



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

普通高等学校土木工程专业新编系列教材

中国土木工程学会教育工作委员会 审订

结构力学 (下册)

(第3版)

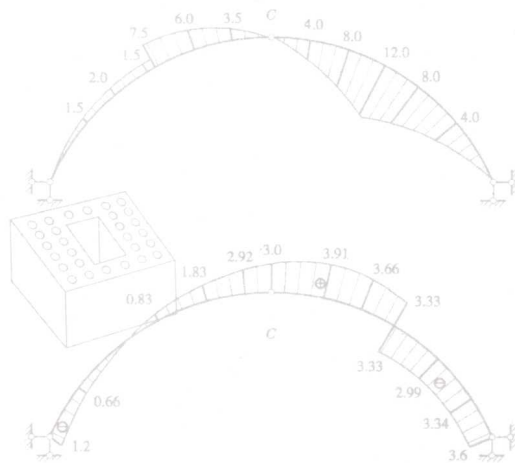
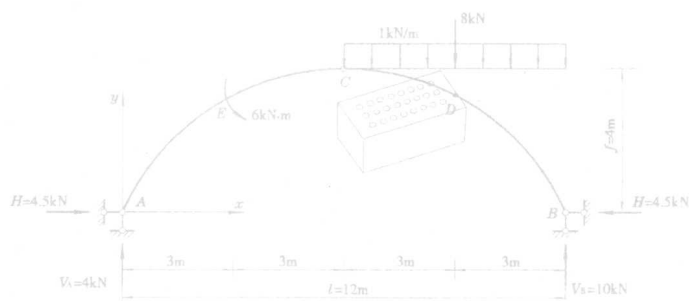
J

G

L

X

包世华 主编



WUTP

武汉理工大学出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材
普通高等学校土木工程专业新编系列教材
中国土木工程学会教育工作委员会 审订

结 构 力 学 (下 册)

(第 3 版)

	包世华	主编
包世华	辛克贵	编著
	龙驭球	主审

武汉理工大学出版社

【内容提要】

全书共 7 章,内容包括:位移法、渐近法、近似法和超静定结构的影响线,矩阵位移法(附平面刚架程序的框图设计和源程序),超静定结构总论,结构的动力计算,结构的稳定计算,结构的极限荷载。每章均有本章提要、本章小结、思考题和习题,书后附有习题答案。

本书按照《结构力学课程教学基本要求 A 类》的要求,明确地将课程内容分为了两部分:基本部分为必修内容;专题、提高部分为选修内容,以便区分使用。本书与主编写写的英文教材(参考文献 8)是完全对应的,便于双语教学时对照使用。

本书选材适当,内容精练,说理透彻,符合认识规律,注重联系实际,并反映了本学科的新内容。

本书可作为土木工程专业,即“大土木”的房建、路桥、水利等各类专门化方向的教材,也可作为成人教育、自学考试教材,以及供考研究生、参加注册结构工程师考试的人员和有关工程技术人员参考。

【主编简介】

包世华 清华大学土木工程系教授,中国力学学会《工程力学》编委,中国建筑学会高层建筑结构委员会委员。1985~1986 年为美国伊利诺伊大学土木工程系访问学者,1991~1993 年为香港理工大学土木与结构系研究员。长期从事结构力学、弹性力学、能量原理及有限元、板壳结构、薄壁杆结构和高层建筑结构等领域的教学和研究工作。

出版教材和专著 30 本。教材有《高层建筑结构设计》、《结构力学》、《结构力学教程》等,分别于 1987 年获建设部优秀教材二等奖,1988 年、1992 年获国家教委优秀教材奖,1998 年获教育部科学技术进步奖一等奖,1999 年获国家级科学技术进步奖二等奖,2002 年获教育部全国优秀教材一等奖。专著有《薄壁杆件结构力学》、《高层建筑结构计算》、《新编高层建筑结构》、《高层建筑结构设计和计算》等。

在国内外发表学术论文 130 多篇。参加制定《薄壳结构设计规程》,壳体研究成果被收入该规程。提出和创建了高层建筑结构解析和半解析常微分方程求解器解法系列。1983 年获北京市科委技术成果奖,1986 年、1992 年、1994 年分别获国家教委科学技术进步奖一、二、三等奖。

E-mail:baosh@tsinghua.edu.cn

图书在版编目(CIP)数据

结构力学.下册/包世华主编. —3 版. —武汉:武汉理工大学出版社,2008.2

ISBN 978-7-5629-2660-3

I. 结… II. 包… III. 结构力学—高等学校—教材 IV. 0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 020463 号

出版发行:武汉理工大学出版社(武汉市武昌珞狮路 122 号 邮政编码:430070)

<http://www.techbook.com.cn> 理工图书网

印刷者:武汉理工大印刷厂

经销者:各地新华书店

开 本:880×1230 1/16

印 张:18

字 数:583 千字

版 次:2001 年 1 月第 1 版 2003 年 8 月第 2 版 2008 年 2 月第 3 版

印 次:2008 年 2 月第 11 次印刷

印 数:62001—72000 册

定 价:30.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请向出版社发行部调换。

本社购书热线电话:(027)87394412 87397097 87383695

普通高等学校土木工程专业新编系列教材

编 审 委 员 会

(第3版)

顾 问:成文山 滕智明 罗福午 李少甫 甘绍熺

施楚贤 白绍良 彭少民 范令惠

主 任:江见鲸 吕西林 雷绍锋

副主任:朱宏亮 赵均海 刘伟庆 辛克贵 袁海庆 吴培明

刘立新 赵明华 朱彦鹏 徐礼华 戴国欣

委 员:(按姓氏笔画顺序排列)

毛鹤琴 王天稳 王社良 邓铁军 白晓红 包世华

田道全 叶献国 卢文胜 江见鲸 吕西林 刘立新

刘长滨 刘永坚 刘伟庆 朱宏亮 朱彦鹏 孙家齐

过静君 闵小莹 李世蓉 李必瑜 李启令 吴培明

吴炜煜 辛克贵 何铭新 汤康民 陈志源 汪梦甫

张立人 张建平 邵旭东 罗福午 周 云 赵明华

赵均海 尚守平 杨 平 杨志勇 柳炳康 胡敏良

俞 晓 桂国庆 袁海庆 徐 伟 徐礼华 秦建平

蒋沧如 彭少民 覃仁辉 雷俊卿 雷绍锋 蔡德明

廖 莎 燕柳斌 戴国欣

总责任编辑:刘永坚 田道全

秘 书 长:蔡德明

出版说明

(第3版)

1998年教育部颁布了新的高等学校本科专业目录,将“建筑工程专业”拓宽为“土木工程专业”。为了适应专业拓宽后教学的需要,解决教材缺乏的燃眉之急,我们于2000年率先组织编写并出版了“普通高等学校土木工程专业新编系列教材”。这套教材经中国土木工程学会教育工作委员会审订,并向全国高等学校推荐之后,已被众多高等学校选用,同时也得到了广大师生和社会的好评。其中多种教材荣获教育部全国高等学校优秀教材奖或优秀畅销书奖,多数被列为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。截至2006年底,单本书销量最高的已达几十万册。这充分说明了教材编审委员会关于教材的定位、内容、特色和编写宗旨符合土木工程专业的教学要求,满足了专业建设的急需,但它仍然存在缺点和不足。随着我国土木工程建设领域国家标准、规范的修订和高等工程教育教学改革的新发展,教材编审委员会于2003年及时对本套教材进行了第2次修订,并根据高等学校土木工程专业本科教学的需要,增补出版了13种教材。

教材必须及时反映我国土木工程领域科学技术的最新发展,以及高等工程教育教学改革所取得的阶段性成果。根据这些要求,教材编审委员会决定2007年对本套教材进行第3次修订,教材编审委员会的成员也将进行相应的增补和调整。

(1)在教学过程中使用本套教材的各高等学校土木工程专业的师生,积极支持我社开展的教材审读活动,并根据教学实践提出了很多中肯的意见和建议,我们尽管在教材重印时及时做了局部修改,但仍感到存在一些问题,需要做较系统的修订。

(2)第3版教材的修订将及时反映当前土木工程建设领域发展的最新成果,尤其是新材料、新技术、新工艺和新设备,使教材内容与国家和行业最新颁布的标准、规范同步。

(3)第3版教材的修订将更准确地体现高等学校土木工程专业指导委员会为土木工程专业教学制定的《土木工程专业本科(四年制)培养目标和毕业生基本规格》、《专业基础课程教学大纲》、《专业课群组核心课程教学大纲》等文件精神。教材将在宽口径土木工程专业的建设方面进行认真探索,并为高等工程教育人才培养提供新的经验。

(4)第3版教材的修订将注重教材的立体化建设,充分利用多媒体教学手段以提高教学质量。我们配合中国土木工程学会教育工作委员会举办了“首届全国高等学校土木工程专业多媒体教学课件竞赛”活动,并将从获奖作品中遴选相关课程的优秀课件正式出版。

第3版教材的修订工作仍将秉承教材编审委员会既定的宗旨,把教材的内容质量放在第一位,并力求更好地满足教学需要。我们更希望广大师生能一如既往地关注本套教材,并及时反馈各校专业建设和教学改革的意见和建议,以便我们再次修订,将本套教材打造成名副其实的精品教材。

武汉理工大学出版社

2007.5

第3版前言

本书第3版作为普通高等教育“十一五”国家级规划教材,重新进行了改编。

编写依据仍然是教育部颁布实施的《普通高等学校本科专业目录》中所规定的土木工程专业的业务培养目标、教育部高等学校非力学专业力学基础课程教学指导分委员会制定的《结构力学课程教学基本要求(A类)》和建设部高等学校土木工程专业指导委员会制定的《结构力学课程教学大纲》。适用对象为普通高等学校土木工程专业(即“大土木”)各类专门化方向的本科学生,也可供参加高等教育自学考试的学生、考研的学生和参加注册结构工程师考试的人员以及有关工程技术人员阅读参考。

考虑到近年来各高校《结构力学》教学内容、体系改革等的实践结果和课时普遍调低的现状,第3版改动的地方主要有:

1. 为了与主编编写的结构力学双(英)语教材(Bao Shihua and Gong Yaoqing. Structural Mechanics. Wuhan University of Technology Press, 2006)完全一致,以便中、英文教学可以互相参考,将第2~6章全部进行了改写。这样,采用中文教学的师生,必要时可以参考上述英语教材;采用双(英)语教学的师生,在需要时也可以参考本书。

2. 教育部高等学校非力学专业力学基础课程教学指导分委员会2007年印发的《结构力学课程教学基本要求(A类)》(简称《基本要求》)中,将课程内容分为了两部分:基础部分和专题部分。基础部分为必修内容,专题部分中的“结构矩阵分析”和“结构的动力计算”(只要求到两个自由度体系)为必修内容,并去除了一些具体数字方面(如学时数、上机时数等)的硬性要求。

按照上述《基本要求》中是否为必修的要求,本书第3版将全书内容明确地划分为两部分:基本部分和专题、提高部分,前者为必修内容,后者为选修内容。

基本部分包括:《基本要求》中的基础部分,即结构的几何组成分析、静定结构、超静定结构和影响线等;矩阵位移法和结构的动力计算(到两个自由度体系为止)。基本部分是为课程打好基础,落实课程基本要求的必修内容。第2版中没有打“*”号的内容第3版中基本都保留下来了,但按照《基本要求》中列为必修和选修的要求重新进行了划分,即第3版中作为必修的基本部分已按新《基本要求》确定,较第2版有所减少。专题、提高部分是《基本要求》中未列为必修的内容,包括:稳定、极限荷载、两个自由度以上体系的动力计算,以及各章中加“*”号的内容。专题、提高部分一般不是课程教学基本要求的必修内容,个别学校或专业如有需要,可酌情选取其中某些材料作为教学内容。

有关学时数、理论教学时数、上机时数和实践性教学时数等规定,第3版中均去除了。

本版修订工作由包世华制定修改方案和大纲。修订工作分工如下:包世华,第1~9、12、15~17章;辛克贵,第10、11、13、14章。全书由包世华修改定稿。

本书由中国工程院院士、清华大学龙驭球教授和清华大学张铜生教授审阅,龙驭球为主审。郑州大学樊友景、南昌大学张爱萍和昆明理工大学孙俊对本书进行了审读。他们对编写大纲及书稿提出了许多宝贵意见,在此,对他们表示感谢。

本书难免存在不足之处,欢迎读者批评指正。

编 者

2007年3月

第 2 版前言

本书是为普通高等学校土木工程专业新编系列教材新编的《结构力学》教材。编写依据是教育部颁布实施的《普通高等学校本科专业目录》中所规定的土木工程专业的业务培养目标、国家教委审定的《结构力学课程教学基本要求》(多学时)和建设部高等学校土木工程专业指导委员会制定的《结构力学课程教学大纲》。适用对象为普通高等学校土木工程专业(即“大土木”)各类专门化方向的本科学生,也可供参加高等教育自学考试的学生、考研的学生和有关工程技术人员阅读参考。

结构力学是土木工程专业各类专门化方向的一门重要的专业(技术)基础课,在基础课与专业课之间起着承上启下的作用,是“大土木”的一门重要的主干课程。本书在编写时,力求取材恰当,既要为打好基础精选内容,又要反映本学科的新发展;力求说理透彻、脉络清晰,符合认识规律,既方便教师教,也方便学生自学;力求理论联系实际。

与本教科书相应的“结构力学”课程的学时分配(参考)如下:

章 次	学时数	其 中		备 注
		理论教学时数	实践性教学时数	
1	2	2		1. 总学时数:106
2	4	3	1	2. 考试类别:考试
3	3	2	1	3. 实践性教学指习题课、课堂讨论及上机实践;
4	4	3	1	应保证学生有充分的上机实践时数(不少于
5	2	2		16)
6	5	3	2	4. 道桥类专门化方向影响线学时数可适当增加
7	2	2		
8	8	6	2	
9	8	6	2	
10	10	8	2	
11	8	6	2	
12	8	6	2	
13	24	8	16	
14	2	2		
15	16	13	3	
合 计	106	72	34	

各校可根据自己的教学计划有选择地应用本书,不同专门化方向可以选用不同的内容。

为了对学有余力者、考研的学生等提供进一步提高的材料,书中加选了一些供选学、提高的内容,一律加“*”号以示区别,不作为基本要求内容,也未计入课程学时分配表内。

本书由包世华制定编写大纲。撰稿分工如下:包世华,第 1、7(部分)、8、9、12、15、16、17 章;辛克贵,第 10、11、13、14 章;燕柳斌,第 2、3、4、5、6、7(部分)章。全书由包世华修改定稿。

本书由教育部高等工科力学课程指导委员会主任、结构力学课程指导组组长、中国工程院院士、清华大学龙驭球教授和清华大学张铜生教授审阅,龙驭球为主审。他们对编写大纲及书稿提出了许多宝贵意见,在此,对他们表示感谢。

由于时间仓促,本书难免存在不足之处,欢迎读者批评指正。

编 者
2003 年 6 月

第 1 版前言

本书是为普通高等学校土木工程专业新编系列教材新编的《结构力学》教材。编写依据是教育部颁布实施的《普通高等学校本科专业目录》中所规定的土木工程专业的业务培养目标和国家教委审定的《结构力学课程教学基本要求》(多学时),并参照了建设部全国土木工程专业指导委员会制定的《结构力学课程教学大纲》。适用对象为普通高等学校土木工程专业(即“大土木”)各类专门化方向的本科学生,也可供参加高等教育自学考试的学生和有关工程技术人员阅读参考。

结构力学是土木工程专业各类专门化方向的一门重要的专业(技术)基础课,在基础课与专业课之间起着承上启下的作用,是“大土木”的一门重要的主干课程。本书在编写时,力求取材适当,既要为打好基础精选内容,又要反映本学科的新发展;力求说理透彻、脉络清晰,符合认识规律,既方便教师教,也方便学生自学;力求理论联系实际。

与本教科书相应的“结构力学”课程的学时分配(参考)如下:

章 次	学时数	其 中		备 注
		理论教学时数	实践性教学时数	
1	2	2		1. 总学时数:110
2	4	3	1	2. 考试类别:考试
3	3	2	1	3. 实践性教学指习题课、课堂讨论及上机实践;应保证学生有充分的上机实践时数
4	4	3	1	4. 道桥类专门化方向影响线学时数可适当增加
5	2	2		
6	5	3	2	
7	2	2		
8	8	6	2	
9	8	6	2	
10	10	8	2	
11	6	5	1	
12	6	4	2	
13	14	8	6	
14	2	2		
15	14	12	2	
16	12	10	2	
17	6	6		
合 计	108	84	24	

本书内容略多于以上学时分配。各校可根据自己的教学计划有选择地应用,不同专门化方向可以选用不同的内容。书中加“*”号部分为选学、提高的内容。

本书由包世华制定编写大纲。撰稿分工如下:包世华,第 1、7(部分)、8、9、12、15、16、17 章;辛克贵,第 10、11、13、14 章;燕柳斌,第 2、3、4、5、6、7(部分)章。全书由包世华修改定稿。

本书由教育部高等工科力学课程指导委员会主任、结构力学课程指导组组长、中国工程院院士、清华大学龙驭球教授和清华大学张铜生教授审阅,龙驭球为主审。他们对编写大纲及书稿提出了许多宝贵意见,在此,对他们表示感谢。

由于时间仓促,本书难免存在不足之处,欢迎读者批评指正。

编 者
2000 年 11 月

目 录

11 位移法	(1)
11.1 位移法的基本概念	(1)
11.2 等截面直杆的形常数和载常数	(2)
11.2.1 等截面直杆的形常数	(2)
11.2.2 等截面直杆的载常数	(4)
11.3 位移法的基本未知量和基本体系	(7)
11.3.1 位移法的基本未知量	(7)
11.3.2 位移法的基本体系	(8)
11.4 位移法方程	(9)
11.4.1 位移法方程的建立	(9)
11.4.2 位移法方程的典型形式	(10)
11.5 位移法计算连续梁和无侧移刚架	(12)
11.6 位移法计算有侧移刚架和排架	(16)
11.7 位移法计算对称结构	(22)
*11.8 支座位移和温度变化时的计算	(25)
11.8.1 支座位移和弹性支座时的计算	(25)
11.8.2 温度变化时的计算	(28)
*11.9 用直接平衡法建立位移法方程	(31)
11.9.1 等截面直杆的转角位移方程	(31)
11.9.2 用直接平衡法计算超静定结构	(31)
本章小结	(33)
思考题	(33)
习题	(34)
12 渐近法、近似法和超静定结构的影响线	(39)
12.1 渐近法概述	(39)
12.2 力矩分配法的概念	(39)
12.2.1 正负号规定	(39)
12.2.2 结点力偶的分配和传递	(39)
12.3 单结点的力矩分配——基本运算	(43)
12.4 多结点的力矩分配——渐近运算	(46)
12.5 无剪力分配法	(55)
12.5.1 无剪力分配法的应用条件	(55)
12.5.2 剪力静定杆件的固端弯矩	(55)
12.5.3 零剪力杆件的转动刚度和传递系数	(56)
12.6 剪力分配法	(60)
12.6.1 柱顶有水平荷载作用的铰结排架	(60)
12.6.2 横梁刚度无限大时刚架的剪力分配	(60)
12.6.3 柱间有水平荷载作用时的计算	(61)
12.7 超静定结构的近似法	(64)
12.7.1 多层多跨刚架竖向荷载下的分层计算法	(64)

12.7.2	多层多跨刚架水平荷载下的反弯点法	(64)
12.8	超静定力的影响线	(68)
12.8.1	用静力法绘制超静定梁影响线的原理	(68)
12.8.2	用机动法绘制连续梁的影响线	(69)
*12.9	连续梁的最不利荷载分布及内力包络图	(72)
12.9.1	连续梁的最不利荷载分布	(72)
12.9.2	内力包络图	(72)
	本章小结	(74)
	思考题	(75)
	习题	(75)
13	矩阵位移法	(79)
13.1	概述	(79)
13.1.1	矩阵位移法的基本思路	(79)
13.1.2	结构的离散化与杆端位移、杆端力的正负号规定	(79)
13.2	单元分析(一)——局部坐标系中的单元刚度矩阵	(80)
13.2.1	一般杆单元的刚度矩阵	(80)
13.2.2	单元刚度矩阵的性质	(82)
13.2.3	特殊单元	(82)
13.3	单元分析(二)——整体坐标系中的单元刚度矩阵	(84)
13.3.1	单元坐标转换矩阵	(84)
13.3.2	整体坐标系中的单元刚度矩阵	(85)
13.4	连续梁的整体刚度矩阵	(86)
13.4.1	单元集成法的基本概念	(88)
13.4.2	单元定位向量	(90)
13.4.3	单元集成法的实施	(90)
13.4.4	整体刚度矩阵的性质	(92)
13.5	刚架的整体刚度矩阵	(92)
13.5.1	单元定位向量与单元集成	(93)
13.5.2	铰结点的处理	(95)
13.6	等效结点荷载	(96)
13.7	计算步骤和算例	(99)
13.8	忽略轴向变形的矩形刚架的整体分析	(104)
*13.9	桁架及组合结构的整体分析	(107)
13.9.1	桁架	(107)
13.9.2	组合结构	(111)
*13.10	平面刚架程序的框图设计和源程序	(114)
13.10.1	平面刚架程序的框图设计	(114)
13.10.2	平面刚架源程序和算例	(123)
	本章小结	(133)
	思考题	(133)
	习题	(134)
14	超静定结构总论	(136)
14.1	超静定结构基本解法的分类和比较	(136)
*14.2	力矩分配法与位移法联合解有侧移刚架	(137)
14.3	超静定结构的特性	(139)

14.3.1	多余约束的存在及其影响	(139)
14.3.2	各杆刚度改变对内力分布的影响	(140)
14.3.3	温度和沉降等变形因素的影响	(141)
*14.4	关于计算简图的补充讨论	(142)
14.4.1	结构体系的简化	(142)
14.4.2	杆件的简化	(144)
14.4.3	结点的简化	(145)
14.4.4	支座的简化	(145)
	本章小结	(146)
	思考题	(146)
	习题	(146)
15	结构的动力计算	(149)
15.1	动力计算概述	(149)
15.1.1	动力计算的特点	(149)
15.1.2	动力荷载的分类	(149)
15.1.3	动力计算的自由度	(150)
15.2	单自由度体系的自由振动	(151)
15.2.1	单自由度体系自由振动微分方程的建立	(151)
15.2.2	自由振动微分方程的解答	(152)
15.2.3	结构的自振周期和自振频率	(154)
15.2.4	阻尼对自由振动的影响	(157)
15.3	单自由度体系的受迫振动	(159)
15.3.1	单自由度体系受迫振动微分方程的建立	(159)
15.3.2	简谐荷载作用下结构的动力反应	(160)
15.3.3	一般荷载作用下结构的动力反应	(162)
15.3.4	阻尼对受简谐荷载受迫振动的影响	(164)
15.3.5	有阻尼时的杜哈梅积分	(166)
15.4	两个自由度体系的自由振动	(167)
15.4.1	两个自由度体系自由振动微分方程的建立	(167)
15.4.2	频率方程和自振频率	(169)
15.4.3	主振型及主振型正交性	(172)
15.4.4	两个自由度体系自由振动方程的一般解	(174)
15.5	两个自由度体系在简谐荷载下的受迫振动	(175)
15.5.1	柔度法	(175)
15.5.2	刚度法	(178)
*15.6	一般多自由度体系的自由振动	(180)
15.6.1	柔度法	(180)
15.6.2	刚度法	(183)
15.6.3	主振型的正交性	(186)
*15.7	多自由度体系在任意动荷载作用下的受迫振动——振型分解法	(188)
15.7.1	正则坐标与主振型矩阵	(188)
15.7.2	振型分解法	(189)
*15.8	无限自由度体系的自由振动	(192)
*15.9	计算频率的近似法	(194)
15.9.1	能量法求第一频率——瑞利(Rayleigh)法	(194)

15.9.2 集中质量法	(197)
*15.10 有限元法求刚架的自振频率	(198)
本章小结	(203)
思考题	(204)
习题	(205)
*16 结构的稳定计算	(209)
*16.1 两类稳定问题概述	(209)
16.1.1 分支点失稳	(209)
16.1.2 极值点失稳	(211)
*16.2 稳定问题的分析方法——静力法和能量法	(211)
16.2.1 静力法	(212)
16.2.2 能量法	(213)
*16.3 弹性压杆的稳定——静力法	(216)
16.3.1 等截面压杆	(216)
16.3.2 变截面压杆	(219)
*16.4 弹性压杆的稳定——能量法	(221)
16.4.1 按单参数体系计算	(221)
16.4.2 按多参数体系计算	(223)
**16.5 剪力对临界荷载的影响	(226)
**16.6 组合压杆的稳定	(228)
16.6.1 缀条式组合压杆	(228)
16.6.2 缀板式组合压杆	(229)
**16.7 圆环和圆拱的稳定	(230)
16.7.1 圆环和圆拱受均匀静水压力时的稳定	(231)
16.7.2 拱的临界荷载系数和计算长度	(235)
**16.8 窄条梁的稳定	(236)
**16.9 刚架的稳定——有限元法	(239)
16.9.1 压杆单元的刚度方程	(239)
16.9.2 刚架的稳定计算	(241)
本章小结	(244)
思考题	(244)
习题	(245)
*17 结构的极限荷载	(248)
*17.1 极限荷载概述	(248)
*17.2 极限弯矩、塑性铰和极限状态	(249)
17.2.1 理想弹塑性材料的矩形截面梁	(249)
17.2.2 有一个对称轴的任意截面梁	(250)
17.2.3 静定梁的极限荷载	(250)
*17.3 超静定梁的极限荷载	(251)
17.3.1 超静定梁的破坏过程和极限荷载的特点	(251)
17.3.2 连续梁的极限荷载	(253)
*17.4 比例加载时判定极限荷载的一般定理和基本方法	(255)
17.4.1 比例加载时极限荷载的几个定理	(255)
17.4.2 计算极限荷载的机构法和试算法	(256)
**17.5 刚架的极限荷载	(258)

17.5.1 机构法.....	(258)
17.5.2 试算法.....	(259)
**17.6 矩阵位移法求刚架的极限荷载.....	(260)
17.6.1 增量变刚度法的基本思路.....	(261)
17.6.2 单元刚度矩阵的修正.....	(262)
17.6.3 增量变刚度法求刚架极限荷载的计算步骤.....	(264)
本章小结.....	(267)
思考题.....	(268)
习题.....	(268)
附录 习题答案.....	(270)
参考文献.....	(274)

11 位移法

本章提要

本章讨论用位移法计算超静定结构。首先介绍位移法的基本概念和基本原理,讨论如何确定位移法的基本未知量,如何选取位移法的基本体系和建立位移法的基本方程。作为应用,分别讨论了用位移法计算连续梁、刚架和排架等超静定结构。讨论了用位移法计算超静定结构在支座移动和温度变化时的内力计算。最后介绍了用直接平衡法建立位移法方程。后两节为提高、选学内容。

11.1 位移法的基本概念

力法和位移法是计算超静定结构的两种基本方法。力法发展较早,19 世纪末已经应用于分析各种超静定结构。而位移法稍晚,是在 20 世纪初为了计算复杂刚架而建立起来的。

力法是以多余约束力为基本未知量,通过变形条件建立力法方程,求出未知量后,即可通过平衡条件计算出结构的全部内力。

位移法是以结构的结点位移作为基本未知量,通过平衡条件建立位移法方程,求出位移后,即可利用位移和内力之间的关系,求出杆件和结构的内力。

现以图 11.1(a)所示结构为例说明位移法的基本思路。

如图 11.1(a)所示刚架,在给定荷载作用下,杆件 AC 和 CB 将发生变形,在忽略杆件轴向变形条件下,结点 C 只发生角位移 θ_C 。当用位移法计算时,我们将结点角位移 θ_C 作为基本未知量(由刚结点的变形连续条件可知,结构在结点 C 的角位移也就是杆件 CB 和 CA 的杆端角位移)。如果能设法把位移 θ_C 求出,则 CB 和 CA 各杆的变形就可求出,从而可求出各杆的内力。

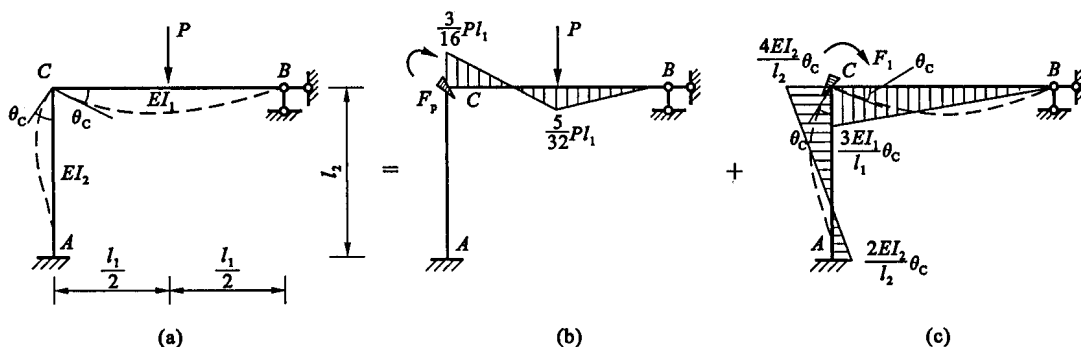


图 11.1 位移法解题思路示意图

(a) 原结构; (b) 荷载作用; (c) 结点位移作用

现讨论如何求基本未知量 θ_C 的问题,计算分为两步:

第一步,增加约束,将结点位移锁住。此时结构实际上变为两根超静定杆。在荷载作用下,这两根杆的弯矩可用力法求出,如图 11.1(b)所示。这时,在结点 C 处施加了一个外部约束力矩 $F_p = -\frac{3Pl_1}{16}$ 。

第二步,施加力偶,使结点 C 产生角位移 θ_C ,两根超静定杆在 C 端有转角 θ_C 时弯矩图也可由力法求出,如图 11.1(c)所示。这时,在结点 C 处施加了外部力矩 $F_1 = \frac{3EI_1}{l_1}\theta_C + \frac{4EI_2}{l_2}\theta_C$ 。

这里将实际结构的受力和变形[图 11.1(a)]分解成了两部分:一部分是荷载单独作用下的结果,如图

11.1(b)所示,此时只有荷载作用,而无结点C的角位移;另一部分是结点位移单独作用下的结果,如图11.1(c)所示,此时只有结点C的角位移,而无荷载作用。反过来,将图11.1(b)和图11.1(c)所示两种状态叠加起来,即成为实际结构。而实际结构在结点C处是没有外加约束力矩的,因此由图11.1(b)和图11.1(c)叠加后的结果,在结点C处也不应有外加力矩,即

$$\begin{aligned} F_1 + F_p &= 0 \\ \left(\frac{3EI_1}{l_1} + \frac{4EI_2}{l_2} \right) \theta_c - \frac{3Pl_1}{16} &= 0 \end{aligned} \quad (a)$$

从而求出

$$\theta_c = \frac{\frac{3Pl_1}{16}}{\frac{3EI_1}{l_1} + \frac{4EI_2}{l_2}} \quad (b)$$

将 θ_c 代回图11.1(c),将所得的结果再叠加上图11.1(b)的结果,即得到图11.1(a)所示原结构的解。从以上分析过程可得位移法要点如下:

- (1) 位移法的基本未知量是结点位移[图11.1(a)中结点C的角位移 θ_c]。
 - (2) 位移法的基本方程是平衡方程[结点C的力矩平衡方程式(a)]。
 - (3) 建立基本方程的方法是:先将结点位移锁住,求各超静定杆在荷载作用下的结果,再求各超静定杆在结点位移作用下的结果。最后叠加以上两步结果,使外加约束中的约束力等于零,即得位移法的基本方程。
 - (4) 求解位移法方程,得到基本未知量,从而求出各杆内力。
- 这就是位移法的基本思路和解题过程。

11.2 等截面直杆的形常数和载常数

由上节讨论知道,位移法的基础是杆件分析。为此,需先研究杆件(单跨超静定杆)杆端力和杆端位移、荷载之间的关系。

11.2.1 等截面直杆的形常数

图11.2所示为一等截面直杆AB的隔离体,杆件材料和截面抗弯刚度 EI 为常数,杆端A和B的角位移分别为 θ_A 和 θ_B ,杆端A和B在垂直于杆轴AB方向的相对线位移为 Δ ,弦转角 $\varphi = \frac{\Delta}{l}$,杆端A和B的弯矩和剪力分别为 M_{AB} 、 M_{BA} 、 Q_{AB} 、 Q_{BA} 。

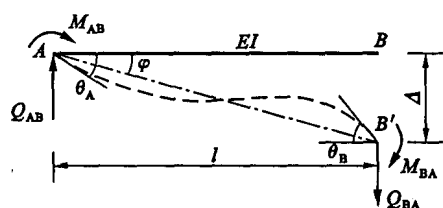


图 11.2 杆端位移和杆端力

在位移法中,采用以下正负号规则:

杆端角位移 θ_A 、 θ_B 以顺时针转向为正;杆两端相对线位移 Δ (或 φ)以使杆件产生顺时针转动时为正。

杆端弯矩 M_{AB} 、 M_{BA} 以顺时针转向为正;杆端剪力 Q_{AB} 、 Q_{BA} 以使作用截面产生顺时针转动时为正。

采用位移法分析等截面直杆时,关键是要用杆端位移表示杆端力。当杆端位移是单位值(即等于1)时,所得的杆端力称为等截面直杆的刚度系数。因刚度系数只与杆件材料性质、尺寸及截面几何形状有关,故也称为形常数。

(1) 当A端作为固定端,有角位移 $\theta_A = 1$ 时的形常数

① B端为固定支座[图11.3(a)]

当A端位移为 θ_A 时,可由力法计算得到

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= 4i_{AB}\theta_A \\ M_{BA} &= 2i_{AB}\theta_A \\ Q_{AB} &= Q_{BA} = -\frac{6i_{AB}}{l}\theta_A \end{aligned} \right\} \quad (11.1)$$

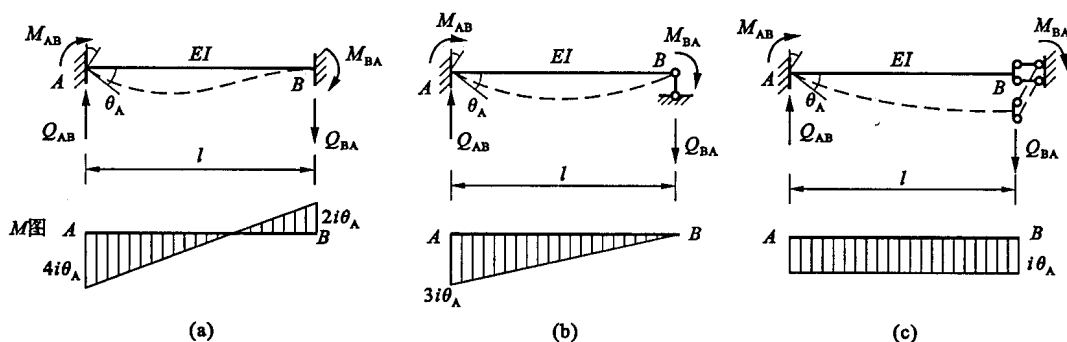


图 11.3 A 端位移为 θ_A 时的杆端弯矩

(a) B 端固定; (b) B 端铰支; (c) B 端为滑动支座

其中 $i_{AB} = \frac{EI}{l}$ 称为杆 AB 的线刚度。当 $\theta_A = 1$ 时, 杆 AB 的 A 端弯矩的形常数为 $4i_{AB}$, B 端弯矩的形常数为 $2i_{AB}$, A 端和 B 端剪力的形常数为 $-\frac{6i_{AB}}{l}$ 。

② B 端为铰支座[图 11.3(b)]

当 A 端位移为 θ_A 时, 同理可由力法求得

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= 3i_{AB}\theta_A \\ M_{BA} &= 0 \\ Q_{AB} &= Q_{BA} = -\frac{3i_{AB}\theta_A}{l} \end{aligned} \right\} \quad (11.2)$$

可知当 $\theta_A = 1$ 时, 杆 AB 的 A 端弯矩的形常数为 $3i_{AB}$, A 端和 B 端剪力的形常数则为 $-\frac{3i_{AB}}{l}$ 。

③ B 端为滑动支座[图 11.3(c)]

当 A 端位移为 θ_A 时, 可求得

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= i_{AB}\theta_A \\ M_{BA} &= -i_{AB}\theta_A \\ Q_{AB} &= Q_{BA} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11.3)$$

可知当 $\theta_A = 1$ 时, 杆 AB 的 A 端弯矩的形常数为 i_{AB} , B 端弯矩的形常数为 $-i_{AB}$, A 端和 B 端剪力的形常数则为零。

(2) 当 A 端作为固定端, 而 AB 两端有相对杆端线位移 $\Delta = 1$ 时的形常数

① B 端为固定支座[图 11.4(a)]

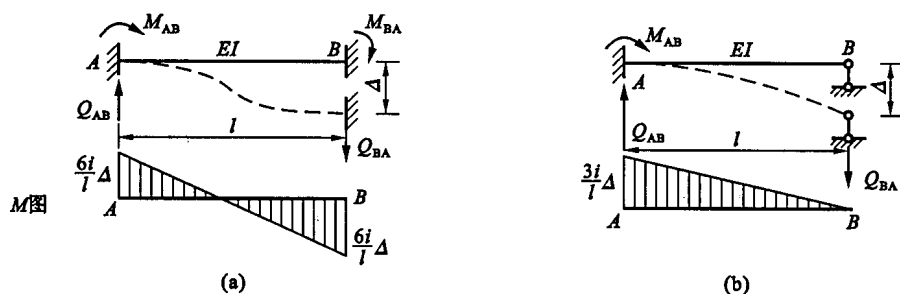


图 11.4 有杆端相对线位移 Δ 时的杆端弯矩

(a) B 端固定; (b) B 端铰支

当 B 端有线位移 Δ 时, 同样可由力法求得

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= M_{BA} = -\frac{6i_{AB}\Delta}{l} \\ Q_{AB} &= Q_{BA} = \frac{12i_{AB}\Delta}{l^2} \end{aligned} \right\} \quad (11.4)$$

当 $\Delta=1$ 时,得到杆 AB 的 A 端和 B 端弯矩的形常数为 $-\frac{6i_{AB}}{l}$, 剪力的形常数则为 $\frac{12i_{AB}}{l^2}$ 。

② B 端为铰支座[图 11.4(b)]

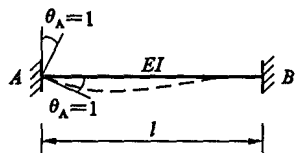
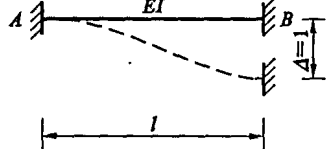
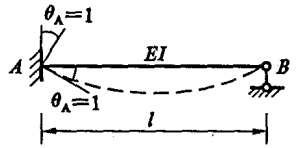
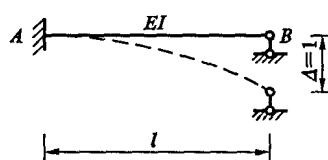
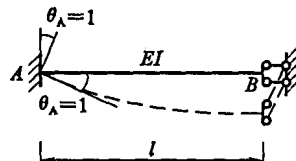
当 B 端有线位移 Δ 时,可得到

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= -\frac{3i_{AB}}{l}\Delta \\ M_{BA} &= 0 \\ Q_{AB} &= Q_{BA} = \frac{3i_{AB}}{l^2}\Delta \end{aligned} \right\} \tag{11.5}$$

当 $\Delta=1$ 时,得到杆 AB 的 A 端弯矩的形常数为 $-\frac{3i_{AB}}{l}$, B 端弯矩的形常数为 0, A 端和 B 端剪力的形常数则为 $\frac{3i_{AB}}{l^2}$ 。

各种情形的形常数见表 11.1。形常数用 $\bar{M}_{AB}$ 、 $\bar{M}_{BA}$ 、 $\bar{Q}_{AB}$ 、 $\bar{Q}_{BA}$ 表示。

表 11.1 等截面直杆的形常数

编 号	简 图	弯 矩		剪 力	
		$\bar{M}_{AB}$	$\bar{M}_{BA}$	$\bar{Q}_{AB}$	$\bar{Q}_{BA}$
两端固定		$4i$	$2i$	$-\frac{6i}{l}$	$-\frac{6i}{l}$
		$-\frac{6i}{l}$	$-\frac{6i}{l}$	$\frac{12i}{l^2}$	$\frac{12i}{l^2}$
一端固定 一端铰支		$3i$	0	$-\frac{3i}{l}$	$-\frac{3i}{l}$
		$-\frac{3i}{l}$	0	$\frac{3i}{l^2}$	$\frac{3i}{l^2}$
一端固定 一端滑动		i	$-i$	0	0

11.2.2 等截面直杆的载常数

在等截面直杆中,当杆两端固定(或一端固定、一端铰支,或一端固定、一端滑动,均称为固端),只受荷载作用时,所得的杆端力通常称为固端力(包括固端弯矩和固端剪力)。因固端力与杆件所受荷载的形式