

全国高职高专工程测量技术专业规划教材

测量平差 习题集

王勇智 主编



中国电力出版社
www.cepp.com.cn

全国高职高专工程测量技术专业规划教材

测量平差习题集

王勇智 主编



中国电力出版社

www.cepp.com.cn

本习题集是高职工程测量技术等测绘类专业测量平差课程必备的配套教学参考书。全书共分为 8 章 36 节, 约 170 题, 涵盖了测量的基本误差理论和平差方法, 内容全面, 针对性突出, 题目概念性强, 科学实用, 具有很强的代表性。其中特别介绍了如何利用 Excel 电子表格组成法方程系数, 并介绍了用 Excel 电子表格解算法方程的方法。本书也可以作为不同版本平差教材的配套教材, 供本科、专科等各测绘类专业的学生使用, 也可作为测绘工程技术人员参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

测量平差习题集/王勇智主编. —北京: 中国电力出版社, 2007

全国高职高专工程测量技术专业规划教材

ISBN 978-7-5083-5698-3

I. 测… II. 王… III. 测量平差-高等学校: 技术学校-习题 IV. P207-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 091734 号

中国电力出版社出版发行

北京三里河路 6 号 100044 <http://www.cepp.com.cn>

策划编辑: 王晓蕾 责任编辑: 关 童

责任印制: 陈焊彬 责任校对: 付珊珊

北京市铁成印刷厂印刷 · 各地新华书店经售

2007 年 8 月第 1 版 · 第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16 · 6.5 印张 · 161 千字

定价: 15.00 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签, 加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

本社购书热线电话 (010-88386685)

前 言

测量平差课程是工程测量技术、地理信息系统、摄影与遥感、地籍测量与土地管理等高职（本科）专业的一门理论与实践并重、地位十分重要的专业基础课。

为了适应高职测绘教育形势的快速发展、教学的需要及知识的更新，提高测量平差的教学质量，根据作者多年的测量平差教学经验，倾力编写了这本与《测量平差》教材配套的《测量平差习题集》。把多年来教学中使用的精炼而且最有训练价值的习题结集出版，奉献给高职测绘教育事业。

本习题集按照《测量平差》教材的分章顺序，同时顾及了本科其他版本的《测量平差基础》教材，针对教学中学生应掌握的全部重点概念和基本计算内容，精选并新编了对应的习题。通过习题训练，使学生掌握重点概念、基本计算技能和技巧，学习好测量平差课程，为后续专业课程的学习打下坚实的基础。书后附有参考答案，可供师生自检。由于学生在毕业后的工作中，大多使用各种“平差软件”，很少手算，显然大量的重复性训练是不必要的，因此习题的“少而精”和“代表性”便是作者极力追求的境界。

本书中特别增加了利用 Excel 电子表格进行法方程系数组成以及高斯约化法解算法方程的相关内容。对于有计算机而无平差软件时，较高阶数的法方程解算提供了非常有效的手段。

为了方便教学和自习，本书与《测量平差》教材的内容顺序，分章、节编写习题，题号的格式为：“章号·节号·题号”。参考答案中的习题编号与此相同，对照查阅十分便利。

本习题集大部分为作者亲自设计和计算的新题。书中文字符号的意义严格与全国本、专科测绘教材保持一致，特别注意与陶本藻教授主编的最新版《误差理论与测量平差基础》一致。例如：中误差一律用“ σ ”而不用“ m ”；在不至于引起误解的前提下，不再强调真值与估值的区别，一律使用“ σ ”而不用“ $\hat{\sigma}$ ”，平差值一律用“ $\hat{L}$ 和 $\hat{X}$ ”。

本书由河北工程技术高等专科学校王勇智任主编（第 1、2、3、4、6、7、8 章和附录），曹志勇参加编写（第 5 章）。

解放军信息工程大学测绘学院翟翊教授为本书审稿，在此表示感谢。

由于时间、水平及其他原因，书中难免会有错误出现。不妥之处，敬请读者斧正。

编 者

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 观测误差	1
1.2 测量平差的任务与内容	1
第 2 章 测量误差基本理论	2
2.1 偶然误差的分布规律	2
2.2 观测量的精度	2
2.3 观测向量的精度	3
2.4 协方差传播律	3
2.5 协方差传播律在测量中的应用	4
2.6 权与定权的常用方法	6
2.7 协因数和协因数传播律	7
第 3 章 测量平差基本原理	10
3.1 测量平差概述	10
3.2 测量平差原则	10
3.3 测量平差的数学模型	10
第 4 章 条件平差	17
4.1 条件平差原理 (条件方程的线性化)	17
4.2 条件方程	17
4.3 法方程组成与解算	19
4.4 水准网条件平差	21
4.5 测角网条件平差	22
4.6 测边网条件平差	23
4.7 边角网条件平差	24
4.8 导线网条件平差	24
第 5 章 间接平差	27
5.1 间接平差原理	27
5.2 误差方程式	28
5.3 水准网间接平差	32
5.4 测角网间接平差	33
5.5 测边网间接平差	35
5.6 边角网间接平差	36
5.7 导线网间接平差	37
第 6 章 附有参数的条件平差	40

6.1	平差原理	40
6.2	水准网附有参数的条件平差	40
6.3	测角网附有参数的条件平差	41
6.4	测边网与边角网附有参数的条件平差	42
第7章	附有限制条件的间接平差	43
7.1	平差原理	43
7.2	水准网附有限制条件的间接平差	43
7.3	测角网附有限制条件的间接平差	44
7.4	测边网与边角网附有限制条件的间接平差	45
第8章	误差椭圆	47
8.1	误差椭圆参数、位差及点位方差的计算与应用	47
8.2	相对误差椭圆参数的计算与应用	48
参考答案		49
附录一	法方程的组成与计算检核	78
附录二	法方程解算——高斯约化法	82
参考文献		98

第1章 绪论

1.1 观测误差

1.1.01 试判断下列情况下，水准测量中水准尺读数误差的性质与符号：

- (1) 视准轴与水准管轴不平行；
- (2) 仪器下沉；
- (3) 水准尺下沉；
- (4) 读数时估读不准确；
- (5) 水准尺竖立不垂直。

1.1.02 用钢尺丈量距离时，在下列情况下结果带有误差，试判断误差的性质与符号：

- (1) 尺长不准确；
- (2) 尺长鉴定过程中，尺长与标准尺比较产生的误差；
- (3) 尺不水平；
- (4) 读数时估读小数不准确；
- (5) 尺端偏离直线方向；
- (6) 尺子垂曲或反曲。

1.2 测量平差的任务与内容

1.2.01 测量平差的任务是什么？

第2章 测量误差基本理论

2.1 偶然误差的分布规律

2.1.01 某测区观测了120个三角形,其内角和的真误差(单位:″)如下,试分析该组误差是否符合偶然误差特性。

-0.23	+0.11	+0.32	+0.18	-0.27	+0.41	-0.50	-0.20	-1.38	+0.71
-0.34	-0.73	+0.30	-0.41	+0.17	+0.28	-0.94	+0.46	-0.28	+0.70
+0.16	-0.52	+0.08	-0.28	+1.10	-0.18	-0.17	+0.30	-0.48	-0.15
+1.18	-0.09	+0.86	-0.30	+1.56	-0.02	+0.15	-0.18	+0.35	-0.05
+0.14	-0.08	+0.31	-0.23	-0.21	+0.06	-0.09	+0.17	-0.32	+0.51
-1.18	+0.21	-0.32	+0.42	-0.52	+0.22	-0.95	+0.22	+0.45	-0.19
+0.10	-0.16	+0.87	-0.44	+0.16	+0.45	+0.70	-1.31	+0.05	-0.65
+0.38	+0.17	-0.70	+0.30	-0.27	+0.80	-0.46	+0.62	-0.13	-0.41
-0.68	+0.30	-0.71	+0.44	-1.03	-0.64	+1.22	-0.25	+0.66	-0.53
+1.05	-0.52	+0.44	+0.03	+0.11	-0.63	+0.55	-0.82	+0.09	+0.48
-0.46	+0.84	-0.31	+0.26	-0.50	+0.65	-0.62	-0.13	+0.43	+0.89
-0.07	+0.64	-0.82	-0.03	+0.90	-1.08	+1.15	-0.34	+1.30	-0.42

2.2 观测量的精度

2.2.01 试回答下列问题:

- (1) 我国统一规定用什么指标来衡量测量精度?
- (2) 中误差完整的统计意义是什么?
- (3) 精度、准确度、精确度分别是衡量什么误差大小的指标?
- (4) 中误差 σ 的几何意义是什么?

2.2.02 为检定某经纬仪的测角精度,对已知精确测定的水平角 $\alpha=57^\circ52'00''$ (无误差)进行了10次观测,其结果如下,试求测角中误差 σ 。

57°52'03"	57°52'01"	57°51'58"	57°51'57"	57°52'04"
57°51'59"	57°52'05"	57°51'56"	57°52'01"	57°51'57"

2.2.03 设有两组观测值 X_i 和 Y_i ,它们的真误差如下,试求观测量 X 和 Y 的方差 σ_X^2 和 σ_Y^2 ,并据此判断哪一个观测精度高。

$\Delta x: 2, -3, +1, 0, +2; \quad \Delta y: 0, +1, +3, -2, +3$

2.2.04 某距离在相同观测条件下观测20次,得独立观测值(单位:m)为

237.59	237.61	237.60	237.55	237.59	237.62	237.64	237.62	237.64	237.61
237.69	237.63	237.61	237.62	237.61	237.60	237.56	237.68	237.65	237.58

试计算该距离的算术平均值 $\bar{X}$ 及其方差、中误差和相对中误差。

2.2.05 有两段距离 S_1 和 S_2 ，经多次观测得观测值及中误差分别为 $300.00\text{m} \pm 2\text{cm}$ 和 $600.00\text{m} \pm 2\text{cm}$ ，试问哪段距离观测精度高？二者各自观测值的观测真误差是否相同？

2.2.06 一段距离，其观测值及其中误差为 $662.84\text{m} \pm 9\text{mm}$ ，请完成下列问题：

(1) 试估计该观测值的真误差实际可能出现的范围是多少？

(2) 试求该观测值的相对中误差。

2.3 观测向量的精度

2.3.01 设有观测向量 $L = (L_1, L_2, L_3)^T$ 的方差阵为

$$D_L = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.7 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 & 1.0 \end{bmatrix}$$

试写出 L_1 、 L_2 及 L_3 的方差及协方差 $\sigma_{L_1 L_3}$ 、 $\sigma_{L_2 L_3}$ 和 $\sigma_{L_1 L_2}$ 。

2.3.02 设 $L = (L_1, L_2, \dots, L_n)^T$ ， $V = (V_1, V_2, \dots, V_n)^T$ ， $\hat{X} = (\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_n)^T$ ，

若令 $Z = \begin{bmatrix} L \\ V \\ \hat{X} \end{bmatrix}$ ，试写出方差阵 D_Z 和协方差阵 $D_{V\hat{X}}$ 。

2.4 协方差传播律

2.4.01 在测站 A 上以等精度观测了三个方向，得观测值 l_1, l_2, l_3 （见图 2-1），其方差均为 σ^2 。试求角度 α, β 和 γ 的方差及其协方差。

2.4.02 设有观测值向量 $L = (L_1, L_2, L_3)^T$ 及其函数为

$$\hat{L}_1 = L_1 - \frac{w}{3}, \quad \hat{L}_2 = L_2 - \frac{w}{3}, \quad \hat{L}_3 = L_3 - \frac{w}{3}$$

式中 $w = L_1 + L_2 - L_3$ 。若令 $\hat{L} = (\hat{L}_1, \hat{L}_2, \hat{L}_3)^T$ ，

$$D_L = \begin{bmatrix} \sigma^2 & & \\ & \sigma^2 & \\ & & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

试求 $\hat{L}$ 的方差阵 $D_{\hat{L}}$ 。

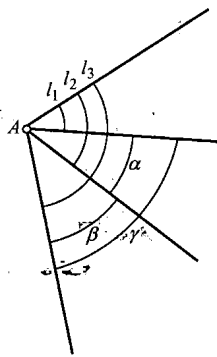


图 2-1

2.4.03 已知观测值向量 L_1, L_2, L_3 及其方差阵为 $D_L = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix}$ ，将 L_i 组成函

数：

$$\begin{cases} X = AL_1 + A_0 \\ Y = BL_2 + B_0 \\ Z = CL_3 + C_0 \end{cases}$$
 式中 A, B, C 为系数阵， A_0, B_0, C_0 为常数阵。若令向量 $W = (X, Y, Z)^T$ ，试求 W 的方差阵 D_W 。

2.4.04 设有观测向量 $L=(L_1, L_2, L_3)^T$; 其协方差阵为 $D_L = \begin{bmatrix} 6 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ 。试求函数

数 $F=L_1+3L_2-2L_3$ 的方差。

2.4.05 已知独立观测值 L_1, L_2 的中误差均为 σ , 试求函数 $X=2L_1+5, Y=L_1-2L_2, Z=X+Y$ 的中误差 σ_X, σ_Y 和 σ_Z 。

2.5 协方差传播律在测量中的应用

2.5.01 设用长为 30m 的钢尺量得正方形地块的一边边长为 $a=72.518\text{m}$, 其中误差 σ_a 为 $\pm 0.051\text{m}$ 。如果钢直尺的实际长度短了 0.020m , 试求该地块的实际面积 S 及其中误差 σ_S 。

2.5.02 在图 2-2 的三角网中, 观测了基线边长 $S_1=220.516\text{m}$, 其中误差为 $\sigma_{S_1}=\pm 0.030\text{m}$, 角度观测值为 $\beta_1=45^\circ 10' 30''$, $\beta_2=40^\circ 32' 58''$, $\beta_3=80^\circ 20' 50''$, $\beta_4=68^\circ 21' 40''$, 其中误差相同, 均为 $\sigma_\beta=\pm 2.5''$ 。试求推算边长 S_2 及其中误差 σ_{S_2} 。

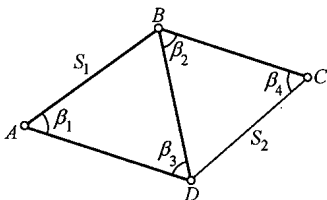


图 2-2

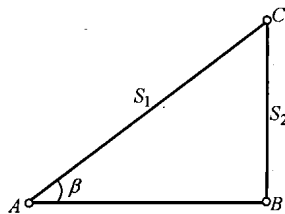


图 2-3

2.5.03 在直角三角形 ABC 中 (见图 2-3), A 点为已知点 (无误差), 为确定 C 点坐标, 观测了边长 S_1, S_2 和角度 β , 得独立观测值及其中误差为 $S_1=352.140\text{m}$, $\sigma_{S_1}=\pm 3\text{cm}$; $S_2=236.765\text{m}$, $\sigma_{S_2}=\pm 2\text{cm}$; $\beta=42^\circ 15' 20''$, $\sigma_\beta=\pm 15''$ 。

(1) 试求 C 点坐标计算值的中误差 $\sigma_{X_C}, \sigma_{Y_C}$;

(2) AB 边长中误差 σ_{AB} 。

(提示: $X_C=X_A+S_1\cos(90^\circ-\beta)$, $Y_C=Y_A+S_1\sin(90^\circ-\beta)$)

2.5.04 设有同精度独立观测值 $\beta=(\beta_1, \beta_2, \beta_3)^T$ 的函数

$$Y_1=S_{AB}\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_3}$$

$$Y_2=T_{AB}-\beta_2$$

其中, T_{AB} 和 S_{AB} 为无误差的已知值。设已知测角中误差为 $\sigma_\beta=\pm 1''$, 试求 $\sigma_{Y_1}^2, \sigma_{Y_2}^2$ 及 $\sigma_{Y_1Y_2}$ 。

2.5.05 设有同精度独立观测值 $\beta=(\beta_1, \beta_2, \beta_3)^T$ 的函数 $\Delta X=S_{AB}\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2}\cos(\alpha_{AB}-\beta_3)$, 已知 $S_{AB}=2000\text{m}$ (无误差), $\alpha_{AB}=120^\circ$ (无误差), 取 $\rho''=206000''$, 观测值及其中误差为 $\beta_1=60^\circ, \sigma_{\beta_1}=\pm\sqrt{3}''$, 试求 ΔX 的值及其中误差 $\sigma_{\Delta X}$ 。

2.5.06 设有线性函数 $Z=F_1X+F_2Y+F_0$, 试求 Z 的方差阵 D_Z 。

2.5.07 设有两个函数

$$Z = F_1 X + F_2 Y + F_0$$

$$H = AX + BY + C_0$$

已知 D_X, D_Y, D_{XY} , 试求 D_{ZH} 及 D_{ZX} (请读者注意记忆本题的“规律”).

2.5.08 设有函数

$$\varphi_1 = 3L_1 - 2L_3$$

$$\varphi_2 = L_1 L_2 + L_3$$

已知观测值 L 的方差阵为 $D_L = \begin{pmatrix} 1.2 & -0.4 & 0.2 \\ -0.4 & 0.8 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.6 \end{pmatrix}$, 试求当 $L_1 = 6, L_2 = 8, L_3 = 10$ 时,

φ_1 和 φ_2 的方差及协方差.

2.5.09 设有坐标函数

$$X_P = X_A + S_{AP} \cos \alpha_{AP}, Y_P = Y_A + S_{AP} \sin \alpha_{AP}$$

已知 $X_A = 2000.00\text{m} \pm 0.016\text{m}$, $Y_A = 3000.00\text{m} \pm 0.018\text{m}$,

观测值为 $S_{AP} = 2880.00\text{m} \pm 0.050\text{m}$, $\alpha_{AP} = 80^\circ 45' 20'' \pm 12''$.

设全部数据均是不相关的, 试求 P 点的坐标及其中误差.

2.5.10 设图 2-4 的三角形 ABC 为等边三角形, 观测了长度

和角度, 得观测值为 $b \pm \sigma_b = 1000\text{m} \pm 15\text{m}$, $\alpha = \beta = 60^\circ 00' 00''$,

且 $\sigma_a = \sigma_b$. 为使计算的边长 a 具有中误差 $\sigma_a = \pm 0.02\text{m}$, 试

问角 α 和 β 的观测精度应为多少?

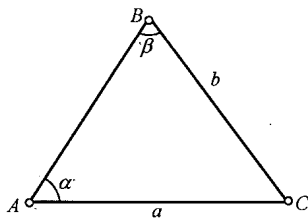


图 2-4

2.5.11 某一距离分成三段各往返测量一次, 其结果列于表

2-1 中. 若令 1km 距离往返测量的平均值的权为单位权, 试求:

- (1) 该距离的最佳估值;
- (2) 单位权中误差 (1km 往返测量平均值的中误差);
- (3) 全长一次测量中误差;
- (4) 全长平均值的中误差;
- (5) 第二段一次测量的中误差.

表 2-1

段号	往测/m	返测/m
1	1000.009	1000.007
2	2000.011	2000.009
3	3000.008	3000.010

2.5.12 有一水准路线分三段进行测量, 每段均作往返观测, 其观测值见表 2-2. 试求:

- (1) 1km 往返观测高差中数的中误差;

表 2-2

路线长/km	往测高差/m	返测高差/m
2.2	2.563	2.565
5.3	1.517	1.513
1.0	2.526	2.526

- (2) 各段一次观测高差的中误差;
- (3) 各段高差平均值的中误差;
- (4) 全长一次观测高差的中误差;
- (5) 全长高差平均值的中误差。

2.6 权与定权的常用方法

2.6.01 设已知 $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \end{pmatrix}$, 权阵 $\mathbf{P}_Z$ 为

$$\mathbf{P}_Z = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

试求权阵 $\mathbf{P}_X$ 及 $\mathbf{P}_Y$ 。

2.6.02 在相同的观测条件下 (每一测回精度相同) 观测两个角度得 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ 。设对 $\angle A$ 观测 9 个测回的权为 $P_A = 1$, 则对 $\angle B$ 观测 16 个测回的权 P_B 为多少?

2.6.03 在相同的观测条件下, 作了 4 条路线的水准测量, 它们的中误差分别为 $\sigma_1 = \pm 2\text{mm}$, $\sigma_2 = \pm 1.5\text{mm}$, $\sigma_3 = \pm 1\text{mm}$, $\sigma_4 = \pm 0.5\text{mm}$ 。令单位权中误差为 $\sigma_0 = \pm 1\text{mm}$, 试求各路线观测高差的权 $P_i (i=1, 2, 3, 4)$ 。

2.6.04 某角以每测回中误差为 $\pm 3''$ 的精度观测了 9 个测回, 且其平均值的权为 1, 试求单位权中误差 σ_0 。

2.6.05 已知独立观测值 $\mathbf{L} = (L_1, L_2)^T$ 的方差阵

$$\mathbf{D}_L = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$$

及单位权方差 $\sigma_0^2 = 2$, 试求权阵 $\mathbf{P}_L$ 及权 P_1, P_2 。

2.6.06 设由已知水准点 A, B, C, D 向待定点 E 进行水准高程测量 (见图 2-5), 得独立观测高程值及其相应的权如表 2-3 所示:

表 2-3

编号	观测高程/m	权 P_i
1	218.342	2
2	218.295	3
3	218.361	1
4	218.308	3

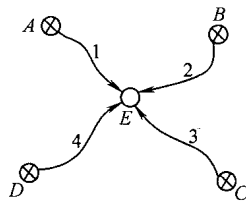


图 2-5

如果权为 2 的观测高程其相应的中误差为 $\pm 0.030\text{m}$, 试求 E 点高程及其中误差。

2.6.07 某距离 S 用不同仪器进行不等精度测量, 得独立观测值 S_i 及其中误差 $\sigma_{S_i} (i=1, 2)$ 分别为 $550.253\text{m} \pm 0.03\text{mm}$ 及 $550.246\text{m} \pm 0.05\text{mm}$ 。试求该距离的加权平均值及其中误差。

2.6.08 在图 2-6 的水准路线中, A, B 为已知水准点, 观测高差为 h_1 和 h_2 。试求 P 点高

程。设 σ_1, σ_2 分别为观测值的中误差, 且已知 $\sigma_1 = 2\sigma_2$, 单位权中误差 $\sigma_0 = \sigma_2$ 。若要求 P 点高程的中误差 $\sigma_P = \pm 2\text{mm}$, 问观测精度 σ_1 和 σ_2 的值各应是多少?

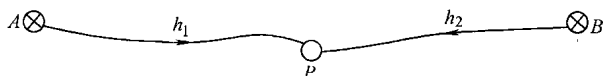


图 2-6

2.6.09 有一角度测 20 个测回的中误差为 $\pm 0.42''$, 问再增加多少测回, 其中误差为 $\pm 0.28''$?

2.6.10 应用水准测量测定了三角点 A, B, C 之间的高差, 设该三角形边长分别为 $S_1 = 10\text{km}$, $S_2 = 8\text{km}$, $S_3 = 4\text{km}$ 。令 40km 的观测高差值为单位权观测值, 试求各段高差的权。

2.6.11 已知距离 $AB = 100\text{m}$, 丈量一次的权为 2, 丈量 4 次平均值的中误差为 $\pm 2\text{cm}$, 距离 $CD = 400\text{m}$, 丈量 16 次, 其中每 100m 丈量一次的精度与 AB 距离相同。试求距离 CD 的中误差 σ_{CD} 。

2.6.12 在水准测量中, 每站观测高差的中误差均为 $\pm 1\text{cm}$ 。今要求从已知点推算的待定点高程中误差不大于 $\pm 5\text{cm}$, 问最多可设多少站?

2.6.13 已知距离 $AB = 100\text{m}$, 丈量一次的权为 2, 丈量 4 次平均值的中误差为 $\pm 2\text{cm}$, 而距离 $CD = 150\text{m}$, 丈量 1 次的权为 0.5, 其共丈量 16 次取平均。试求距离 CD 平均值的中误差 σ_{CD} 。

2.6.14 已知丈量 100m 长的距离一次的权为 1.5, 问:

(1) 300m 长的距离丈量一次的权是多少?

(2) 300m 长的距离需要丈量几次, 取其平均值的权为 4。

2.6.15 在由 A, B, C 三点构成的闭合环间进行水准测量, 得高差为 h_1, h_2, h_3 , 设各线路的测站数为 $n_1 = 16, n_2 = 20, n_3 = 24$, 且每站高差的观测精度相同, 均为 $\sigma_{\text{站}} = \pm 2\text{mm}$, 并令 4 个测站的观测高差为单位权观测, 试求各观测高差的权 P_i 及单位权中误差 σ_0 , 以及各观测值的中误差 σ_i 。

2.7 协因数和协因数传播律

2.7.01 已知观测值 $L = (L_1, L_2)^T$ 的协因数阵为

$$Q_L = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

试求其函数 $Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} L$ 的协因数。

2.7.02 已知独立观测值 L 的协因数阵为

$$Q_L = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

试求权阵 P_L 及权 P_1, P_2 。

2.7.03 已知观测值 $L = (L_1, L_2)^T$ 的方差阵和协因数阵为

$$D_L = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, Q_L = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

试求单位权方差 σ_0^2 。

2.7.04 已知观测向量 $L = (L_1, L_2)^T$ 的协因数阵为

$$Q_L = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

试求其函数

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} L, Z = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} L, W = 2Y + Z$$

的协因数阵 $Q_Y, Q_{YZ}, Q_Z, Q_{YW}, Q_{ZW}, Q_W$ 。

2.7.05 设有两个函数

$$Z = F_1 X + F_2 Y + F_0$$

$$H = AX + BY + C_0$$

已知 Q_X, Q_Y, Q_{XY} , 试用协因数传播律求 Q_{ZH} 及 Q_{ZX} (请读者注意记忆本题的“规律”)。

2.7.06 已知相关观测向量 $W = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ 的协因数阵为

$$Q_W = \begin{pmatrix} Q_X & Q_{XY} & Q_{XZ} \\ Q_{YX} & Q_Y & Q_{YZ} \\ Q_{ZX} & Q_{ZY} & Q_Z \end{pmatrix}$$

试用广义传播律求函数 $H = F_1 X + F_2 Y + F_3 Z$ 的协因数阵 Q_H 及 Q_{HX} 。

2.7.07 设有独立观测向量 L , 其协因数阵 $Q_L = I$, 设有函数

$$V = B\hat{X} - L$$

$$\hat{X} = (B^T B)^{-1} B^T L$$

$$\hat{L} = L + V$$

试用广义传播律求协因数阵 $Q_{\hat{X}}, Q_{\hat{L}}$ 以及 $Q_{V\hat{X}}, Q_{V\hat{L}}$ 。

2.7.08 设有函数

$$\varphi_1 = 3L_1 - 2L_3$$

$$\varphi_2 = L_1 L_2 + L_3$$

已知观测值 L 的协因数阵为 $Q_L = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 单位权方差为 $\sigma_0^2 = 0.2$, 试求当 $L_1 = 6$,

$L_2 = 8, L_3 = 10$ 时, φ_1 和 φ_2 的方差及协方差。

2.7.09 在图 2-7 的水准网中, 各路线长度为 S_i , 独立观测高差为 $h_i (i=1, 2, \dots, 8)$, 其权为 $P_i = 1/S_i$ (以 1km 观测高差往返测的中数为单位权观测值)。试求各闭合环高差代数和

$$h_I = h_1 - h_2 + h_3, h_{II} = -h_3 + h_4 + h_8, h_{III} = h_5 + h_6 - h_7 - h_8$$

的协因数阵 $Q_H (H = [h_I, h_{II}, h_{III}]^T)$ 及 h_I, h_{II}, h_{III} 的权。

2.7.10 某支导线如图 2-8 所示。其中, A 点坐标和方位角 $\alpha_0 = 140^\circ 00' 00''$ 均无误差, 角度

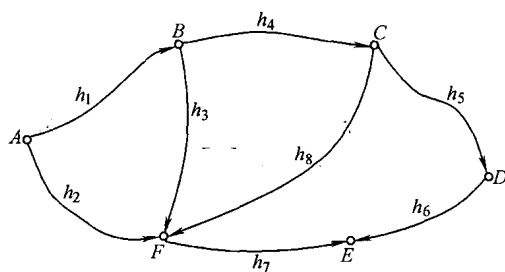


图 2-7

观测值为 β_1 和 β_2 ，其精度相同，中误差均为 σ_β ；边长观测值为 S_1 和 S_2 ，其中误差均为 σ_s ，试写出：(1) P_2 点坐标方差的计算公式；(2) P_2 点点位方差的计算公式。

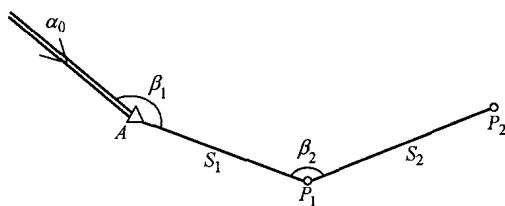


图 2-8

第3章 测量平差基本原理

3.1 测量平差概述

解释下列名词：

1. 几何模型
2. 必要元素
3. 必要观测
4. 多余观测
5. 闭合差或不符值

3.2 测量平差原则

(无习题)

3.3 测量平差的数学模型

[条件平差]

3.3.01 试确定图 3-1 中各水准网按条件平差时的多余观测个数。

3.3.02 试确定图 3-2 中各平面控制图形按条件平差时的条件方程个数。

3.3.03 在图 3-3 中, A, B 点为已知水准点, P_1, P_2, P_3, P_4 为待定水准点, 观测高差向量为 $\tilde{L} = (\tilde{h}_1, \tilde{h}_2, \dots, \tilde{h}_8)^T$, 试列出条件平差的平差函数模型 (把条件方程写成真值之间的关系式)。

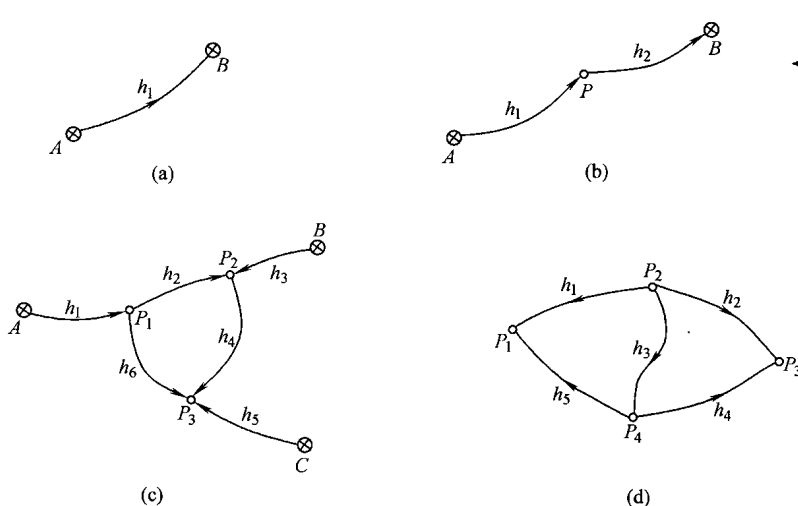


图 3-1 (1)

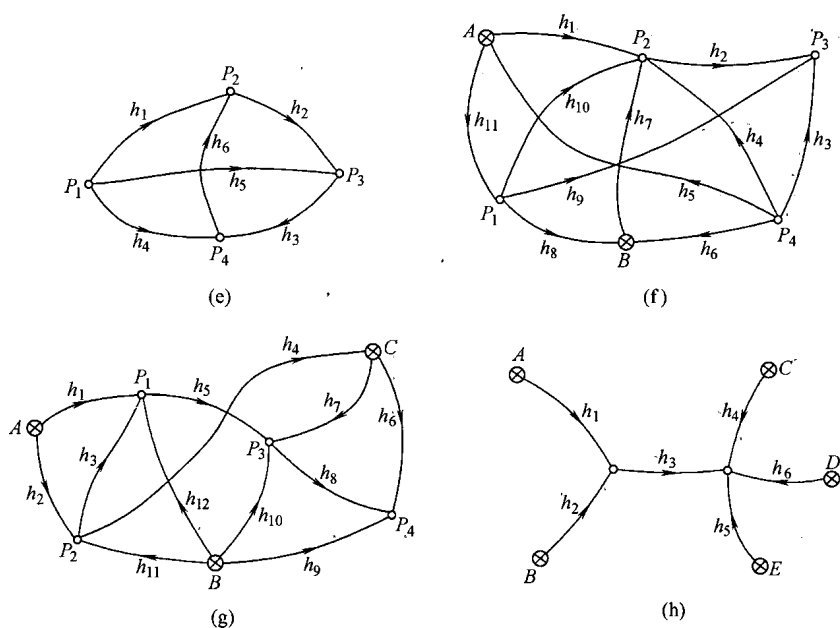


图 3-1 (2)

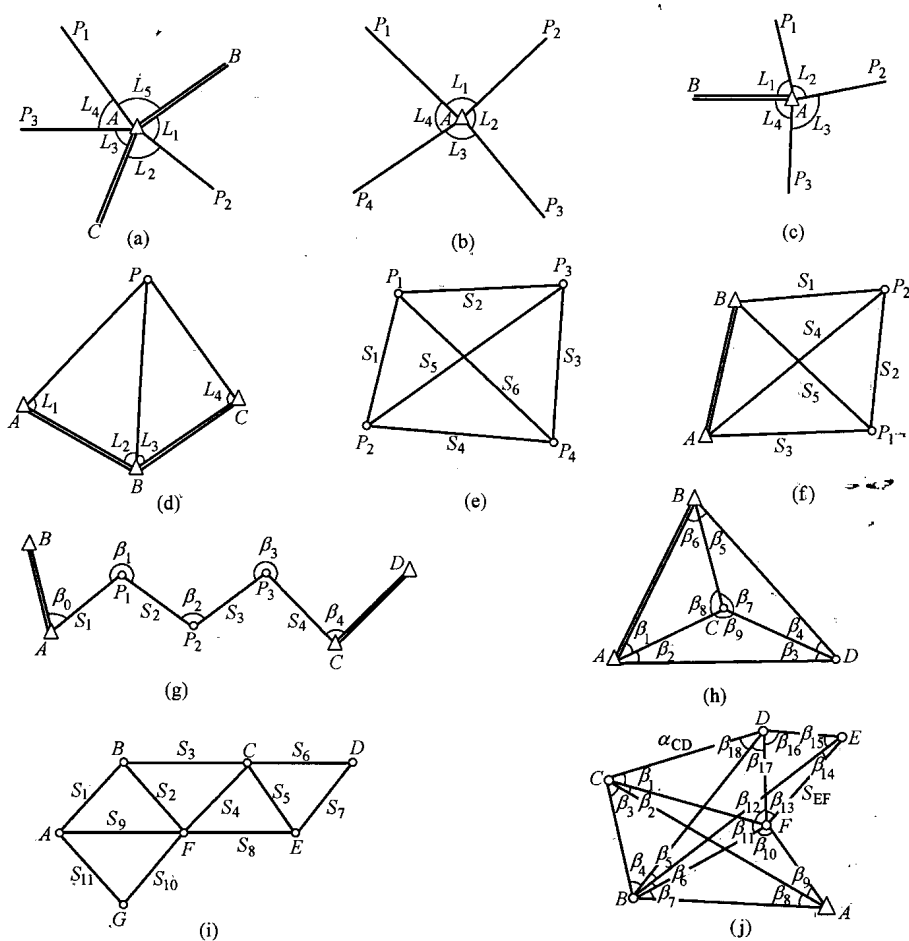


图 3-2