

数学实验初步

肖海军 编



科学出版社

www.sciencep.com

数学实验初步

肖海军 编

中国地质大学(武汉) 211 工程专项基金资助

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书基于 MATLAB 软件系统地介绍了大学数学中的基本实验教学内容。全书共分为三个部分：第一部分介绍 MATLAB 的基础功能；第二部分介绍大学数学基本实验教学内容，涉及线性代数、微积分、常微分方程、数值计算和简单的优化问题等实验；第三部分介绍“数学建模”的实验技术，主要涉及高等数学、概率统计、数值分析和微分方程等课程的软件实验。

本书主要作为大学“数学实验”和“数学建模”课程的教材。对从事使用 MATLAB 软件解决实际工程问题的学生、教师和工程技术人员也有参考价值。

图书在版编目 (CIP) 数据

数学实验初步/肖海军编. —北京: 科学出版社, 2007

ISBN 978-7-03-019864-8

I. 数… II. 肖… III. 高等数学 - 实验 - 高等学校 - 教材 IV. O13-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 135715 号

责任编辑: 张颖兵 / 责任校对: 梅 莹

责任印制: 高 嵘 / 封面设计: 宝 典

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

武汉嘉捷印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 8 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2007 年 8 月第一次印刷 印张: 12 3/4

印数: 1—3 000 字数: 245 000

定价: 19.50 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

由于计算机的出现,今日的数学已经不仅是一门科学,同时还是一种关键的、普遍适用的技术。早在 1959 年,著名的数学家华罗庚教授就曾形象地概述了数学的各种应用:“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁等各个方面,无处不有数学的重要贡献。”时至今日,计算机计算速度的快速发展使得许多过去无法解决的问题有了解决的可能,大量新兴的数学方法正在被有效地采用,数学的应用范围急剧扩大。由于计算机具有处理大量信息的功能,所以定量分析的技术已经渗透到一切学科领域。从卫星到核电站,从天气预报到家用电器,无不是通过数学模型和数学方法并借助计算机的计算来实现的。例如:Tobin 建立了“投资决策的数学模型”,1981 年获得了诺贝尔经济学奖;在水资源研究方面,为了建立一套地下水资源评价的理论和方法,需要建立各种地层结构的数学模型等。

在我国,1989 年著名科学家钱学森教授在“中国数学学会教育与科研座谈会”上就提出:电子计算机的出现对数学科学的发展产生了深刻的影响,大学理工科的数学课程是不是需要改革一番?时隔 10 余年,各高等学校都在进行数学教学改革。现在,开设“数学实验”已成为共识,目前不少高校已经开始开设了“数学实验”课程。

在国外,“数学实验”已经在较高的程度上被同行们所认识。1992 年美国工业与应用数学学会(SIAM)的一篇文章就指出:“一切科学与工程技术人员的教育必须包括愈来愈多的数学和计算机科学的内容。数学建模和相伴的计算正在成为工程设计过程中的关键工具。”美国科学、工程和公共事业政策委员会在一份报告中曾指出:“今天,在技术科学中最为有用的数学领域就是数值分析与数学建模。”所有这些思想都与“数学实验”课程所包含的内容密切相关。

21 世纪培养的各类专业技术人才,应具有将带有专业背景的实际问题建立数学模型的能力,这样才能在实际工作中发挥更大的创新性。开设“数学试验”课程的目的,正是为培养学生的定量思维能力和创造能力,加强“应用数学”方面的教育,培养学生应用数学知识解决实际问题的意识和能力。

本着这一目的,我们将数学知识、数学建模与计算机软件技术的应用三者融为一体,通过数学实验使学生深入理解数学基本要领和基本理论,熟悉常用的数学软件,培养学生运用科学知识建立数学模型,使用计算机解决实际问题的能力。同时

希望通过开设“数学实验”课程,把数学的课堂教学与同学们所熟悉的背景知识的实际应用紧密结合起来,通过同学们亲自做实验、观察和分析实验结果,培养学生的创新能力。

结合我校的学科特点,选取较为典型的专业知识点为实验材料,从问题出发,借助计算机并通过学生亲自设计和动手,体验解决问题的过程。这便是我们开设“MATLAB 与数学实验”课程和编写“MATLAB 与数学实验”教材的指导思想。我们通过多年的试验教学发现,让学生在实验中去学习、探索和发现数学规律,既完成了数学课程的学习,同时又能对所学专业知识和理解和认识起到一种升华的作用。

本课程的对象主要是大学二年级学生,他们大部分已经学完了微积分、线性代数和概率统计等课程,也有一些后续课程(如数值分析、运筹学等)尚未学习。针对这一状况,这本教材的内容拟定遵循以下原则:

1. 介绍高等数学中一些最基本的计算问题,如极限、积分、微分方程以及线性方程组等。
2. 介绍一些最常用的解决实际问题的数学方法,如数据分析、优化方法等。
3. 介绍一些同学们对背景知识较为熟悉的应用实例。
4. 选择一个较为合适的数学软件平台(本教材选择 MATLAB),本教材例题中的程序都已通过 MATLAB 6.5 的运行(如部分实例在其他环境下运行时出现错误,借助当前环境中的帮助文件适当调整即可)。
5. 学生上机时间要得到充分的保证,建议第二部分的实验讲课时间与学生上机时间的比例至少为 1:2,第三部分的实验讲课时间与学生上机时间的比例至少为 1:3。

尽管数学实验和数学建模都以计算机为工具,但我们认为数学建模是让学生学会利用数学知识和计算机手段来解决实际问题,而数学实验在教会学生利用数学知识和计算机手机来解决实际问题的同时,还可在计算机的帮助下对数学知识有一个更深入的认识。在这本教材的试验教学阶段,我们常常会思考该课程的内容与后续课程之间的关系问题。随着教学的深入,数学实验会涉及如数值计算、优化模型、微分方程和数学建模等内容,但是数学实验不是替代这些内容的,而是偏重于让学生通过学习,用数学软件实现其中一些算法,并会利用它来解决一些实际的问题。

本书的初稿由湖北省教学研究项目——“数学实验课程的教学研究”的试验教学内容组成。付丽华老师对第三部分的综合实验进行了仔细的校订,杨非老师对全书作了最后的校阅。

整个教材的写作过程自始至终得到了中国地质大学(武汉)博士生导师李宏伟

教授,华中科技大学博士生导师卢炎生教授、刘斌教授的指导,以及中国地质大学(武汉)教务处、数学与物理学院和数学教研室领导的关心和大力支持,作者在此表示感谢。由于作者的水平有限,书中的瑕疵在所难免,希望广大读者批评指正。

肖海军

2007年8月

目 录

第一部分 MATLAB 简介

第一章 MATLAB 的基本功能	3
第一节 基本运算与函数	3
第二节 集合多个命令于一个 M 文件	10
第三节 循环	13
第四节 逻辑命令	15
第五节 搜寻路径	18
第六节 资料的储存与载入	20
第二章 MATLAB 作图	22
第一节 平面绘图	22
第二节 立体绘图	34

第二部分 大学数学基本实验

实验一 函数的极限	45
实验二 导数及偏导数计算	53
实验三 积分	64
实验四 方程的近似根与迭代法	73
实验五 多项式	82
实验六 矩阵与线性方程组	91
实验七 数据分析	97
实验八 曲线拟合与插值	106
实验九 常微分方程与级数	121
实验十 有约束条件的规划问题	127

第三部分 数学建模综合实验

实验一 DEM 地形描述误差问题	137
------------------------	-----

实验二	GPS 技术在城市交通状况实时检测技术中的应用问题	143
实验三	核废料的妥善处理问题	149
实验四	离散数据网格化问题	155
实验五	数字滤波分析	162
实验六	无线电信道通信的吞吐率分析	169
实验七	节水洗衣机	177
实验八	车灯线光源的优化设计	186
参考文献		195

第一部分 MATLAB 简介

第一章 MATLAB 的基本功能

第一节 基本运算与函数

在 MATLAB 下进行基本数学运算,只需将运算式直接输入提示符号“>>”之后,再按 Enter 键即可。例如:

```
>> (5*2+1.5-0.8)*10/25
```

按 Enter 键后,显示结果

```
ans=
```

```
4.2800
```

```
>>
```

MATLAB 会将运算结果直接存入一个变量 *ans*,代表 MATLAB 运算后的答案(answer),并显示其数值于显示器的屏幕上。

说明:“>>”是 MATLAB 的提示符号(prompt),但在 PC 中文视窗系统下,由于编码方式不同,此提示符号常常不显示,这并不会影响到 MATLAB 的运算结果。

使用者也可将上述运算式的结果设定给变量 *x*:

```
x=(5*2+1.5-0.8)*10^2/25
```

```
x=
```

```
42.8000
```

此时 MATLAB 会直接显示 *x* 的值。由上例可知,MATLAB 可直接识别一般常用到的加“+”、减“-”、乘“*”、除“/”的数学运算符号,以及幂运算“^”。

说明:MATLAB 将所有变量均存成 double 的形式,所以不需经过变量宣告(variable declaration)。MATLAB 同时也会自动进行记忆体的使用和回收,而不必像 C 语言那样,必须由使用者一一指定。这些功能使得 MATLAB 易学易用,使用者可专心致力于撰写程序,而不必被软件枝节问题所干扰。

若不想让 MATLAB 每次都显示运算结果,只需在运算式最后加上分号“;”即可,如下例:

```
y=sin(5)*exp(-0.5*4^2);
```

若要显示变量 *y* 的值,直接键入 *y* 后按 Enter 键即可:

```
y
```

```
y=
```

-3.2168e-004

在上例中, $\sin$ 是正弦函数, $\exp$ 是指数函数, 这些都是 MATLAB 常用到的数学函数. MATLAB 常用的基本数学函数及三角函数分别见表 1.1 和 1.2.

表 1.1 MATLAB 常用的基本数学函数

常用基本函数	意义	常用基本函数	意义
$\text{abs}(x)$	纯量的绝对值或向量的长度		符号函数 (signum function)
$\text{angle}(z)$	复数 z 的相角 (phase angle)		当 $x < 0$ 时, $\text{sign}(x) = -1$;
$\text{sqrt}(x)$	开平方	$\text{sign}(x)$	当 $x = 0$ 时, $\text{sign}(x) = 0$;
$\text{real}(z)$	复数 z 的实部		当 $x > 0$ 时, $\text{sign}(x) = 1$
$\text{imag}(z)$	复数 z 的虚部	$\text{rem}(x, y)$	求 x 除以 y 的余数
$\text{conj}(z)$	复数 z 的共轭复数	$\text{gcd}(x, y)$	整数 x 和 y 的最大公因数
$\text{round}(x)$	四舍五入至最近整数	$\text{lcm}(x, y)$	整数 x 和 y 的最小公倍数
$\text{fix}(x)$	无论正负, 舍去小数至最近整数	$\exp(x)$	自然指数 e^x
$\text{floor}(x)$	地板函数, 即舍去正小数至最近整数	$\text{pow2}(x)$	2 的指数 2^x
$\text{ceil}(x)$	天花板函数, 即加入正小数至最近整数	$\log(x)$	以 e 为底的对数, 即自然对数或 $\ln(x)$
$\text{rat}(x)$	将实数 x 化为分数表示	$\log_2(x)$	以 2 为底的对数 $\log_2(x)$
$\text{rats}(x)$	将实数 x 化为多项分数展开	$\log_{10}(x)$	以 10 为底的对数 $\log_{10}(x)$

表 1.2 MATLAB 常用的三角函数

常用三角函数	意义	常用三角函数	意义
$\sin(x)$	正弦函数	$\sinh(x)$	双曲正弦函数
$\cos(x)$	余弦函数	$\cosh(x)$	双曲余弦函数
$\tan(x)$	正切函数	$\tanh(x)$	双曲正切函数
$\text{asin}(x)$	反正弦函数	$\text{asinh}(x)$	反双曲正弦函数
$\text{acos}(x)$	反余弦函数	$\text{acosh}(x)$	反双曲余弦函数
$\text{atan}(x)$	反正切函数	$\text{atanh}(x)$	反双曲正切函数
$\text{atan2}(x, y)$	四象限的反正切函数		

MATLAB 中, 变量也可用来存放向量或矩阵, 并进行各种运算, 如下例的行向量 (row vector) 运算:

$x = [2 \ 3 \ 5 \ 2];$

$y = 2 * x + 1$

$y =$

5 7 11 5

说明: MATLAB 的变量命名的规则为, ① 一个字母必须是英文字母; ② 字母间不可留空格; ③ MATLAB 6.0 最多只能有 31 个字母, MATLAB 会忽略多余字母。

在 MATLAB 中可以随意更改、增加或删除向量的元素, 例如:

```
y(3)=2           %更改第三个元素
```

```
y=
    5 7 2 5
```

```
y(6)=10          %加入第六个元素
```

```
y=
    5 7 2 5 0 10
```

```
y(4)=[]          %删除第四个元素
```

```
y=
    5 7 2 0 10
```

在上例中, MATLAB 会忽略所有在百分比符号“%”之后的文字, 因此百分比之后的文字均可视为程序的注解(comments)。

MATLAB 亦可取出向量的一个元素或一部分来做运算, 例如:

```
x(2)*3+y(5)      %取出 x 的第二个元素和 y 的第四个元素来做运算
```

```
ans=
    9
```

```
y(2:4)-2          %取出 y 的第二至第四个元素来做运算
```

```
ans=
    5 0 -2
```

在上例中, 2:4 代表一个由 2、3、4 组成的向量, 同样的方法可用于产生公差为 1 的等差数列, 例如:

```
x=7:16
x=
    7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
```

若不希望公差为 1, 则可将所需公差直接置于 4 与 13 之间, 例如:

```
x=7:3:16          %公差为 3 的等差数列
x=
    7 10 13 16
```

事实上, 在 MATLAB 中可利用 linspace 来产生任意的等差数列, 例如:

```
x=linspace(4,10,6) %等差数列:首项为 4,末项为 10,项数为 6
x=
    4.0000 5.2000 6.4000 7.6000 8.8000 10.0000
```

若对 MATLAB 函数用法有疑问,可使用 help 来寻求在线帮助(on-line help):

```
help linspace
```

```
Linspace Linearly spaced vector.
```

```
Linspace(X1,X2) generates a row vector of 100 linearly  
equally spaced points between X1 and X2.
```

```
Linspace(X1,X2,N) generates N points between X1 and X2.
```

```
For N < 2,Linspace returns X2.
```

```
See also LOGSPACE, :.
```

MATLAB 的查询命令 help 用来查询已知命令的用法. 例如已知 inv 是用来计算逆矩阵,键入 help inv 即可得知有关 inv 命令的用法. 若键入 help help 则显示 help 的用法.

lookfor 用来寻找未知的命令. 例如要寻找计算逆矩阵的命令,可键入 lookfor inverse,MATLAB 即会列出所有和关键字 inverse 相关的指令. 找到所需的命令后,即可用 help 进一步找出其用法.

MATLAB 中,符号“'”用于表示向量或矩阵的转置(transpose),将行向量转置后,即可得到列向量(column vector),例如:

```
z=x'
```

```
z=
```

```
4.0000
```

```
5.2000
```

```
6.4000
```

```
7.6000
```

```
8.8000
```

```
10.0000
```

不论是行向量或列向量,均可用相同的函数找出其元素个数、最大值、最小值等,例如:

```
length(z)           % z 的元素个数
```

```
ans=
```

```
6
```

```
max(z)              % z 的最大值
```

```
ans=
```

```
10
```

```
min(z)              % z 的最小值
```

```
ans=
```

4

MATLAB 中适用于向量的常用函数见表 1.3.

表 1.3 适用于向量的常用函数

常用向量函数	意义	常用向量函数	意义
min(x)	向量 x 的元素的最小值	length(x)	向量 x 的元素个数
max(x)	向量 x 的元素的最大值	norm(x)	向量 x 的欧氏(Euclidean)长度
mean(x)	向量 x 的元素的平均值	sum(x)	向量 x 的元素总和
median(x)	向量 x 的元素的中位数	prod(x)	向量 x 的元素总乘积
std(x)	向量 x 的元素的标准差	cumsum(x)	向量 x 的累计元素总和
diff(x)	向量 x 的相邻元素的差	cumprod(x)	向量 x 的累计元素总乘积
sort(x)	对向量 x 的元素按从小到大的顺序 进行排序(sorting)	dot(x,y)	向量 x 和 y 的内积
		cross(x,y)	向量 x 和 y 的外积

MATLAB 中,大部分的向量函数也可适用于矩阵.

若要输入矩阵,则必须在每一行结尾加上分号“;”,例如:

```
A=[1 2 3 4; 5 6 7 8; 9 10 11 12];
```

```
A
```

```
A=
```

```
1 2 3 4
```

```
5 6 7 8
```

```
9 10 11 12
```

同样地,也可以对矩阵进行各种处理,例如:

```
A(2,3)=5 %改变位于第二行,第三列的元素值
```

```
A=
```

```
1 2 3 4
```

```
5 6 5 8
```

```
9 10 11 12
```

```
B=A(2,1:3) %取出部分矩阵 B
```

```
B=
```

```
5 6 5
```

```
A=[A B'] %将 B 转置后以列向量并入 A
```

```
A=
```

```
1 2 3 4 5
```

```
5 6 5 8 6
```

```
9 10 11 12 5
```

```

A(:,2)=[]      %删除第二列(:代表所有列)
A=
    1    3    4    5
    5    5    8    6
    9   11   12    5
A=[A; 4 3 2 1] %加入第四行
A=
    1    3    4    5
    5    5    8    6
    9   11   12    5
    4    3    2    1
A([1 4],:)=[] %删除第一和第四行(:代表所有列)
A=
    5    5    8    6
    9   11   12    5

```

这几种矩阵处理的方式可以相互叠代运用,产生各种意想不到的效果,就看各位的巧思和创意。

说明:在 MATLAB 的内核结构中,每一个矩阵都是一个以列为主(column-oriented)的阵列(array)因此对于矩阵元素的存取,可用一维或二维的索引(index)来定址。举例来说,在上述矩阵 A 中,位于第二行、第三列的元素可写为 $A(2,3)$ (二维索引)或 $A(6)$ (一维索引,即将所有直行进行堆叠后的第六个元素)。

此外,若要重新安排矩阵的形状,可用 reshape 命令,例如:

```

B=reshape(A,4,2) %4是新矩阵的行数,2是新矩阵的列数
B=
    5    8
    9   12
    5    6
   11    5

```

说明: $A(:)$ 就是将矩阵 A 每一行堆叠起来,成为一个列向量,而这也是 MATLAB 变量的内部储存方式。以前例而言,reshape(A,8,1)和 $A(:)$ 同样都会产生一个 8×1 的矩阵。

MATLAB 可同时执行数个命令,但需要以逗号或分号将命令隔开,例如:

```

x=sin(pi/4);y=x^3;z= y*15,
z=
    5.3033

```

若一个数学运算式子太长,则可用三个句点将其延伸到下一行,例如:

```
z=15*sin(pi/4)*...
sin(pi/6);
```

若要检视现存于工作空间(workspace)的变量,可键入 who,例如:

```
who
Your variables are:
testfile x
```

testfile x 是由使用者定义的变量. 若要知道这些变量的详细资料,可键入:

```
whos
Name Size Bytes Class
A 2x4 64 double array
B 4x2 64 double array
ans 1x1 8 double array
x 1x1 8 double array
y 1x1 8 double array
z 1x1 8 double array
Grand total is 20 elements using 160 bytes
```

使用 clear 可以删除工作空间的变量,例如:

```
clear A
A
• ??? Undefined function or variable 'A'.
```

另外 MATLAB 有些永久常数(permanent constants),虽然在工作空间中看不到,但使用者可直接取用,例如:

```
pi
ans=
3.1416
```

MATLAB 的常用永久常数见表 1.4.

表 1.4 MATLAB 常用永久常数

命令	命令的意义	命令	命令的意义
i 或 j	基本虚数单位(即 $\sqrt{-1}$)	pi	圆周率 π (=3.1415926...)
eps	系统的浮点(floating-point)精确度	realmax	系统所能表示的最大数值
inf	无限大,例如 1/0	realmin	系统所能表示的最小数值
nan 或 NaN	非数值(not a number),例如 0/0		