



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

建模与估计

邓自立 王欣 高媛 编著



科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

建模与估计

邓自立 王 欣 高 媛 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书以经典 Kalman 滤波、经典时间序列分析、系统辨识、多传感器信息融合四门学科的相互渗透作为方法论,主要解决模型参数估计、状态或信号估计、多传感器信息融合估计、自校正状态或信号估计、自校正信息融合状态或信号估计五类估计问题。除了重点介绍模型参数的最小二乘法估计和经典 Kalman 滤波理论外,还系统介绍了白噪声估计理论、最优滤波的现代时间序列分析方法、多传感器信息融合滤波理论、自校正滤波与信息融合滤波理论等新方法和新理论。书中以目标跟踪系统滤波为应用背景,给出大量仿真应用例子,并对多种最小二乘法参数估计算法给出大量数值仿真例子,并给出 Matlab 仿真程序清单。

本书可作为高等学校控制科学与技术、电子科学与技术、通信与信息系统等专业的高年级本科生和研究生教材,且对信号处理、控制、通信、航天、制导、目标跟踪、石油地震勘探、故障诊断、卫星测控、GPS 定位、检测与估计、多传感器信息融合、机器人、生物医学等领域的人员和工程技术人员具有重要的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

建模与估计/邓自立,王欣,高媛等编著. —北京:科学出版社,2007

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

ISBN 978-7-03-019041-3

I. 建… II. ①邓…②王…③高… III. ①系统建模-高等学校-教材
②参数估计-高等学校-教材 IV. N945.120211.67

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 078016 号

责任编辑:马长芳 潘继敏/责任校对:包志虹

责任印制:张克忠/封面设计:卢秋红

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

铭浩彩色印装有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 7 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2007 年 7 月第一次印刷 印张: 26 1/4

印数: 1—3 000 字数: 500 000

定价: 36.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(路通))

前 言

随着计算机科学与技术、控制科学与技术、电子科学与技术、生命科学与技术、通信与信息技术等当代科学技术的飞速发展,许多新兴学科和新兴边缘(交叉)学科或领域像雨后春笋般出现。这是当代自然科学与技术发展的重要特点。

面对 21 世纪科学技术的飞速发展,为了应对高科技领域提出的许多具有挑战性和前沿性的新课题,必须更新传统学科的教材内容,纳入新兴边缘学科或领域中具有重要理论和应用价值的新理论和新方法。在这种思想指导下,本书提出了现代估计理论内容的新的基本框架。它是状态估计(Kalman 滤波)、系统辨识、时间序列分析、多传感器信息融合四个学科相交叉的产物,主要解决模型参数估计、信号或状态估计、信息融合估计、自校正估计、自校正信息融合估计五类估计问题。

本书除了重点介绍最小二乘法 and 经典 Kalman 滤波理论外,还较详细地介绍了估计领域中的新的边缘领域的有关新理论和新方法。特别,书中介绍了多传感器最优信息融合滤波理论,介绍了最优滤波新的方法论——现代时间序列分析方法,介绍了自校正信息融合 Kalman 滤波理论和方法。书中对经典 Kalman 滤波理论在内容上也增加了其新进展——白噪声估计理论的介绍,对最小二乘法参数估计各种算法给出了大量数值仿真例子,且以目标跟踪系统为应用背景给出了关于最优滤波、最优信息融合滤波、自校正滤波和自校正信息融合滤波的大量仿真应用例子,并附 Matlab 仿真程序清单。每章末还附有习题。本书具有多学科交叉和前沿性的特色,还具有理论与应用背景相结合和理论、方法、算法与 Matlab 仿真相结合的特色。本书的原始讲义曾在黑龙江大学自动化系历届本科生中讲授。书中介绍的新理论和新方法取自第一作者邓自立提出的最优滤波的新的方法论——现代时间序列分析方法,以及最优和自校正滤波理论、多传感器信息融合滤波理论。至今,邓自立已出版了有关专著 6 部,发表学术论文 300 余篇。其中关于白噪声估计理论和多传感器信息融合 Kalman 滤波新方法的代表性论文曾先后以长文(正规论文)形式发表在自动化领域国际权威刊物《Automatica》上。已故中国科学院院士张钟俊教授生前对现代时间序列分析曾撰文给予高度评价(张钟俊. 一门新兴的边缘学科——现代时间序列分析. 信息与控制,1988,17(4):62~63)。

本书共 7 章。第 1 章为 ARMA 模型与状态空间模型。第 2 章为最小二乘法参数估计。第 3 章为状态与信号的最优估计——经典 Kalman 滤波与时域 Wiener 滤波。第 4 章为多传感器最优信息融合估计——Kalman 滤波方法。第 5 章为状态与信号的最优估计——现代时间序列分析方法导论。第 6 章为多传感器最优信

息融合估计——现代时间序列分析方法。第7章为自校正估计与自校正信息融合估计。

本书绪论、第3~7章由邓自立撰写,第1章和每章末的习题由高媛撰写,第2章和全书所有 Matlab 仿真例子程序由王欣撰写。邓自立对全书进行了仔细的校核和处理。

书中关于多传感器信息融合的内容取自由邓自立负责的国家自然科学基金资助项目“多传感器信息融合最优和自校正滤波新理论和新方法”(项目批准号:60374026)的研究成果。在此,感谢国家自然科学基金委员会的资助;深深感激已故中国科学院院士张钟俊教授曾给予的鼓励和帮助,他对现代时间序列分析的高度评价一直激励作者在这一新兴边缘领域努力探索。

感谢中国科学院院士张嗣瀛教授多年来对作者的鼓励和帮助。还要感谢由作者指导的历届毕业的50余名研究生,其中包括石莹、毛琳、郝钢、李云、贾文静、杜洪越等,他们对书中的新理论和新方法做了大量仿真研究工作。

本书为教育部“十一五”国家级规划教材。作者感谢科学出版社马长芳高级编辑对本书的出版所做的大量工作,并感谢科学出版社为本书的出版给予的支持。

限于个人水平,书中疏误在所难免,望读者批评指正。

作 者

2007年元旦

目 录

前言

绪论	1
0.1 估计理论的发展过程和估计问题的分类	1
0.2 模型参数估计问题	2
0.3 时间序列、信号、状态估计问题	4
0.4 信息融合估计问题	9
0.5 自校正状态与信号估计问题	12
0.6 自校正状态与信号信息融合估计问题	13
参考文献	14
第1章 ARMA 模型与状态空间模型	16
1.1 引言	16
1.2 随机过程	17
1.3 自回归滑动平均模型	25
1.4 ARMA 过程的展式	32
1.5 ARMA 过程的相关函数	37
1.6 状态空间模型	47
习题	57
参考文献	58
第2章 最小二乘法参数估计	60
2.1 引言	60
2.2 递推最小二乘法	62
2.3 加权最小二乘法	74
2.4 递推增广最小二乘法	78
2.5 两段 RLS-RELS 算法——改进的 RELS 算法	81
2.6 两段 RLS-LS 算法	88
2.7 递推辅助变量算法及其收敛性	96
2.8 偏差补偿递推最小二乘法	103
2.9 多重 RLS 算法	112
2.10 多维 RLS 算法	115
习题	121

参考文献	124
第3章 状态与信号的最优估计——经典 Kalman 滤波与时域 Wiener 滤波	
.....	126
3.1 引言	126
3.2 射影理论	135
3.3 Kalman 滤波器和预报器	141
3.4 Kalman 平滑器	151
3.5 白噪声估值器	155
3.6 信息滤波器	164
3.7 稳态 Kalman 滤波	166
3.8 基于 Kalman 滤波的时域 Wiener 滤波方法	178
习题	189
参考文献	193
第4章 多传感器最优信息融合估计——Kalman 滤波方法	195
4.1 引言	195
4.2 三种加权多传感器最优信息融合准则	198
4.3 多传感器信息融合 Kalman 滤波器和预报器	210
4.4 多传感器信息融合稳态 Kalman 滤波器和预报器	216
4.5 分布式信息融合 ARMA 信号 Wiener 滤波器	225
4.6 加权观测融合 Kalman 滤波器	235
4.7 加权观测融合 Wiener 信号滤波器	241
4.8 带不同观测阵的两种加权观测融合 Kalman 滤波器的功能等价性	246
习题	253
参考文献	255
第5章 状态与信号的最优估计——现代时间序列分析方法导论	257
5.1 引言	257
5.2 构造 ARMA 新息模型的 Gevers-Wouters 算法	260
5.3 统一的稳态最优白噪声估计理论	271
5.4 多通道 ARMA 信号 Wiener 滤波器	280
5.5 基于 ARMA 新息模型的稳态 Kalman 滤波器和预报器	286
习题	300
参考文献	305
第6章 多传感器最优信息融合估计——现代时间序列分析方法	308
6.1 引言	308

6.2 多传感器信息融合白噪声反卷积估值器	308
6.3 多通道 ARMA 信号信息融合 Wiener 滤波器	315
6.4 信息融合稳态 Kalman 滤波器和预报器	325
6.5 加权观测融合稳态 Kalman 滤波器	330
6.6 加权观测融合 Wiener 信号滤波器	339
习题	346
参考文献	349
第 7 章 自校正估计与自校正信息融合估计	350
7.1 引言	350
7.2 自校正 $\alpha\beta$ 跟踪滤波器	354
7.3 自校正对角阵加权信息融合 Kalman 滤波器及其收敛性分析	362
7.4 自校正加权观测融合 Kalman 滤波器	378
7.5 多变量 ARMA 信号自校正滤波器	386
7.6 自校正信号检测数字滤波器	396
习题	400
参考文献	401
附录 1 稳态 Kalman 滤波算法 Matlab 仿真通式	403
附录 2 三种加权信息融合算法 Matlab 仿真通式	405
附录 3 构造 ARMA 新息模型的 Gevers-Wouters 算法 Matlab 仿真通式	407
附录 4 RLS-RELS 算法 Matlab 仿真通式	409
附录 5 RELS 算法 Matlab 仿真通式	410

绪 论

0.1 估计理论的发展过程和估计问题的分类

当今时代是信息时代,是知识爆炸性增长的时代。近三十年来,现代科学技术飞速发展。一方面,各门学科不断分化,分支学科越来越多,各种新兴学科和新领域不断出现;另一方面,各学科和领域之间又不断相互渗透、相互交叉,不断产生许多新的边缘学科和领域。边缘学科和领域是富有生命力的。本书《建模与估计》(modeling and estimation)的内容、理论体系和基本框架是在这种背景下确定的。它涉及系统辨识(system identification)、状态估计(state estimation)、时间序列分析(time series analysis)、多传感器信息融合(multisensor information fusion)四门学科及它们相互交叉、相互渗透的边缘学科和领域。

模型(model)是对事物、现象、过程或系统的简化描述或模仿。有物理模型、数学模型、仿真模型等。定量描写系统或过程的输入输出关系、因果关系、动态和静态特性的模型叫数学模型。建立模型的过程叫“建模”(modeling)。通常建模是一项十分复杂而困难的工作。例如,有些建模需要深入掌握系统或过程内在变化的机理,对有些过程的机理人们尚未认识清楚,而对有些过程的机理又过于复杂,必须进行适当的简化处理。在建模中,除了需要系统或过程的机理知识外,观测或实验数据是最基本的依据。通过观测或实验数据建模称为“辨识”(identification)。建立一个数学模型通常包括两方面工作:一是模型结构的确定(包括模型的类型和阶次等),二是模型的参数估计。本书仅讨论模型参数估计问题。建模是对系统或过程进行分析的最重要的、最基本的方法论。人们通过对时间序列建模来实现对时间序列的预测和控制^[1],通过建模实现对随机信号的估计^[2,3],通过建模实现系统的状态估计^[4],通过建模实现过程控制^[5]。

估计理论所要解决的基本问题是:如何从被噪声污染的观测信号(观测数据)中尽可能充分地滤除干扰噪声的影响,在某种意义下求得被估信号的最优估计。由于干扰噪声和被估信号都可能是随机信号,因此只有采用统计学方法才能解决问题。估计理论的早期工作是 1795 年高斯(C. F. Gauss)在研究天体运动轨道问题时提出的最小二乘法参数估计方法,至今在理论和应用上仍富有生命力。现代估计理论是由维纳^[6](N. Wiener)和柯尔莫哥洛夫(A. N. Kolmogorov)在 20 世纪 40 年代开创的,他们独立地进行了相似的开创性工作,即提出了 Wiener 滤波理论,解决在最小均方误差意义下的平稳随机信号最优估计问题。到 60 年代初,由

于计算机应用技术和空间技术发展,卡尔曼^[4](R. E. Kalman)提出了状态估计理论(也称 Kalman 滤波理论),解决了多变量、非平稳随机信号或状态最优递推估计问题。70 年代以来,由于现代电子和信息战争的需要,一门新兴的边缘学科——多传感器信息融合逐渐形成,目前已发展成为备受人们关注的热门领域^[7]。信息融合估计是它的一个重要分支和领域。将状态估计与时间序列分析相互渗透,文献^{[8]~[11]}提出了最优滤波新的方法论——现代时间序列分析方法。它以时间序列自回归滑动平均(ARMA)新息模型和白噪声估计理论作为基本工具解决状态或信号估计问题。基于该方法提出了新的多传感器信息融合 Kalman 滤波理论^[3],且对含未知模型参数和噪声统计系统,与系统辨识相交叉,提出了自校正滤波和自校正信息融合滤波理论^[11],其中提出了收敛性分析新方法和新工具。

本书研究的估计问题可分为五类:模型参数估计,时间序列、信号或状态估计,多传感器信息融合估计,自校正信号或状态估计,自校正信息融合信号或状态估计。从估计的精度或性能来看,估计可分为最优估计、次优估计和自校正估计。最优估计是相对的,是针对一定的性能指标而言的。例如,“最小二乘法”估计、线性最小方差估计、加权最优融合估计等。在一种性能指标下的最优估计可能是在另一种性能指标下的次优估计。自校正估计也叫渐近最优估计,是指估值器在一定意义下收敛于相应的最优估值器,用于解决含未知模型参数和/或噪声方差系统的状态或信号估计问题或融合估计问题。在多传感器信息融合领域,最优估计可分为全局(整体)最优估计和局部最优估计。对于全局最优估计而言,局部最优估计是次优的。

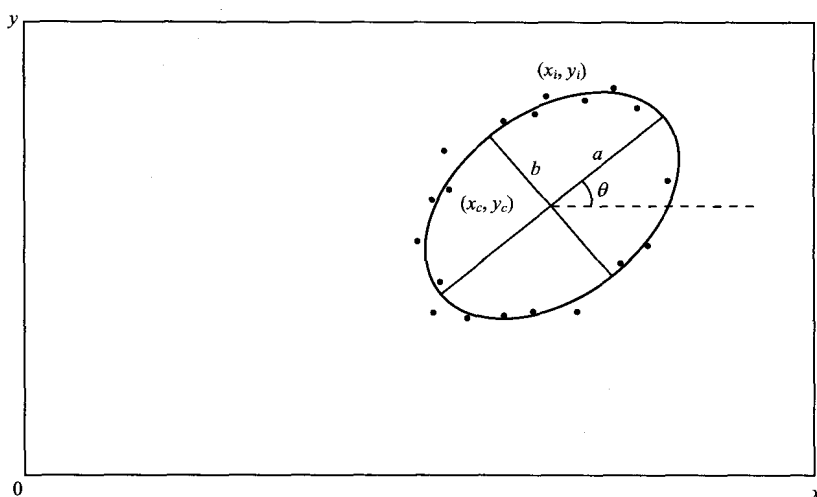
此外,还有自适应估计和鲁棒估计问题,这些问题超出本书范围。

0.2 模型参数估计问题

第一类最优估计问题是模型参数估计问题。建立数学模型是对时间序列、信号或系统状态进行估计的基础。模型参数估计的最基本的方法是最小二乘法(least squares method)。由于它的原理直观,算法简单,收敛性能好,且不要求先验的统计知识,因而被广泛应用。最小二乘法的基本原理是实际观测值与模型计算值的误差的平方和最小原理,由此得名“最小二乘”法。最小二乘法原理的启发性例子如下。

【例 1】快速动态椭圆检测^[12]。

在图像处理、机器人等领域,需要对运动图像中的椭圆曲线进行快速检测,这个问题类似于当年高斯提出用最小二乘法确定天体运动轨道。几何上这个问题归结为确定其标准型的五个参数,即椭圆中心位置 (x_c, y_c) ,长短轴 a, b 和旋转角 θ ,见图 1 所示。

图1 椭圆曲线和检测点 (x_i, y_i)

椭圆和其他二次曲线方程的一般形式为

$$x^2 + gxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \quad (0.1)$$

为了确定椭圆方程的未知参数 (g, c, d, e, f) ,如果能精确地检测到椭圆曲线上五个点的坐标,则将它们代入式(0.1)即可得五个方程,解线性方程组即可得椭圆参数,然而通常检测椭圆上的点的坐标是带有测量误差的,通常是微小的随机误差,用上述方法只能粗略地得到椭圆参数,为此人们希望利用椭圆曲线上更多的点的坐标的检测得到较精确的椭圆参数估计。设已知椭圆上 N 个点的坐标的检测值 (x_i, y_i) (含有检测误差), $i=1, 2, \dots, N$,将每组检测值 (x_i, y_i) 代入式(0.1),则有方程误差 ϵ_i ,即

$$x_i^2 + gx_iy_i + cy_i^2 + dx_i + ey_i + f = \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (0.2)$$

方程误差 ϵ_i 是由于对椭圆上点的坐标的检测误差引起的。通常 N 远大于5。最小二乘法原理就是用极小化方程误差的平方和来确定未知椭圆模型参数 (g, c, d, e, f) ,即它们极小化性能指标

$$J = \sum_{i=1}^N \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N (x_i^2 + gx_iy_i + cy_i^2 + dx_i + ey_i + f)^2 \quad (0.3)$$

由极值原理,置 J 关于各参数的偏导数为零,即

$$\frac{\partial J}{\partial g} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial c} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial d} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial e} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial f} = 0 \quad (0.4)$$

可得关于 (g, c, d, e, f) 的线性方程组,从而可解出 (g, c, d, e, f) ,进而由有关公式

可立刻求出标准型椭圆参数 (a, b, x_c, y_c, θ) 。

【例 2】 对一个未知长度为 θ 的物体进行 N 次测量, 设每次测量物体长度为 $l_i, i=1, \dots, N$, 我们来求真实物体长度 θ 的估值。设每次测量误差为 ϵ_i , 则有关系

$$l_i = \theta + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (0.5)$$

最小二乘法是选择 θ 的估值极小化测量误差平方和, 即

$$\min J = \sum_{i=1}^N \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N (l_i - \theta)^2 \quad (0.6)$$

置 J 关于 θ 的偏导数为零, 即

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = -2 \sum_{i=1}^N (l_i - \theta) = 0 \quad (0.7)$$

则有 θ 的最小二乘法估值为

$$\hat{\theta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N l_i \quad (0.8)$$

这是 N 次测量结果的算术平均值, 与常识是一致的。

0.3 时间序列、信号、状态估计问题

第二类最优估计问题是时间序列、信号或状态的最优估计问题。时间序列分析(time series analysis)是概率统计学科中的一个重要分支, 广泛应用于气象、水文、金融、经济、信号处理、通信和控制领域。时间序列分析的经典著作是 G. E. P. Box 和 G. M. Jenkins 的《Time Series Analysis, Forecasting and Control》^[1]一书。经典时间序列分析的主要内容是对时间序列的建模及基于时间序列模型对时间序列进行预报和控制。依离散时间顺序排列的观测数据序列, 叫时间序列。例如, 某地降雨量时间序列, 我国国民经济年增长率时间序列, 按天记股票价格时间序列, 按秒采样导弹位置时间序列等。这些时间序列的取值均带有随机性, 因而叫统计时间序列。

由时间序列目前和过去的观测历史预报估计它的将来值叫预报, 例如, 气象预报(包括气温、降雨、降雪、沙尘暴等预报), 水文预报(包括水位、洪峰、河流流量预报等), 经济预报(包括商品销量、产量、经济指标、股市行情预报等), 过程控制、目标跟踪、制导中的预报(包括温度、压力、体积、流量、产量、位置、速度等的预报)。在控制领域有一个新分支叫预测控制, 就是以预报作为基础的控制理论。

这里最优预报是指线性最小方差预报, 即最优预报器是已知观测数据的线性函数, 且极小化预报误差方差。

重要的最优预报方法有 Box-Jenkins^[1]的递推预报方法和 Åström^[5]的预报方法, 其中 Box-Jenkins 递推预报器应用最广泛, 但在理论研究中 Åström 预报器应

用较多。

除了时间序列最优预报外还有信号和状态估计,也称最优滤波。

从被噪声污染的观测信号中,过滤噪声,求未知真实信号或状态最优估值叫滤波。“滤波”这一术语最初来自无线电领域。

1941年,在第二次世界大战期间,以研究火炮打飞机控制系统为应用背景,控制论创始人 Wiener^[6]提出了信号的 Wiener 滤波理论。经典 Wiener 滤波方法是一种频域方法,其局限性是限于处理平稳时间序列的滤波、预报问题。缺点是不能处理多变量、时变、非平稳时间序列,且算法是非递推的,要求存储全部历史数据,不便于工程应用。但自 1979 年以来流行的现代 Wiener 滤波方法——多项式方法^[2]可处理多维非平稳时间序列滤波问题。

【例 3】 Wiener 滤波问题。

典型的 Wiener 信号滤波问题如图 2 所示。其中未知真实信号 $s(t)$ 被观测噪声 $v(t)$ 污染,因而已知观测信号 $y(t)$,即

$$y(t) = s(t) + v(t) \quad (0.9)$$

问题是如何由观测信号 $y(t)$ 中,过滤噪声 $v(t)$,在线性最小均方误差准则下,设计 Wiener 滤波器 $\hat{s}(t|t)$,它是 $y(t), y(t-1), \dots$ 的线性函数,且极小化均方误差 $J = E[e^2(t)]$,其中 E 为均值号, $e(t) = s(t) - \hat{s}(t|t)$ 为滤波误差。

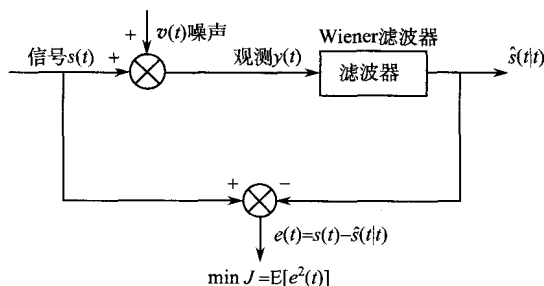
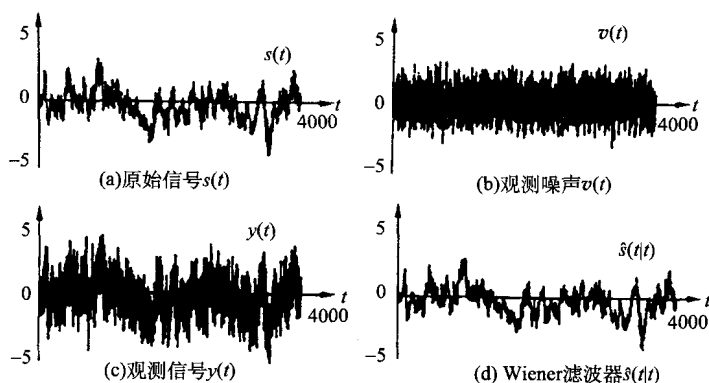


图 2 信号 Wiener 滤波问题

图 3 为信号 $s(t)$ 的 Wiener 滤波。图(a)中的 $s(t)$ 为原始信号;图(b)中 $v(t)$ 为观测噪声;图(c)中 $y(t)$ 为观测信号,完全淹没了真实信号;图(d)为信号 $s(t)$ 的 Wiener 滤波器 $\hat{s}(t|t)$,它有效地过滤了观测噪声,还信号 $s(t)$ 的本来面目。

1960 年,美国数学家和控制论学者 Kalman^[4]针对 Wiener 滤波理论的上述缺点和局限性,以及电子技术和计算机应用技术发展的需要,提出了 Kalman 滤波理论(状态估计理论)。Kalman 滤波方法是一种时域方法,它基于状态空间模型和射影理论解决状态估计问题。Kalman 滤波算法是递推算法,便于在计算机上实现,且可处理多变量、时变、非平稳时间序列滤波问题,克服了 Wiener 滤波理论的

图3 信号 $s(t)$ 的 Wiener 滤波

局限性。Kalman 滤波被广泛应用于各种领域,如惯性导航、制导、GPS 定位、目标跟踪、通信、信号处理、控制等。在 Kalman 滤波理论中,系统状态可视具体问题来规定和定义,特别信号也可视为状态或状态的分量,因而 Kalman 滤波也可解决信号滤波问题。阿波罗登月计划和 C-5A 飞机导航系统的设计是 Kalman 早期应用中最成功的实例。

在 20 世纪 60 年代初由于电子计算机运算速度和存储量的限制,要求能实时、快速实现滤波算法,要求存储量小、计算量小的滤波算法。满足这些要求的算法就是递推滤波算法。以例 2 动态测量长度为 θ 的物体为例,记基于 N 个测量值对 θ 的估值为

$$\hat{\theta}(N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N l_i \quad (0.10)$$

当测量次数 N 不断增加,即进行动态测量时,则基于 $N+1$ 个测量值对 θ 的估值为

$$\hat{\theta}(N+1) = \frac{1}{N+1} \sum_{i=1}^{N+1} l_i \quad (0.11)$$

这种计算是非递推的,即彼此独立地计算估值 $\hat{\theta}(N)$ 和 $\hat{\theta}(N+1)$ 。当 N 很大时,计算量增加,而且计算 $\hat{\theta}(N)$ 与计算 $\hat{\theta}(N+1)$ 有重复的加法运算。为了减小计算负担,是否能在 $\hat{\theta}(N)$ 基础上来计算 $\hat{\theta}(N+1)$? 这就是递推算法的思想。事实上,

$$\hat{\theta}(N+1) = \frac{N}{N+1} \cdot \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N l_i + l_{N+1} \right) = \left(1 - \frac{1}{N+1} \right) \hat{\theta}(N) + \frac{1}{N+1} l_{N+1} \quad (0.12)$$

即有递推公式

$$\hat{\theta}(N+1) = \hat{\theta}(N) + \frac{1}{N+1}[l_{N+1} - \hat{\theta}(N)] \quad (0.13)$$

因而在估值 $\hat{\theta}(N)$ 的基础上, 只需计算式(0.13)第二项就立刻得到估值 $\hat{\theta}(N+1)$, 避免了非递推算法(0.11)的重复加法运算, 大大减小了计算量和存储量。对于非递推算法, 计算机需存储 $N+1$ 个测量数据 l_i , 而对递推算法(0.13), 每次测量仅需存储两个数据 $\hat{\theta}(N)$ 和 l_{N+1} 就可实现估值 $\hat{\theta}(N+1)$ 的计算。在(0.13)中第二项为校正量, 它是根据误差

$$\epsilon_{N+1} = l_{N+1} - \hat{\theta}(N) \quad (0.14)$$

的大小来进行校正估值 $\hat{\theta}(N)$ 的。因为估值 $\hat{\theta}(N)$ 已包含了前 N 次测量的信息, 而 l_{N+1} 是第 $N+1$ 次测量值, 估值误差 $\epsilon_{N+1} = l_{N+1} - \hat{\theta}(N)$ 包含了从第 $N+1$ 次测量中去掉了前 N 次测量的信息剩下的新的信息, 故称为“新息”(innovation)。于是我们最终得到新息校正形式的递推估值公式

$$\hat{\theta}(N+1) = \hat{\theta}(N) + K(N+1)\epsilon_{N+1} \quad (0.15)$$

其中 $K(N+1) = 1/(N+1)$ 叫做新息校正系数或滤波增益。(0.15)是递推 Kalman 滤波算法的基本思想。

Kalman 滤波方法的基本特征和关键技术之一是状态空间模型。Kalman 滤波基于状态空间模型设计 Kalman 滤波器。而 Wiener 滤波理论采用的是传递函数模型。状态空间模型可用机理或物理、运动定律导出, 也可用系统辨识方法得到。

Kalman 滤波问题和状态空间模型可用如下启发性的例子来说明。

【例 4】 动态测量系统 Kalman 滤波问题, 继例 2。

考虑例 2, 对未知长度为 θ 的物体进行动态测量, 即测量次数 t 是变化的, $t = 1, 2, \dots, N, N+1, \dots$ 。因长度 θ 为未知常数, 故有 θ 的动态方程为

$$\theta(t+1) = \theta(t) \quad (0.16)$$

而第 t 次对 θ 的测量值 $l(t)$ 含有随机误差 $\epsilon(t)$, 故有对 θ 的观测方程为

$$l(t) = \theta(t) + \epsilon(t) \quad (0.17)$$

可将未知长度 θ 定义为系统的状态, 则(0.16)称为状态方程, 它描写 θ 随 t 变化的规律, (0.16)说明长度 θ 不随 t 而变化, 即 θ 为常数。而(0.17)则是对状态 θ 的观测方程, 观测误差 $\epsilon(t)$ 通常为零均值、方差为 σ_e^2 的正态白噪声。(0.16)和(0.17)构成最简单的状态空间模型。Kalman 滤波问题: 基于 t 次观测 $(l(1), \dots, l(t))$ 求 θ 的线性最小方差估值 $\hat{\theta}(t)$ 。它与 θ 的最小二乘估值(0.8)不同的是: 最小二乘估值(0.8)不要求已知观测误差 $\epsilon(t)$ 的统计(均值和方差), 而实现 Kalman 滤波则要求已知这些统计知识。

【例 5】 雷达跟踪系统 Kalman 滤波问题。

考虑雷达跟踪系统与运动定律有关系

$$s(t+1) = s(t) + \dot{s}(t)T + \frac{T^2}{2}w(t) \quad (0.18)$$

$$\dot{s}(t+1) = \dot{s}(t) + Tw(t) \quad (0.19)$$

$$y(t) = s(t) + v(t) \quad (0.20)$$

其中 T 为采样周期, $s(t)$ 、 $\dot{s}(t)$ 和 $w(t)$ 各为在时刻 tT 运动目标(如导弹、飞机、坦克、舰船、汽车等)的位置、速度和加速度。 $y(t)$ 是对位置 $s(t)$ 的观测信号, $v(t)$ 为观测噪声。假设 $w(t)$ 和 $v(t)$ 都是白噪声(即不相关的随机序列)。问题是基于到时刻 t 为止的观测 $(y(t), y(t-1), \dots, y(1))$, 求运动目标位置 $s(t)$ 和速度 $\dot{s}(t)$ 的最优估值 $\hat{s}(t|t)$ 和 $\hat{\dot{s}}(t|t)$ 。

定义系统的状态变量

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} s(t) \\ \dot{s}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{位置} \\ \text{速度} \end{bmatrix} \quad (0.21)$$

则等价地有状态方程和观测方程

$$\begin{bmatrix} s(t+1) \\ \dot{s}(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s(t) \\ \dot{s}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} \\ T \end{bmatrix} w(t) \quad (0.22)$$

$$y(t) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} s(t) \\ \dot{s}(t) \end{bmatrix} + v(t) \quad (0.23)$$

即有状态空间模型

$$\mathbf{x}(t+1) = \Phi \mathbf{x}(t) + \Gamma w(t) \quad (\text{状态方程}) \quad (0.24)$$

$$y(t) = \mathbf{H} \mathbf{x}(t) + v(t) \quad (\text{观测方程}) \quad (0.25)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0.5T^2 \\ T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = [1 \quad 0] \quad (0.26)$$

上述状态方程和观测方程统称为状态空间模型, Kalman 滤波问题就是基于到时刻 t 观测 $(y(t), y(t-1), \dots, y(1))$ 求状态 $\mathbf{x}(j)$ 的最优(线性最小方差)估值 $\hat{\mathbf{x}}(j|t)$, 对 $j=t, j<t$ 或 $j>t$, 分别称 $\hat{\mathbf{x}}(j|t)$ 为 Kalman 滤波器、平滑器或预报器。

【例 6】 宇宙飞船制导问题。^[13]

图 4 表示宇宙飞船发射的雷达制导系统, 目的是把载人航天器送至位于指定点 P 的特定轨道上去。首先把来自宇宙飞船的遥测数据及雷达跟踪数据(如距离、距离变化率、俯仰角和方位角等测量数据)进行滤波处理, 以估计出宇宙飞船的状态, 然后把这些估计结果提供给具有一定算法的控制器, 经过计算产生制导命令。最后按制导命令去遥控宇宙飞船。这个例子说明对系统进行状态估计的重要

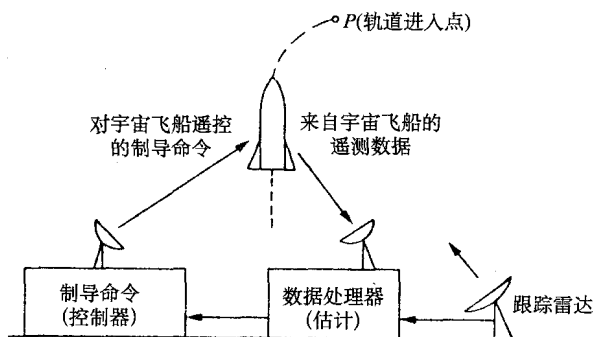


图 4 雷达制导方块图

性。因为来自地面上或海面上对宇宙飞船的遥测数据是含有噪声的,必须进行滤波处理。

对于状态和信号最优滤波,除了上述 Wiener 滤波方法和 Kalman 滤波方法外,邓自立等^[8]在 1989 年提出了现代时间序列分析方法。该方法是一种不同于 Kalman 滤波方法的新的时域滤波方法^[8~11]。它以时域上的自回归滑动平均 (ARMA) 新息模型作为基本工具,取代了 Kalman 滤波方法的基本工具 Riccati 方程。现代时间序列分析方法是经典时间序列分析^[1]与经典 Kalman 滤波相互渗透、相互交叉的产物。ARMA 模型是时间序列分析的基本模型,状态空间模型是 Kalman 滤波的基本模型,而由状态空间模型引出的 ARMA 新息模型是现代时间序列分析最优滤波方法的基本模型。现代时间序列分析方法的特色是 ARMA 新息模型和白噪声估计理论^[14]。ARMA 新息模型提供了最优估计(最优滤波)所需的全部信息,它揭示了系统的观测、新息、输入噪声和观测噪声之间的数量关系。现代时间序列分析方法将状态估计问题归结为白噪声估计问题。用现代时间序列分析方法可以得到用经典 Kalman 滤波方法和 Wiener 滤波方法不容易得到的许多新理论和新方法^[8~11]。同经典 Kalman 滤波方法相比,现代时间序列分析方法的局限性是仅适用于定常(非时变)系统的稳态滤波问题,不能处理时变系统最优滤波问题。

0.4 信息融合估计问题

第三类最优估计问题是最优信息融合估计问题^[3,7]。随着电子技术、计算机应用技术的发展和现代电子与信息战争及国防军事上的需要,为了提高对运动目标(导弹、飞机、卫星、坦克、车辆、船舰等)的跟踪精度或对动态系统状态的估计精度,大量涌现了具有不同应用背景的多传感器系统。对目标跟踪而言,有各种类型