学为主体。

Mathematics

数学

讲 讲

练 练

【例1】(05 浙江) 设 $f(n) = 2n+1$ ($n \in \mathbb{N}$)， $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $Q = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

【例2】(05 湖北) 设 P, Q 为两个非空实数集合，定义集合 $P+Q = \{a+b | a \in P, b \in Q\}$

NO.4

Mathematics

数学

创新演练

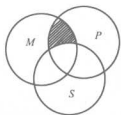
体验成功

一、选择题

1. (06 西安八校联考) a, b 为实数，集合 $M = \{\frac{a}{b}, 1\}$ ， $N = \{a, 0\}$ ， $f: x \rightarrow x$ 表示把集合 M 中的元素 x 映射到集合 N 中仍为 x ，则 $a+b$ 的值等于 ()

A. -1 B. 0 C. 1 D. 1

2. 如下图， I 是全集， M, P, S 是 I 的 3 个子集，则阴影部分所表示的集合是 ()



二、填空题

3. 符合条件 $\{b\} \in M[a, b, c]$ 的集合 M 的个数为

4. 已知 $A = \{x, xy, \lg(xy)\}$ ， $B = \{0, |x|, y\}$ ，若 $A=B$ ，则 x, y 的值分别为

温馨提示:

供学生课后练习，对本节知识、方法、技巧进行强化巩固训练。

黄河冲天走东海， 万里写入胸怀间

——代《创新设计》丛书前言

上篇 品味境界

还记得去年的那“一声春雷”，曾经“叫醒了365天”，还记得我们心爱的《创新设计》的问世给全国教辅界带来的惊喜与震撼。

一石激起千层浪！于是，大江南北，学《创新设计》风生水起……

庄子向往逍遥。逍遥之境，是每一个成功人士的最终理想，是站在事业巅峰又希望青云直上九霄，无所束缚，无为而无不为之热切追索。逍遥的人，是心境开阔的人。他已经不只是沉寂在一笔生意的得失，一个市场一方领域的占有上，而是放眼寰球、气吞千古、指点江山的气魄，是“鲲鹏展翅九万里，翻动扶摇羊角”的宏大。因此，逍遥，必须以良好的道德文化修养作为基础，更重要的是，要能够像诸葛孔明一样“运筹帷幄之中，决胜千里之外”。

我们不是诸葛孔明，但我们向往逍遥！

中篇 理论促超越

正如一个人，没有了思想，就如同行尸走肉，做书也是如此！一套没有理论指导的丛书，充其量是一种拼凑，一种低层次的试题堆积，经不起有眼光的师生的认真推敲。

为了使《创新设计》丛书占据教辅制高点，“金榜苑图书有限公司”特聘全国著名教育专家对本丛书进行了专门的理论设计。所以，新版《创新设计》系列丛书，体现出以下鲜明、浓郁的理论特色：强化“积累与整合”，注重“感受与鉴赏”，引导“思考和领悟”，关注“应用与拓展”，着眼“发现与创新”。

这种充满人文气息的教育理念，注重过程的教学方法，审美探究的学习方式，使学生真正能够从最核心的能力结构搭建中，掌握学习的要诀，从而学海遨游，轻松自如！

后记 坐看云起时

《创新设计》系列丛书在教辅界的崛起，引起了全国著名学科教学专业核心期刊的关注。他们纷纷伸出合作之手，或表达合作的愿望！有了全国专业核心期刊的大力支持，我们气定神闲！

佛教里有一个公案，说是释迦牟尼佛偶得一朵金莲花，他拈着莲花微笑，大弟子迦叶见了，也微笑回应。这就是传说中的禅的最早由来。

从容与禅是息息相关的。但禅的从容同样要经过痛苦的修炼方能获得。

我们经历了耕耘的痛苦，也经历了追索的磨难。当全国各地纷纷预订《创新设计》丛书的好消息一个连一个地传来，公司上下都被这种大好局面感染了。我们有理由欢呼，有理由自豪，也有理由在激烈的竞争中睥睨群雄。因为我们的《创新设计》，“字字看来皆是汗，一载辛苦不寻常”。

所以，当我们的激动渐渐平静，当昔日的追索有了回报，当居于教辅之巅峰视天下时，我们也获得了一种从容。

于是，痛苦之后的闲适，耕耘之后的自信，巅峰之处的从容，蕴蓄在心头，化作小诗一首：

终日寻春不见春，
芒鞋踏遍陇头云。
归来笑拈梅花嗅，
春在枝头已十分。



杨耀楠

2007年春



目录

CONTENTS

► 数 学

• 高考总复习

第一章 集合与简易逻辑	5	8.5.5 解斜三角形	117
1.1 集合的概念和运算	5	8.6 单元测试	120
1.2 简易逻辑	9	第六章 不等式	123
1.3 单元测试	13	6.1 不等式的性质	123
第二章 函 数	15	6.2 不等式的证明(一)	127
2.1 函数与映射	15	6.3 不等式的证明(二)	130
2.2 函数的定义域	19	6.4 不等式的解法	133
2.3 函数的值域和最值	23	6.5 含有绝对值的不等式	137
2.4 函数的单调性	27	6.6 单元测试	140
2.5 函数的奇偶性与周期性	31	第七章 直线和圆的方程	143
2.6 反函数	35	7.1 直线的方程	143
2.7 指数与对数	39	7.2 两条直线的位置关系	147
2.8 指数函数与对数函数	42	7.3 对称问题	150
2.9 二次函数	47	7.4 简单的线性规划	154
2.10 函数图象	51	7.5 圆的方程	158
2.11 函数的应用举例	55	7.6 直线与圆的位置关系	162
2.12 单元测试	60	7.7 单元测试	166
第三章 数 列	62	第八章 圆锥曲线方程	169
3.1 等差数列	62	8.1 椭圆的定义和标准方程	169
3.2 等比数列	66	8.2 椭圆的简单几何性质	174
3.3 等差数列与等比数列的性质	69	8.3 直线与椭圆的位置关系	179
3.4 数列求和	73	8.4 双曲线的定义和标准方程	183
3.5 数列的综合应用	78	8.5 双曲线的简单几何性质	187
3.6 单元测试	81	8.6 抛物线的定义和标准方程	191
第四章 三角函数	84	8.7 抛物线的简单几何性质	195
4.1 三角函数的基本概念	84	8.8 轨迹问题	199
4.2 同角三角函数间的基本关系式与诱导公式	88	8.9 圆锥曲线的综合应用	203
4.3 两角和与差的三角函数	92	8.10 单元测试	207
4.4 三角函数的图象和性质	95	第九章 直线 平面 简单的几何体	210
4.5 单元测试	100	9.1 平面的基本性质及空间的两条直线	210
第五章 平面向量	102	9.2 直线与平面平行 平面与平面平行	214
5.1 向量与向量的运算	102	9.3 直线与平面垂直 三垂线定理	219
5.2 共线向量与平面向量的基本定理	106	9.4 平面与平面垂直 二面角	223
5.3 向量的坐标运算	110	9.5 空间向量及其运算	227
5.4 定比分点公式和平移	113	9.6 空间向量的坐标运算	231
		9.7 棱 锥	234

目录

CONTENTS

▶ 数 学

• 高考总复习

9.8 棱 柱	238
9.9 球与多面体	242
9.10 空间的角	245
9.11 空间距离	249
单元测试	253
第十章 排列组合与二项式定理	256
10.1 分类计数原理与分步计数原理	256
10.2 排列与组合	259
10.3 排列组合的综合应用	263
10.4 二项式定理	266
第十一章 概 率	270
11.1 等可能事件的概率及互斥事件有一个发生的概率	270
11.2 相互独立事件同时发生的概率及独立重复试验	274
单元测试	279
第十二章 概率与统计	281
12.1 离散型随机变量的概率分布列	281
12.2 离散型随机变量的期望和方差	285
12.3 统 计	289
第十三章 极 限	294
13.1 数学归纳法	294
13.2 数列的极限	298
13.3 函数的极限及函数的连续性	302
单元测试	305
第十四章 导 数	308
14.1 导数的概念及几何意义	308
14.2 导数的运算	312
14.3 导数的应用	315
第十五章 数系的扩充——复数	319
15.1 复数的有关概念	319
15.2 复数的代数形式及其运算	322
单元测试	326
参考答案	328

12.2 离散型随机变量的期望和方差	285
12.3 统 计	289
第十三章 极 限	294
13.1 数学归纳法	294
13.2 数列的极限	298
13.3 函数的极限及函数的连续性	302
单元测试	305
第十四章 导 数	308
14.1 导数的概念及几何意义	308
14.2 导数的运算	312
14.3 导数的应用	315
第十五章 数系的扩充——复数	319
15.1 复数的有关概念	319
15.2 复数的代数形式及其运算	322
单元测试	326
参考答案	328

第一章 集合与简易逻辑

高考要览

集合与简易逻辑是高中数学的起始章节,是承接初、高中数学知识的重要环节,它体现了高中数学知识中的众多思维方法和解题思想,也是继续学习其他章节的重要基础.高考中本章的总分值大约在10分左右.

近几年来,每年都有考查集合的题目,一般试题约占4~5分,试题以容易题和中档题为主,一般在选择题或填空题中,有时也可能是解答题的某一步,是基本内容.

高考对集合的要求处于了解、理解两个基本要求层次上,所以考试重点应放在熟练掌握基本概念、基本运算上.

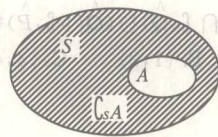
考试热点有两个,其一是一集合,主要考查以下两方面的内容:一是对集合基本概念的认识和理解的水平,比如集合表示法,集合中元素的互异性,元素与集合的关系,集合与集合的关系,集合的运算;二是考查对集合知识的应用水平,如求不等式和不等式组的解集,列不等式或不等式组,用解集解决相关问题.在考查集合知识的同时突出考查准确使用数学语言的能力和用数形结合的思想解决问题的能力.

考试的热点之二是命题,主要考查两个方面的内容:一是命题的四种形式及原命题与逆否命题的等价性;二是充要条件的判定,在考查命题知识的同时,还主要考查命题转换、逻辑推理和分析问题的能力.

1.1 集合的概念和运算

关注考纲

理解集合、子集、补集、交集、并集的概念;了解空集和全集的意义;了解属于、包含、相等关系的意义;掌握有关的术语和符号,并会用它们正确表示一些简单的集合.



自主导学 走进课堂

看看 5分钟归纳 —— 漫步教材

- 1 (1)集合中元素的特征是:集合中的元素满足_____;
- (2)数集 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{Z}$ 、 $\mathbf{N}$ 、 $\mathbf{N}^*$ 分别表示_____;

想想 —— 激活思维

- 1 (06·安徽)设集合 $A = \{x \mid |x-2| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y \mid y = -x^2, -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $\mathbf{C}_{\mathbf{R}}(A \cap B)$ 等于_____

(3)根据集合中元素的个数可将集合分为三类,这三类分别是_____.

- 2 (1)如果集合 A 中_____元素都是集合 B 的元素,则 A 叫做 B 的子集;
 (2)若 $A \subseteq B$,且 $B \subseteq A$,则_____;
 (3)已知全集 U ,集合 $A \subseteq U$,则 $\complement_U A =$ _____;
 (4) $A \cap B =$ _____;
 (5) $A \cup B =$ _____;
 (6)若 A, B 为有限集,则集合 A 的子集的个数为_____;
 $\text{card}(A \cup B) =$ _____.

A. $\mathbf{R}$ B. $\{x|x \in \mathbf{R}, x \neq 0\}$ C. $\{0\}$ D. $\emptyset$

- 2 (06·江苏)若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定
 有_____ ()

A. $A \subseteq C$ B. $C \subseteq A$ C. $A \neq C$ D. $A = \emptyset$

- 3 (06·上海)已知集合 $A = \{-1, 3, 2m-1\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$. 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.

自我校对

1. B 2. A 3. 1

互动课堂 感悟高考



高考原生态

- (06·全国 I) 设集合 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 选择 I 的两个非空子集 A 和 B , 要使 B 中最小的数大于 A 中最大的数, 则不同的选择方法共有 ()
 A. 50 种 B. 49 种 C. 48 种 D. 47 种

解析

若 $A = \{1\}$, 则 B 的取法有 $2^4 - 1$ 种;若 A 中最大的数为 2, 则 A, B 的取法有 $2(2^3 - 1)$ 种;若 A 中最大的数为 3, 则 A, B 的取法有 $2^2(2^2 - 1)$ 种;若 A 中最大的数为 4, 则 A, B 的取法有 $2^3(2 - 1)$ 种;由分类计数原理, 满足条件不同的选择方法共有 $1 \times (2^4 - 1) + 2(2^3 - 1) + 2^2(2^2 - 1) + 2^3(2 - 1) = 49$ 种.

答案: B

评述与展望

高考中可能考查集合的表示和运算, 集合与集合的关系, 有限集合的子集的个数等问题, 也有可能与排列组合等其他知识进行综合考查, 主要体现了小巧灵的特点.

本题主要考查与有限集合子集相关的问题, 同时考查对排列组合知识的运用, 充分体现了分类讨论的数学思想方法.

讲 讲

一、集合的表示与集合的运算

- 例 1 (05·浙江) 设 $f(n) = 2n + 1 (n \in \mathbf{N})$, $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Q = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, 记 $\hat{P} = \{n \in \mathbf{N} | f(n) \in P\}$, $\hat{Q} = \{n \in \mathbf{N} | f(n) \in Q\}$, 则 $(\hat{P} \cap \hat{Q}) \cup (\hat{Q} \cap \hat{P})$ 等于 ()
 A. $\{0, 3\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 6, 7\}$

练 练

变式

- 1 (05·湖北) 设 P, Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P + Q = \{a + b | a \in P, b \in Q\}$, 若 $P = \{0, 2, 5\}$, $Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P + Q$ 中元素的个数是 ()
 A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

关
主
考
点

二、集合与集合之间的关系

关联口

例2 (05·山东) 设集合 A, B 是全集 U 的两个子集, 则 $A \subseteq B$ 是 $(\complement_U A) \cup B = U$ 的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

三、有限集合的子集问题

例3 设 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$.

- (1) 若 $A \cap B = B$, 求 a 的范围.
(2) 若 $A \cup B = B$, 求 a 的值.

变式

- 2** (04·全国I) 设 A, B, I 均为非空集合, 且满足 $A \subseteq B \subseteq I$, 则下列各式中错误的是 ()
- A. $(\complement_I A) \cup B = I$
B. $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) = I$
C. $A \cap (\complement_I B) = \emptyset$
D. $(\complement_I A) \cap (\complement_I B) = \complement_I B$

变式

3 用文氏图验证以下结论:

- (1) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
(2) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
(3) $\complement_U (A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B$;
(4) $\complement_U (A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B$.

思想方法总结

1. 能够规范准确地使用列举法和描述法表示集合, 对于集合的运算以及判断集合与集合的关系等问题, 首先要清楚集合中的元素有多少, 是什么. 要准确理解集合语言叙述的数学问题的题意.
2. 能够用图示(文氏图)显示和分析集合与集合之间的关系, 用数轴上的点表示数集, 注意数形结合思想方法的运用.
3. 对于有限集合, 会计算其子集的个数等.

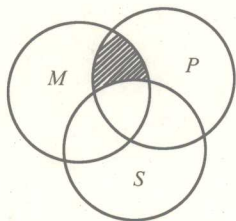
创新

演练

体验成功

一、选择题

- 1** (06·西安八校联考) a, b 为实数, 集合 $M = \{\frac{b}{a}, 1\}$, $N = \{a, 0\}$, $f: x \rightarrow x$ 表示把集合 M 中的元素 x 映射到集合 N 中仍为 x , 则 $a+b$ 的值等于 ()
- A. -1 B. 0 C. 1 D. ± 1
- 2** 如下图, I 是全集, M, P, S 是 I 的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()



- A. $(M \cap P) \cap S$ B. $(M \cap P) \cup S$

C. $(M \cap P) \cap \complement_I S$

D. $(M \cap P) \cup \complement_I S$

- 3** 设全集为 $\mathbf{R}$, $A = \{x | x^2 - 5x - 6 > 0\}$, $B = \{x | |x - 5| < a\}$ (a 是常数), 且 $11 \in B$, 则 ()
- A. $\complement_{\mathbf{R}} A \cup B = \mathbf{R}$ B. $A \cup \complement_{\mathbf{R}} B = \mathbf{R}$
C. $\complement_{\mathbf{R}} A \cup \complement_{\mathbf{R}} B = \mathbf{R}$ D. $A \cup B = \mathbf{R}$
- 4** 设 $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$, $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$, 满足 $C \subseteq A \cap B$ 的集合 C 的个数为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 5** (06·天星教育联考) 对于集合 M, N , 定义 $M - N = \{x | x \in M, \text{ 且 } x \notin N\}$, $M \oplus N = (M - N) \cup (N - M)$. 设 $A = \{y | y = x^2 - 3x, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y | y = -2^x, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \oplus B$ 等于 ()
- A. $(-\frac{9}{4}, 0]$ B. $[-\frac{9}{4}, 0)$
C. $(-\infty, -\frac{9}{4}) \cup [0, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{9}{4}] \cup (0, +\infty)$

二、填空题

- 6 符合条件 $\{b\} \subseteq M \subseteq \{a, b, c\}$ 的集合 M 的个数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 7 已知 $A = \{x, xy, \lg(xy)\}$, $B = \{0, |x|, y\}$, 若 $A = B$, 则 x, y 的值分别为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 8 若集合 $U = \{x | x \in \mathbb{N}^*, x < 10\}$, $A \subseteq U, B \subseteq U$ 且 $\complement_U A \cap B = \{1, 9\}$, $A \cap B = \{2\}$, $\complement_U A \cap \complement_U B = \{4, 6, 8\}$, 则集合 $A = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

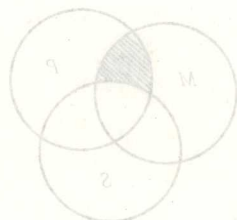
- 9 已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{15 - 2x - x^2}\}$ 与 $B = \{y | y = a - 2x - x^2\}$, 若 $A \cap B = A$, 求实数 a 的取值范围.

- 11 已知关于 x 的不等式 $\frac{ax-5}{x^2-a} < 0$ 的解集为 M .

- (1) 当 $a = 4$ 时, 求集合 M ;
(2) 若 $3 \in M$, 且 $5 \notin M$, 求实数 a 的取值范围.

- 12 已知集合 M 满足: 若 $a \in M$, 则 $\frac{1+a}{1-a} \in M$.

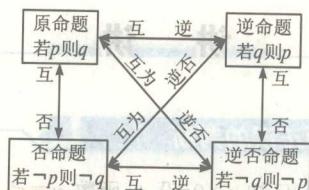
- (1) 当 $a = 2$ 时, 判断 M 为有限集、还是无限集? 若 M 为有限集, 试求出 M 中的所有元素.
(2) 若 $a \in \mathbb{R}$, 则集合 M 中是否可能有且只有一个元素, 为什么?



简易逻辑

关注考纲

理解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义；理解四种命题及其相互关系；掌握充要条件的意义和判断方法；能够用反证法证明简单的数学问题。



自主导学 走进课堂

看看 5分钟归纳一漫步教材

想想

激活思维

- (1) 若“ p 或 q ”为假命题，则 p, q 都是_____；若“ p 且 q ”为真命题，则 p, q 都是_____；
(2) 一个命题的原命题形式为“若 p ，则 q ”，则这个命题的逆命题，否命题、逆否命题分别为_____；原命题与逆否命题_____，逆命题与否命题互为_____。
- 若“ $p \Rightarrow q$ ，且 $q \Rightarrow p$ ”，则 p 是 q 的_____；若“ $q \Rightarrow p$ 且 $p \not\Rightarrow q$ ”，则 p 是 q 的_____；若“ $p \Rightarrow q$ ，且 $q \Rightarrow p$ ”，则 p 是 q 的_____；若“ $p \not\Rightarrow q$ ，且 $q \not\Rightarrow p$ ”，则 p 是 q 的_____。

- (05·湖北) 对任意实数 a, b, c 给出下列命题，其中真命题的个数是 ()
①“ $a=b$ ”是“ $ac=bc$ ”的充要条件；②“ $a+5$ 是无理数”是“ a 是无理数”的充要条件；③“ $a>b$ ”是“ $a^2>b^2$ ”的充分条件；④“ $a<5$ ”是“ $a<3$ ”的必要条件
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- (06·浙江) “ $a>b>0$ ”是“ $ab<\frac{a^2+b^2}{2}$ ”的 ()
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

3 下列命题中：

- ①一个整数的平方是偶数，则这个整数是偶数；②若 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 S_3, S_9, S_6 成等差数列，则等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q \neq 1$ ；③经过平面内一点和平面外一点的直线一定不在平面内；④若向量 a, b 是平面向量的一组基底，则 $a+b$ 与 $a-b$ 也可作为平面向量的一组基底。
其中正确的命题是_____。

自我校对

1. B 2. A 3. ①②③④

互动课堂 感悟高考

高考原生态

(06·湖北) 有限集合 S 中元素的个数记作 $\text{card}(S)$ 。设 A, B 都为有限集合，给出下列命题中，其中真命题的序号是 ()

- ① $A \cap B = \emptyset$ 的充要条件是 $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$ ；
- ② $A \subseteq B$ 的必要条件是 $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$ ；
- ③ $A \subseteq B$ 的充分条件是 $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$ ；

评述与展望

高考中考查命题正误的判断，充分条件、必要条件和充要条件的判断和证明以及反证法等问题。

对于命题正误的判断可涉及到数学中的各章内容，对于一定成立

④ $A=B$ 的充要条件是 $\text{card}(A)=\text{card}(B)$.

A. ③④

B. ①②

C. ①④

D. ②③

解析

$$\because \text{card}(A \cup B) = \text{card}A + \text{card}B - \text{card}(A \cap B),$$

$\therefore A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \text{card}(A \cap B) = 0$, 则①为正确命题; 若 $A \subseteq B$, 则 $\text{card}A \leq \text{card}B$, 则②为正确命题.

答案: B

(或一定不成立)的命题要给予证明, 不一定成立的命题要举出反例, 这是解决数学问题的最基本的思维方式, 绝不能凭感觉主观臆断.

讲 讲

练 练

一、命题正误的判断

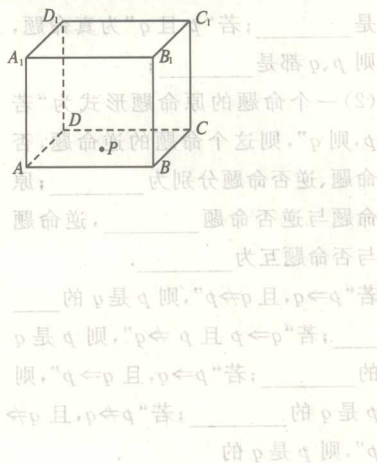
例 1 (03·全国) 已知 $c > 0$, 设 p : 函数 $y=c^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上递减; q : 不等式 $x+|x-2c| > 1$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 如果“ p 或 q ”为真, 且“ p 且 q ”为假, 求 c 的范围.

变式

1 (06·山东) 下列四个命题中, 真命题的序号有 _____ (写出所有真命题的序号).

①将函数 $y=|x+1|$ 的图象按向量 $v=(-1, 0)$ 平移, 得到的图象对应的函数表达式为 $y=|x|$; ②圆 $x^2+y^2+4x+2y+1=0$ 与直线 $y=\frac{1}{2}x$ 相交, 所得弦长为 2; ③若 $\sin(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}$, $\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$, 则 $\tan\alpha\cot\beta=5$;

④如图, 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, P 为底面 $ABCD$ 内一动点, P 到平面 AA_1D_1D 的距离与到直线 CC_1 的距离相等, 则 P 点的轨迹是抛物线的一部分.



①②③④ A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

二、充要条件的判断和证明

例2 若 $ab \neq 0$, 试证 $a^3 + b^3 + ab - a^2 - b^2 = 0$ 的充要条件是 $a + b = 1$.

杀要条件的立如 $|b| + |a| = |b + a|$ 而来, 量向零非式 b, a 皆 $|b| + |a| = |b + a|$ 向同共 b, a 是并

8 于大麻式平前第定两的 $(a \in \mathbb{R})$ 且 $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{100} = 0$ 求 a 的取值范围

三、反证法

例3 已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的增函数, $a, b \in \mathbb{R}$, 对命题“若 $a + b \geq 0$, 则 $f(a) + f(b) \geq f(-a) + f(-b)$ ”.

- (1) 写出逆命题, 判断其真假, 并证明你的结论.
- (2) 写出其逆否命题, 并证明你的结论.

中 $(1 - \sqrt{2})^n, (1 - \sqrt{2})^{n-1}, \dots, (1 - \sqrt{2})^0$ 而 $1 + \sqrt{2} + (\sqrt{2} + 1)^2 + \dots + (\sqrt{2} + 1)^{n-1} = (\sqrt{2} + 1)^n$ 于等于大个一育少至

变式

2 已知 a, b 是实数, 求证: $a^4 - b^4 - 2b^2 = 1$ 成立的充分条件是 $a^2 - b^2 = 1$, 该条件是否为必要条件? 试证明你的结论.

题解表

的“ $\frac{1}{2}$ ”是“ $\sin A > \frac{1}{2}$ ”在 $\triangle ABC$ 中, “ $A > 30^\circ$ ”是“ $\sin A > \frac{1}{2}$ ”的

()
A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

的“ $\cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ”是“ $\alpha = k\pi + \frac{5\pi}{12}, k \in \mathbb{Z}$ ”的

()
A. 充分非必要条件
B. 必要非充分条件
C. 充分必要条件
D. 既非充分又非必要条件

()
A. 充分非必要条件
B. 必要非充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

若 $p: a + b > 2ab, q: |a + b| < |a| + |b|$, 则 p 是 q 的

()
A. 充分非必要条件
B. 必要非充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

103: 已知 a, b, c, d 均为非零实数, 则 a, b, c, d 成等差数列的充要条件是 $a + b + c + d = 0$ 且 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 0$

()
A. 充分非必要条件
B. 必要非充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

若 $p: a + b > 2ab, q: |a + b| < |a| + |b|$, 则 p 是 q 的

思想方法总结

1. 要掌握简单命题与复合命题之间的真假关系.

2. 会通过图示判断充分条件、必要条件和充要条件; 在证明充要条件问题时, 首先要清楚什么是充分性, 什么是必要性.

3. 反证法在很大程度上就是证明原命题的逆否命题, 反证法的基本步骤是:

(1) 否定命题的结论 (即命题的否定要注意与否命题的区别);

(2) 通过逻辑推理导出矛盾 (可以与已知矛盾, 可以与公理矛盾, 可以与定义矛盾等等), 从而说明原命题是正确的.

4. 高考中对命题正误的判断是数学中变向的多选题, 对正确命题应给以证明, 对不一定正确的命题要举出反例, 要非常严格地遵循这一原则, 培养良好的思维习惯, 判断命题的真假也可判断其逆否命题的真假.