

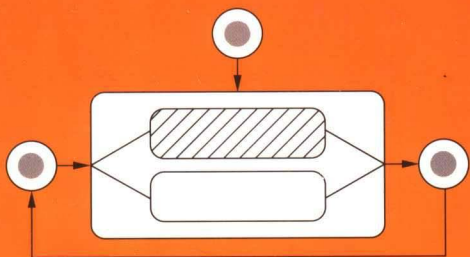
On Algorithm

Evolution

Evolution

算法演化论

王能超 著



高等教育出版社

0242. 2/3

2008

算法演化论

王能超 著



高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

算法演化论/王能超著. —北京: 高等教育出版社,
2008. 1

ISBN 978-7-04-022262-3

I. 算… II. 王… III. 算法—演化—研究

IV. 0242. 23

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 141123 号

策划编辑 刘 英 责任编辑 刘 英 封面设计 张申申 责任绘图 尹文军
版式设计 张 岚 责任校对 胡晓琪 责任印制 尤 静

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
印 刷	北京铭成印刷有限公司		http://www.landaco.com.cn
		畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787×1092 1/16	版 次	2008 年 1 月第 1 版
印 张	21.25	印 次	2008 年 1 月第 1 次印刷
字 数	380 000	定 价	36.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 22262-00

内 容 简 介

本书共分三卷，其内容环环相扣，自成一统。

上卷《数值算法设计》力图突破传统的计算方法学的学科体系，从一种统一的观点来阐述数值算法设计的原则、思想和方法。

上卷共分五章。前三章介绍常规算法的设计技术，即所谓缩减技术、校正技术和松弛技术。后两章分别介绍快速算法设计与并行算法设计的二分技术。二分技术是高效算法的设计技术。

本书中卷《二分演化技术》是二分技术的进一步展开，其内容侧重于同步并行算法的设计与分析，所考察的计算模型有叠加计算、一阶线性递推、三角方程组与三对角方程组等。中卷最后一章介绍了快速 Fourier 变换 FFT。FFT 是优秀算法的典范。

同 FFT 比较，快速 Walsh 变换更为精彩。本书下卷《Walsh 演化分析》着重考察了 Walsh 函数与 Walsh 变换的演化机制。为刻画 Walsh 函数系的排序方式，作为铺垫，下卷的第 1 章剖析了序数编码的二分策略。

本书适应多层次读者的要求，既可作为工科专业大学生和研究生学习数值分析(计算方法)课程的课外读物，亦可供从事算法研究的学者们和从事科学计算的广大工程技术人员参考。

谨将本书献给我的导师谷超豪先生，
衷心感谢先生多年的培养教育与亲切关怀。

感谢学术泰斗、百岁寿星徐献瑜先生为本书题词，
徐先生的高尚情操在晚辈心中矗立着人格的丰碑。

感谢先辈程民德先生对本书学术思想的评说，
先生的鼓励是鞭策我辈奋进的强大动力。

感谢李大潜先生多年的情谊，激励作者有所作为。

北京大学徐献瑜先生的题词^①

探 赜 索 隱
鉤 深 致 遠

九八老人

徐献瑜題



大
學
書
院

^① 2007年7月26日，98岁高龄的徐献瑜先生热情地为本书题词“探赜索引 钩深致远”。这句话引自《周易·系辞上传》第十一章，其含义是，探究繁杂的现象，追索隐秘的事理，钩取深沉的法则，获致远大的成就。

北京大学程民德先生的评说^①

王能超教授是我国并行算法设计的先驱者之一。他在这方面有许多独特的重要贡献，其中最主要的是他巧妙地运用二分技术于并行算法设计，把相当多的一类用串行算法需 N 次运算的问题，只要提供足够数量的处理机进行并行计算，即可把运算次数从 N 降到 $\log_2 N$ 。串行算法中的快速算法如 FFT 把运算次数从 N^2 阶降到 $N\log_2 N$ 阶而著称于世，而并行算法利用二分技术则能对许多类型的大量计算问题的运算次数下降到相应程度。

王能超教授在并行算法设计中所以能取得巨大进展，主要由于他对算法设计的基本原理有深刻的研究，这反映在他的专著《数值算法设计》一书中。该书有许多独到的论点。他首先不同意国际上流行的所谓并行算法是一门“全新”的算法，必须摆脱传统的算法设计的“束缚”。他认为从传统算法到快速算法，进而到今日正在兴起的并行算法，是算法设计的深化与提高。他运用二分技术于并行算法设计并取得丰硕成果，正好说明并行算法设计的研究不应脱离串行算法，而应从中吸取其基本原理并加以深化与提高。另外，他一方面指出计算数学是一门新兴学科，但它深深扎根于数学的肥沃土壤之中，并从数学的母体里汲取了极为丰富的营养；另一方面他又指出计算数学应当是数学与计算机科学的交叉学科，它应兼有这两门学科的基本特征，从而提出了“面向计算机”的数值算法设计学的尝试。

正是由于这些独到的论点，使他在并行算法设计的研究中取得巨大的、实质性的进展，推动了这门算法设计学的发展。他的这本专著曾获中南地区大学出版社协会优秀学术著作一等奖。这确是一本在算法设计学中独具特色、富有创造性的优秀学术著作，为此我热烈建议授予(国家教委科技进步奖)一等奖。

程民德

1992年5月22日

^① 1992年5月，《数值算法设计》一书申报“国家教委科技进步奖”。程民德先生写了这份“评审意见书”。意见书后附有程先生的评审结论：创造性——重大发现；先进性——国际先进；学术意义——对学科发展有重大影响。

自序^①

我们迎来了新世纪的黎明。21 世纪犹如喷薄欲出的一轮红日呈现在人们面前。在这世纪更迭的神圣时刻，人们正满怀激情地发问：新世纪的科学会有什么样的新风采？

新世纪呼唤新科学

回顾已经过去的 20 世纪，谁也不会否认这样的事实：这个世纪的科学技术取得了惊人的成就，在科学史上谱写了辉煌的篇章。

在 20 世纪末，具有远见卓识的学者们意识到人类科学正面临着一个新的转折点。1984 年，在诺贝尔奖获得者 P. W. Anderson、M. Gell-Mann 和 K. S. Arrow 等人的支持下，美国一批从事物理、经济、生物和计算机等学科研究的学者们创立了著名的桑塔费研究所 SFI，试图探索未来科学的思维方式。SFI 首任所长 G. A. Cowan 尖锐地指出：

“通往诺贝尔奖的堂皇道路，通常是由简化论和还原论的思维方式取得的，这就造成了科学上越来越多的碎裂片，而真实的世界要求我们用更加整体的眼光去看问题。”

SFI 认为，从局部到整体必然会导致问题的复杂化，他们将未来科学命名为“复杂科学”。

科学研究离不开数学。伽利略有句名言：宇宙这本大书是用数学语言写成的。数学是科学的世界语。数学是协助科学探索的有力工具。缺乏数学思维指导的科学活动必然是盲目的、肤浅的。

众所周知，近代科学诞生于有着雄厚数学基础的 17 世纪。17 世纪被誉为数学史上“天才的世纪”。这个世纪取得了三项伟大的数学成就：对数方法将繁复的乘除运算化归为简易的加减运算；解析几何方法将玄奥的几何命题化归为浅显的代数命题；微积分方法用简单的代数多项式逼近一般的复杂函数。总之，数学思维的基本特征是将复杂转化为简单。

数学的目的是追求简单，然而当今的科学却片面地强调“复杂”，炫耀“复杂”。复杂与简单果真是不可调和吗？数学与当今科学能够相互沟通交

^① 本书的学术思想贯穿于作者多年的教学实践中。这里摘引了教材《计算方法——算法设计及其 MATLAB 实现》(高等教育出版社, 2005) 的“自序”。

融吗？

新科学需要新观念

什么是“复杂”？在某种意义上，复杂意味着知识的缺乏。一个命题，在没有解决之前是复杂的，解决之后它就变得简单了；一种规律，在没有掌握之前是玄奥的，掌握之后就变得浅显了。

我们正处在计算机时代。计算机的广泛应用日益改变着世界的面貌，也深刻地影响着人们的思维方式。计算机的工作原理是简单的，它只会做加减乘除的二进制运算，然而依赖各式各样的算法，它却能承担极其复杂的计算任务。计算机上的算法究竟是怎样设计的呢？

本书以大量的算法案例透析出一个发人深省的事实：**算法设计的基本理念是，通过简单的重复生成复杂，或者说，将复杂化归为简单的重复。**在算法设计过程中，重复就是力量。这里所说的“重复”本质上是某种演化过程。

我们深信，复杂的事物可能具有简单的演化机制，而简单的模型则可能具有复杂的演化形态。如果发展到极致，复杂与简单可能合于一体：极端复杂就可能等于极端简单。

复杂和简单是相互变通的。它们两者是矛盾的统一体。

新观念仰赖大智慧

算法设计的基本思想是简朴的。算法设计的基本技术是简单的。算法设计追求简易。

追求简易是中华文化的一个重要特色。关于“简易”，我国古代经典《周易》有如下精辟的论述：

易则易知，简则易从。

易知则有亲，易从则有功。

有亲则可久，有功则可大。

可久则贤人之德，可大则贤人之业。

解释这番话的含义。

何谓“简易”？“易”，是指所讲的道理要易于理解；“简”，是指所教的方法要易于掌握。

道理易于理解就会使人亲近，彼此亲近才会长久合作；方法易于掌握方能收到功效，讲究功效就能壮大力量。

因此，崇尚简易是科学工作者的一项重要品德，具备这一品德才能成就伟大的事业。

这是古今中外共通的大智慧。

纵观数值算法学的发展史，中华先贤做出过杰出的贡献。中华民族是个智慧的民族。算法设计是中华数学的强项。科学探索要国际化，首先要民族化。为要同国际先进水平接轨，先要向智慧的中华先贤讨教。在中华民族正和平崛起的今天，我们肩负着伟大而神圣的使命：

复兴先贤伟业，重振中华雄风！

王能超

2004年9月18日

前言

廿年磨一剑。

20年前的1986年夏，作者应邀在全国计算数学教学研究会(桂林会议)上，举办题为“数值算法设计”的学术讲座。讲座中提出用一套数学技术统一计算机上的数值算法，进而设想“数值算法设计学”的学科体系。这一体系撇开繁杂深奥的高等数学知识，其设计思想易于理解，设计方法易于掌握。参加讲座的计算数学的老师们对这一体系表现出浓厚的兴趣，敦促作者撰写相关的学术著作。

这方面的专著《数值算法设计》于1988年夏由华中科技大学出版社出版，该书当年获中南地区大学出版社协会优秀学术著作一等奖，1992年又获原国家教委科技进步奖。

本书上卷保持了该书的风貌，文字上未作任何实质性的改动，中卷与下卷则是该书内容的进一步发挥。

当今正处于信息化与数字化的新时代，作为一种数学技术，快速变换是数字信号处理的关键技术。另一方面，随着计算机体系结构的并行化趋势，关于并行算法的研究日益为人们所重视。适应这种需要，本书中卷更加深入地探讨了二分技术在并行算法设计与快速算法设计中的应用。

本书中卷的内容主要取材于作者的专著《同步并行算法设计》，该书获中国科学院科学出版基金的资助，于1996年由科学出版社出版。

顺应信息科学蓬勃发展的需要，本书中卷介绍了快速 Fourier 变换 FFT。这是快速变换中的经典部分。半个世纪以来，FFT 在数字信号处理领域应用广泛，始终扮演着重要角色。

然而同 FFT 相比较，快速 Walsh 变换 FWT 的算法结构更为优美，本书下卷展开这方面的讨论。

在20世纪90年代中期，我们结合863课题“并行图像处理的算法研究与软件研制”，深入探讨了 Walsh 函数的演化机制。1996年底，作为课题总结提交了“Walsh 演化分析”的研究报告。本书下卷就是在这份研究报告的基础上修订而成的。

关于 Walsh 演化分析的探索使我们的研究工作上升到新的境界，从二分算法概括出二分技术，进而提炼出所谓二分演化模式。二分演化机制普遍适用于演化数学的方方面面。

令人惊异的是，我们所推荐的二分演化机制流程图，其实是一张紧凑的、浓缩了的易学八卦图。二分演化思想植根于中华传统文化的太极思维。

被推崇为“万世师尊”的孔子晚年爱好易学。他学易的方法是“玩索而有得”。怀着兴趣去钻研，结合科研实践有所体会，我们正是以这种心态进行科学探索的。作者清醒地认识到，所谓二分演化的说法还只是一家之言，它是否有意义尚有待历史的考验。这里，作者将自己多年的研究心得展示出来，期望得到学术界长辈和同行们的批评指教。

本研究得到多项国家自然科学基金与国防预研基金的支持，包括国家自然科学基金课题“高性能计算中的快速算法及其应用研究”（编号：60473025）的赞助。

王能超

2007年元月12日

总 目 录

本书旨在阐发数值算法的演化机制,其内容分数值算法设计、二分演化技术与 Walsh 演化分析三卷逐步深入。

上卷 数值算法设计

探究数值算法的统一的设计技术,其中包括直接法的缩减技术、迭代法的校正技术、迭代加速的松弛技术以及快速算法与并行算法的二分技术。

导 论 探究数值算法设计学的新体系	7
第 1 章 缩减技术	11
第 2 章 校正技术	35
第 3 章 松弛技术	59
第 4 章 快速算法设计	93
第 5 章 并行算法设计	103

中卷 二分演化技术

深入阐述快速算法设计与并行算法设计的二分技术。运用二分技术设计出的二分算法是一类高效算法,其计算流程是个计算模型逐次减半的演化过程。

导 论 新世纪呼唤新思维	133
第 1 章 什么是并行计算	139
第 2 章 叠加计算	143
第 3 章 一阶线性递推	156
第 4 章 三角方程组	180
第 5 章 三对角方程组	193
第 6 章 快速 Fourier 变换	200

下卷 Walsh 演化分析

快速 Walsh 变换是一类精妙的快速算法。研究表明, Walsh 方阵的演化生成是个阶数逐步倍增的进化过程, 而快速 Walsh 变换的计算流程则是 Walsh 方阵阶数逐次减半的退化过程。在这种意义上, 它们二者互为反过程。

导 论	Walsh 分析的研究会导致一场“革命”吗	217
第 1 章	序数编码	221
第 2 章	Walsh 函数的演化生成	240
第 3 章	快速 Walsh 变换	261
第 4 章	第四种序	279
第 5 章	Haar 演化	294
参考文献		319

数值算法设计

提要：1986年夏，作者应邀在全国计算数学教学研究会（桂林会议）上，举办题为“数值算法设计”的学术讲座。讲座中提出用一套数学技术统一计算机上的数值算法，进而设想“数值算法设计学”的学科体系。这方面的专著《数值算法设计》于1988年夏问世，由华中科技大学出版社出版。该书是年获中南地区大学出版社协会优秀学术著作一等奖。这次再版保持了初版的原貌，文字上未作任何实质性的改动。

20年前出版的这本著作反复强调，算法设计的基本原则是，将复杂计算逐步归结为一系列简单过程的重复；算法设计所坚持的理念是，简单的重复生成复杂。

上 卷 目 录

导 论 探究数值算法设计学的新体系	7
第 1 章 缩减技术	11
1.1 Zeno 悖论的启示	11
1.1.1 Zeno 悖论	11
1.1.2 欧几里得算法	12
1.1.3 缩减技术的设计思想	13
1.2 方程求根的区间压缩法	14
1.2.1 逐步搜索法	14
1.2.2 二分法	14
1.2.3 弦位法	15
1.2.4 优选法	16
1.2.5 关于精度控制	17
1.3 多项式求值的降阶法	17
1.3.1 秦九韶算法	17
1.3.2 多项式求导	18
1.3.3 递推算式求终值	19
1.4 解线性方程组的消去法	19
1.4.1 回代算法	20
1.4.2 Gauss 消去法	21
1.4.3 追赶法	22
1.4.4 消去法的变形	24
1.5 矩阵求逆的消去法	26
1.5.1 Jordan 消去法	26
1.5.2 矩阵求逆	28
1.6 解矩阵特征值问题的旋转法	30
小结	33
第 2 章 校正技术	35
2.1 Zeno 悖论的进一步剖析	35
2.1.1 Zeno 悖论与迭代过程	35
2.1.2 迭代法的设计思想	36
2.1.3 迭代过程的压缩性	37
2.1.4 迭代过程的局部收敛性	38

2.1.5	迭代过程的加速	39
2.2	方程求根的 Newton 法	40
2.2.1	Newton 法及其变形	40
2.2.2	Newton 法应用举例	43
2.2.3	Newton 下山法	46
2.2.4	求重根的 Newton 法	46
2.2.5	代数方程求根的 Newton 法	47
2.2.6	非线性方程组的情形	48
2.3	解线性方程组的迭代法	48
2.3.1	迭代公式的建立	49
2.3.2	迭代方法的实质	50
2.3.3	迭代过程的收敛性	51
2.3.4	消去法的迭代改善	54
2.4	迭代加速的松弛技术	55
2.4.1	用松弛技术构造迭代公式	55
2.4.2	方程求根的松弛法	56
2.4.3	解线性方程组的松弛法	57
小结		58
第 3 章	松弛技术	59
3.1	千年称雄的一项数学成就	59
3.1.1	数学史上一桩千古疑案	59
3.1.2	π 求值的松弛算法	60
3.2	插值方法	61
3.2.1	代数精度的概念	61
3.2.2	线性插值	62
3.2.3	Lagrange 插值公式	63
3.2.4	Aitken 插值公式	64
3.2.5	Aitken 算法	66
3.2.6	Neville 算法	67
3.2.7	一点注记	68
3.3	数值求积	68
3.3.1	数值求积的基本思想	69
3.3.2	Newton-Cotes 公式	69
3.3.3	Gauss 公式	70
3.3.4	求积公式逐步构造	72
3.4	常微分方程数值解	76
3.4.1	基本概念	76
3.4.2	Adams 方法	77