



中等职业教育规划教材
根据教育部中等职业学校新教学大纲要求编写

数 学

(第一册)



中等职业教育规划教材编写组

王春霞 主 编

张 涛 副主编



中华工商联合出版社
CHINA INDUSTRY & COMMERCE ASSOCIATED PRESS

中等职业教育规划教材

数 学

(第一册)

中等职业教育规划教材编写组

王春霞 主编

张 涛 副主编

中华工商联合出版社

责任编辑:曹荣 关山美

封面设计:陈立明

图书在版编目(CIP)数据

数学. 第1册/王春霞主编. —北京:中华工商联合出版社,2007.4
ISBN 978-7-80193-545-8

I. 数… II. 王… III. 数学课—专业学校—教材 IV. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 039482 号

中华工商联合出版社 出版、发行

北京东城区东直门外新中街 11 号

邮编:100027 电话:64153909

网址:www.chgslcbs.cn

北京诚信伟业印刷有限公司

新华书店总经销

787×1092 毫米 1/16 印张:14.25 300 千字

2007 年 4 月第 1 版 2007 年 4 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-80193-545-8/G·176

定价:18.80 元

中等职业教育规划教材

出版说明

为了更好地贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神,全面落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划,中等职业教育规划教材编写组组织相关力量对实现中等职业教育培养目标、保障重点专业建设的主干课程进行了规划和编写。

中等职业教育规划教材是面向中等职业教育的规范性教材,严格按照国家教育部最新颁发的教学大纲编写,并通过了专家的审定。本套教材深入贯彻素质教育的理念,突出中等职业教育的特点,注重对学生的创新能力和实践能力的培养,在内容编排、例题组织和图示说明等方面努力作出创新亮点,在满足不同学制、不同专业以及不同办学条件教学需求的同时,实现教学效果的最优化。

希望各地、各校在使用本套教材的过程中,认真总结经验,及时提出改善意见和建议,使之不断地得到完善和提高。

中等职业教育规划教材编写组

前 言

本书根据国家教育部 2000 年颁布的《中等职业学校数学教学大纲(试行)》中的必学部分的函数模块编写。本书可作为各类中等职业学校教材使用,也可供个人自学高中数学使用。

本书的主要任务是使学生在初中数学的基础上,学好从事社会主义现代化建设和继续学习所必需的代数等基础知识,进一步培养学生的基本运算能力、基本计算工具使用能力、数形结合能力、思维能力和简单实际应用能力。通过本课程的学习,提高学生分析问题和解决问题的能力,发展学生的创新意识,进一步培养学生的科学思维方法和辩证唯物主义思想。

本书共分为 6 章,主要内容包括集合与逻辑用语、不等式、函数的概念与性质、指数函数和对数函数、三角函数、数列。本书紧扣大纲,内容详尽,多引用典型例证,深入浅出地介绍知识要点。章前列示知识目标和能力目标,以便读者自学。每节配有针对性练习,以便能够更好地掌握本节的知识。章后含本章小结与本章复习题,并配以适当的阅读材料,增进读者对于全章的理解和领悟。其中大纲的选学内容以 * 号表示,使得整个教学内容有一定弹性。

考虑到中等职业数学教学的特点,特别是职业学校理论与实践相结合的目标,本书强调基础知识的学习与实际能力的培养,注重提高学生的综合素质。相较而言,本书以通俗易懂的语言,引导读者主动思考,激发读者学习兴趣。在逐步掌握数学知识的同时,有效提高读者的逻辑思维能力与创造力。

本书的必学时数为 100 学时,限定选学时数为 4 学时。学时建议分配表如下:

学时建议分配表

内 容	学时数	内 容	学时数
第 1 章 集合与逻辑用语	14	第 5 章 三角函数	30
第 2 章 不等式	8	第 6 章 数列	14
第 3 章 函数的概念与性质	16	机动	10
第 4 章 指数函数和对数函数	12	总计	104

本书由王春霞担任主编,由王春霞、张涛编写,姜素金审核。本书在编写过程中参阅了大量的相关论著,并吸取了其中的最新研究成果和有益经验,在此向原著者表示衷心的感谢。

由于编者时间仓促,精力有限,书中难免会有缺点和错误,敬请读者批评指正。

编 者

目 录

第1章 集合与逻辑用语	1
1.1 集合	2
1.1.1 集合与元素	2
课外阅读 集合论的建立者——康托尔	5
1.1.2 集合的表示方法	6
1.1.3 集合之间的关系	9
课外阅读 罗素悖论与第3次数学危机	13
1.1.4 交集	13
1.1.5 并集	16
1.1.6 补集	19
1.2 逻辑用语	21
1.2.1 命题	21
1.2.2 且	23
1.2.3 或	25
1.2.4 非	26
1.2.5 如果…那么…	28
1.2.6 充要条件	30
课外阅读 大海边的阿基米德	31
本章小结	33
本章复习题	34
课外阅读 古代计数方法	37
第2章 不等式	40
2.1 不等式的性质	41
2.1.1 比较实数大小的方法	41
2.1.2 不等式的性质	43
2.2 一元二次不等式	46
课外阅读 报效祖国宏愿——华罗庚的故事	49
2.3 线性分式不等式	50

2.4 绝对值不等式	52
本章小结	56
本章复习题	57
课外阅读 一块钱哪里去了?	59
第3章 函数的概念与性质	61
3.1 映射与函数	62
3.1.1 映射	62
3.1.2 函数	64
3.2 函数的3种表示方法	68
3.2.1 解析法	68
3.2.2 列表法	71
3.2.3 图像法	71
3.3 函数的单调性	74
3.4 函数的奇偶性	77
3.5 反函数	80
3.6 函数的增量及其应用	83
3.7 一元二次函数	85
3.7.1 一元二次函数的性质和图像	85
3.7.2 用图像法解一元二次不等式	89
本章小结	93
本章复习题	95
课外阅读 函数小史	97
第4章 指数函数和对数函数	99
4.1 指数	100
4.1.1 指数幂	100
4.1.2 实数指数幂运算法则	105
4.2 幂函数	107
4.3 指数函数	108
4.4 对数	113
4.4.1 对数定义	113
4.4.2 对数的运算法则和换底公式	115
课外阅读 对数的创立	118
4.5 对数函数	119

本章小结·····	123
本章复习题·····	124
第5章 三角函数 ·····	128
5.1 角的概念的推广·····	129
5.2 角的度量·····	133
课外阅读 弧度制简介·····	136
5.3 三角函数的概念·····	137
5.4 诱导公式·····	143
5.5 正弦函数的性质和图像·····	152
5.6 余弦函数的性质和图像·····	157
5.7 正切函数的性质和图像·····	160
5.8 正弦型函数的图像及其性质·····	163
5.9 已知三角函数值求指定区间内的角度·····	168
5.10 两角和与差的正弦、余弦、正切·····	170
5.11 二倍角的正弦、余弦、正切·····	177
5.12 反三角函数的记号和计算器求解·····	180
本章小结·····	183
本章复习题·····	186
课外阅读 三角学简介·····	192
第6章 数列 ·····	194
6.1 数列·····	195
6.2 等差数列·····	198
6.2.1 等差数列及其通项公式·····	198
6.2.2 等差数列的前 n 项和及其简单应用·····	200
课外阅读 数学家高斯的故事·····	202
6.3 等比数列·····	203
6.3.1 等比数列及其通项公式·····	203
课外阅读 棋盘上的麦粒问题·····	206
6.3.2 等比数列的前 n 项和及其简单应用·····	207
*6.4 数列的极限和运算法则·····	209
本章小结·····	215
本章复习题·····	216

第 1 章

集合与逻辑用语

本章将介绍有关集合与逻辑关系中的一些基本概念、常用符号和简单运算,为以后更准确地理解和表达有关数学内容做好准备.

知识目标

1. 理解集合及其表示方法,元素与集合的关系,空集,集合间的关系(子集,真子集,相等)和充要条件的概念.
2. 掌握交集、并集、补集的概念及其基本运算.
3. 了解命题的概念,逻辑连结词(且、或、非、如果…那么…).

能力目标

1. 重视基础知识的掌握、基本技能的训练和能力的培养.
2. 能够发现问题和提出问题,善于独立思考,学会分析问题和创造性地解决问题.
3. 通过学习发现知识结论,培养抽象概括能力和逻辑思维能力.

1.1 集 合

1.1.1 集合与元素

我们在日常生活中常常会用到整体的概念. 先来看看下面的一些例子:

- (1) 某中职的所有一年级学生.
- (2) 20 以内所有的整数.
- (3) 所有的汉语拼音.
- (4) 中国民间的 12 生肖.
- (5) 你们班所有的男生或所有的女生.

从上述例子可以看到,在实际生活中经常会遇到这些由对象所组成的整体. 在数学中我们经常用集合这个概念来表示整体.

一、集合与元素的定义

集合是指由一些指定的事物组成的整体,而集合中的每一个事物称为这个集合的一个元素. 集合简称集.

在上述引例(3)中,所有的汉语拼音构成一个集合,而其中的每一个拼音字母构成了这个集合的元素;同样,(5)中班级里所有的男生构成一个集合,其中的每个男生构成了集合的元素.

想一想

你能说明一下以上其他所列内容中的集合和元素吗?

二、集合的性质

既然上面已经给出了集合与元素的定义,那么它们到底都有什么样的性质呢?我们发现,组成集合的元素是确定的,即某中职的所有一年级学生,谁是一年级的,谁不是一年级的,都是确定的;在集合内每个事物都不会重复出现,即 20 以内的整数不可能有重复的;在集合内元素也是没有次序的,即民间的 12 生肖这里边的顺序是任意的.

从中你能总结出什么规律呢?

那就是集合最基本的性质为确定性、互异性、无序性.

(1) 组成集合的元素必须是确定的,换句话说,如果给定一个集合,那么任何一个对象不是这个集合的元素也就确定下来了,我们把集合中的元素具有的这种性质叫做确定性.

(2) 集合中的每个元素都不能重复出现,这叫做元素的互异性.

(3) 集合中的元素排列顺序可以是任意的,即元素的无序性.

例1 考察以下语句是否能构成一个集合.

(1) 所有的直角三角形.

(2) 不小于0的正偶数.

(3) CCTV的所有著名主持人.

解 (1),(2),(3)都可以构成集合.

三、常见的集合

通常集合用大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 或希腊字母 Ω 来表示.

你可能在实际学习中会经常遇到以下的集合类型:

所有的自然数组成的集合记为 $\mathbf{N}$,称为自然数集,注意:0也是自然数.

所有的正数组成的集合记为 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{Z}^+$,称为正整数集.

所有的整数组成的集合记为 $\mathbf{Z}$,称为整数集.

所有的有理数组成的集合记为 $\mathbf{Q}$,称为有理数集.

所有的实数组成的集合记为 $\mathbf{R}$,称为实数集.

总结:数学中,一般用大写字母表示集合,用小写字母表示集合中的元素.

通常集合里的元素使用小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 或小写希腊字母 $\alpha, \beta, \dots$ 来表示.

四、集合与元素之间的表述

文字上的表述在数学上看起来会特别的繁琐,数学家们总是希望用一些特殊的符号来代替冗余的文字,当然集合与元素的表述也不例外.

一般地,给出一个集合 Ω ,若 α 是 Ω 的元素,就说 α 属于 Ω ,记作:

$$\alpha \in \Omega$$

若 β 不是 Ω 的元素,就说 β 不属于 Ω ,记作:

$$\beta \notin \Omega$$

例2 用 $\in$ 和 $\notin$ 填入下列空白处.

(1) $\frac{1}{3}$ _____ $\mathbf{Z}$.

(2) -20 _____ $\mathbf{N}$.

(3) $\sqrt[3]{15}$ _____ $\mathbf{R}$.

解 (1) $\notin$; (2) $\notin$; (3) $\in$.

五、空集与有限集、无限集

同学们可能会发现,有些设想的对象可能本身就是不存在的,例如大于15并且小于2的自然数组成的集合是什么样的?这样的数存在吗?这样的自然数是不存在的,因此上述集合不含任何元素.这样就引入了空集的概念.

不含任何元素的集合称为空集,记作 $\emptyset$.

与空集相对应的还有有限集和无限集的概念,集合中含有有限多个元素的集合称为有限集;集合中含有无限多个元素的集合称为无限集.



课后练习

习题 A

1. 观察以下语句是否构成一个集合.

- (1) 宇宙中所有的恒星.
- (2) 所有的圆形.
- (3) 有史以来世界上最伟大的 100 位名人.
- (4) 中国财富 500 强.
- (5) 小于 7 的所有实数.
- (6) π 的近似值的全体.
- (7) 不大于 0 的非负偶数.
- (8) 小王所在一年级(一)班的高个子男生.

2. 用 $\in$ 和 $\notin$ 填入下列空白处.

- (1) 1.732 _____ $\mathbf{Q}$.
- (2) -23 _____ $\mathbf{N}$.
- (3) 0.2 _____ $\mathbf{Z}$.
- (4) $\sqrt{3}$ _____ $\mathbf{R}$.
- (5) $\frac{1}{5}$ _____ $\mathbf{Z}$.
- (6) -10.5 _____ $\mathbf{Q}$.

3. 判断下列表述是否正确.

- (1) $-10 \notin \mathbf{Z}$.

(2) $0.7 \in \mathbf{Q}$.

(3) $\sqrt{2 + \sqrt{5}} \in \mathbf{Z}$.

(4) $7 \in \mathbf{N}$.

(5) $\sqrt{5} \in \mathbf{Q}$.

(6) $-\frac{1}{4} \notin \mathbf{Q}$.

习题 B

1. 判断下列是否能构成集合,若可以,则集合中的元素是什么?

(1) 小于 -0.5 的自然数.

(2) 平方等于 -3 的实数.

(3) 接近 5 的实数.

(4) 50 以内能被 9 和 2 整除的自然数.

(5) 小于 20 并且被 3 除余数为 2 的自然数.

2. 根据以前学的知识举出一个无限集来.

3. 举出两个现实生活中空集的例子.



集合论的建立者——康托尔

由于研究无穷时往往推出一些合乎逻辑的但又荒谬的结果(称为“悖论”),许多大数学家唯恐陷进去而采取退避三舍的态度.在 $1874 \sim 1876$ 年期间,不到 30 岁的德国年轻数学家康托尔向神秘的无穷宣战.他靠着辛勤的汗水,成功地证明了一条直线上的点能够和一个平面上的点一一对应,也能和空间中的点一一对应.这样看起来, 1 厘米长的线段内的点与太平洋面上的点,以及整个地球内部的点都“一样多”,后来几年,康托尔对这类“无穷集合”问题发表了一系列文章,通过严格证明得出许多惊人的结论.

康托尔的创造性工作与传统的数学观念发生了尖锐冲突,遭到一些人的反对、攻击甚至谩骂.有人说,康托尔的集合论是一种“疾病”,康托尔的概念是“雾中之雾”,甚至说康托尔是“疯子”.来自数学权威们的巨大精神压力终于摧垮了康托尔,使他心力交瘁,患了精神分裂症,被送进精神病医院.

真金不怕火炼,康托尔的思想终于大放光彩. 1897 年举行的第一次国际数学家会议上,他的成就得到承认,伟大的哲学家、数学家罗素称赞康托尔的工作“可能是这个时代所能夸耀的最巨大的工作.”可是这时康托尔仍然神志恍惚,不能从人们的崇敬中得到安慰和喜悦. 1918

年1月6日,康托尔在一家精神病院去世.

康托尔(1845 ~ 1918),生于俄国彼得堡一个丹麦犹太血统的富商家庭,10岁随家迁居德国,自幼对数学有浓厚兴趣.23岁获博士学位,以后一直从事数学教学与研究.他所创立的集合论已被公认为全部数学的基础.

1.1.2 集合的表示方法

数学有它自己的严密性,在知道集合的概念后,我们会想到该用什么样的方法来表述,以及怎样的表述才能更直观地表达具体的数学含义,这样就有必要对集合的表示方法加以论述.

一、列举法

一般地,对于有的集合,我们可以把它的元素一一写出来(每个元素只写一次,不考虑元素之间的顺序),并且放在一个大括号内,这种表示集合的方法称为列举法.

用列举法表示一个集合时是不考虑它的顺序的,也就是说,集合 $\{a, b, c, d, e\}$ 和集合 $\{a, e, d, c, b\}$ 其实是同一个集合,它们没有任何的区别.

又如,方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 所有的解组成的集合可以表示为 $\{1, 2\}$.

一个方程的所有的解组成的集合称为它的解集.

当一个集合中的元素很多时,可以只写出几个元素,其他元素用省略号表示,并且把它们放在一个大括号内,要注意写出的元素必须让人明白省略号表示了哪些元素.

例如,所有的正奇数组成的集合可以表示为 $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2n+1, \dots\}$,其中 n 代表自然数.

 用列举法表示下列集合.

(1) 由大于15的所有自然数组成的集合.

(2) 方程 $x^2 - 16 = 0$ 的解的集合.

(3) 由小于13的所有质数组成的集合.

解 (1) $\{16, 17, 18, 19, 20, 21, \dots, n, \dots\}$.

(2) $\{-4, 4\}$.

(3) $\{11, 7, 5, 3, 2\}$.

想一想

比5大的实数组成的集合怎样表示?用列举法行吗?

二、描述法

同样的,把集合中元素所具有的特征描述出来并且写在大括号内表示集合的方法,称为描

述法.

描述法是在大括号内先写出这个集合元素的一般形式,再画一条竖线,在竖线右边列出它的元素的公共属性.

例如,不等式 $x - 15 > 3$ 的解集可用描述法表示为:

$$\{x \mid x - 15 > 3\}$$

一般地, x 无特殊约定就是指实数.

方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解集可以表示为:

$$\{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$$

例4 用描述法表示下列集合.

(1) 大于5且小于16的数组成的集合.

(2) 不等式 $4x - 25 < 3$ 的解集.

(3) $|x - 4| < 5$ 的解集.

(4) 方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的解集.

解 (1) $\{x \mid 5 < x < 16\}$.

(2) $\{x \mid x < 7\}$.

(3) $\{x \mid -1 < x < 9\}$.

(4) $\{x \mid x = 1, \text{或 } x = 3\}$.

想一想

(1) $0, \{0\}, \emptyset$ 有什么区别?

(2) $\{(3, 6)\}$ 和 $(3, 6)$ 是同一个集合吗?

用描述法时,不致混淆的情况下,可以省去竖线及左边部分.

例如,所有直角三角形的集合可以表示成 $\{\text{直角三角形}\}$ 的形式.

例5 用适当的方法表示下列集合.

(1) 中央电视台的所有主持人.

(2) 绝对值等于4的全体实数.

(3) 绝对值小于2的全体实数.

解 (1) 用描述法表示为 $A = \{\text{中央电视台的所有主持人}\}$.

(2) 用列举法表示为 $B = \{-4, 4\}$.

(3) 用描述法表示为 $C = \{x \mid -2 < x < 2\}$.

总结: 某些集合中的元素不可能一一列举出来,有时也不便于一一列举出来,这样的集合用描述法方便些,如(1)和(3). 有些集合的公共属性不明显,难以概括,用描述法表示不便,用列举法简便些,如(2). 因此在遇到具体问题时,根据具体情况去选取合适的表示方法.



使用描述法时,应注意6点:(1) 写清集合中元素的代号;(2) 说明该集合中元素的性质;(3) 不能出现未被说明的字母;(4) 多层描述时,应当准确使用“且”,“或”;(5) 所有描述的内容都要写在大括号内;(6) 用于描述的语句力求简明、确切.



课后练习

习题 A

1. 用列举法表示下述集合.

- (1) 最小的6个自然数.
- (2) 大于3.2小于10.8的整数.
- (3) 方程 $x^2 + 10x + 25 = 0$ 的解组成的集合.
- (4) 16的平方根.

2. 用描述法表示下述集合.

- (1) 100以内的自然数.
- (2) 小于-2的实数.
- (3) 不等式 $3 < x - 2 < 5$ 的解集.
- (4) 所有的奇数集合.

3. 说出下列集合中的元素.

- (1) {世界4大文明古国}.
- (2) {大于3且小于14的质数}.
- (3) {27届奥运会中国获得金牌的项目}.
- (4) {100以内8的倍数的自然数}.

4. 判断下列各题表示的方法是否正确.

- | | |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| (1) $3 \in \mathbf{Z}$. | (2) $0.6 \notin \mathbf{N}$. |
| (3) $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$. | (4) $2 + \sqrt{3} \in \mathbf{R}$. |
| (5) $\sqrt{2} \in \mathbf{N}$. | (6) $8 \in \mathbf{Q}$. |

习题 B

1. 用列举法表示下述集合.
 - (1) 大于3且小于15的自然数的集合.
 - (2) 8的平方根组成的集合.
 - (3) 所有负偶数组成的集合.
2. 用列举法表示下述集合.
 - (1) 能被5整除的自然数的集合.
 - (2) 能被5除余1的自然数的集合.
 - (3) 能被5除余2的自然数的集合.
 - (4) 能被5除余3的自然数的集合.
 - (5) 能被5除余4的自然数的集合.
3. 用描述法表示下列集合.
 - (1) 由方程 $x^2 - x - 6 = 0$ 的根所组成的集合.
 - (2) 大于3且小于5的所有实数集合.
4. 用适当的方法表示下列集合.
 - (1) 所有偶数.
 - (2) 茅盾的所有作品.
 - (3) 北京电视台的所有频道.
 - (4) 平面直角坐标系中坐标轴上的所有点.
 - (5) 所有大于1而小于7的自然数.
 - (6) 全国所有的省、自治区和直辖市.
 - (7) 悉尼歌剧院2006年举办的所有演出.
 - (8) 2008年奥运会上的所有比赛项目.

1.1.3 集合之间的关系

- (1) 大于2的所有整数.
- (2) 大于13的所有整数.

它们之间存在着怎样的关系呢?

我们知道了集合与元素的定义后,会发现现实中的集合实在是太多了,那么,这些集合之间有什么内在的联系呢?或者说,怎样来区分各种不同集合之间的关系,就是这节将要讨论的内容.