

王后雄学案

---

# 教材完全解读

---

总策划：熊辉



修订版

---

## 高二数学(下)

---

丛书主编：王后雄  
本册主编：马春华

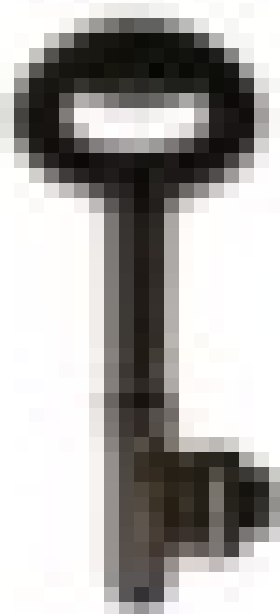


中国青年出版社

原 著 者 著

# 教材完全解读

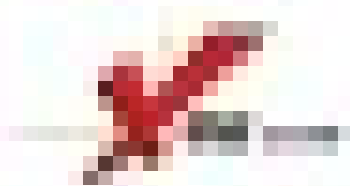
高中 物理



名师 解读

## 高中物理(下)

必修 3 选修 3-1  
选修 3-2 选修 3-5



人民教育出版社

《新课程全宗林》 高中数学

高中数学

王后雄学案

# 教材完全解读

## 高二数学(下)

主编：马春华

编委：郑晓玲 章雄钢

陈 锐 周建国

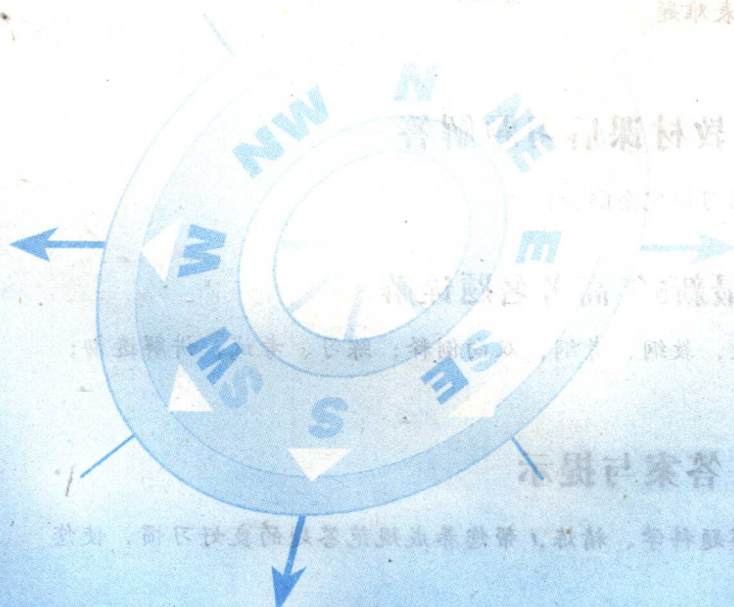
左建华 吴海林

胡福民 程 林

姚火生 黄光文

张 莹 张新平

肖建章 王新佑



中国青年出版社

**(京)新登字 083 号**

**图书在版编目(CIP)数据**

教材完全解读. 高二数学. 下: 2008年修订版/马春华主编. —5版. —北京:  
中国青年出版社, 2007

ISBN 978-7-5006-5529-9

I. 教... II. 马... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 137612 号

策 划:熊 辉

责任编辑:李 杨

封面设计:小 河

**教材完全解读**

**高二数学(下)**

中国青年出版社出版 发行

社址:北京东四 12 条 21 号 邮政编码:100708

网址:www.cyp.com.cn

编辑部电话:(010)64034328

北京中青人出版物发行有限公司电话:(010)64017809

北京瑞德印刷有限公司印制 新华书店经销

889×1194 1/16 13.5 印张 365 千字

2007 年 9 月北京第 5 版 2007 年 10 月第 12 次印刷

印数:199001—209000 册

定价:21.30 元

本书如有任何印装质量问题,请与出版处联系调换

联系电话:(010)84035821



世界由心开始

## X导航——用心著书，用心育人

故事中的世界里有一对象征幸福的青鸟，每个人都在耗尽毕生的精力去努力寻找……

X导航——致力于收获每一位学生的笑脸：每一张洋溢着幸福与希冀的笑脸；每一张写满骄傲与自豪的笑脸；每一张实现梦想后成功与满足的笑脸，这是我们的青鸟。

你的呢……

 NAVIGATION  
导航教育网  
WWW.XXTS.COM.CN

X导航最新教辅

# 高考专辑



《高考总复习·1轮集训》 <small>大纲版 课标版</small>			《高考完全解读》 <small>大纲版 课标版</small>			《高考完全解读·2轮专题》 <small>大纲版 课标版</small>			《导航38套·高考模拟试题汇编》			
语文	物理	政治	语文	物理	政治	语文	物理	政治	语文	物理	政治	文科综合
数学	化学	历史	数学	化学	历史	数学	化学	历史	数学	化学	历史	理科综合
英语	生物	地理	英语	生物	地理	英语	生物	地理	英语	生物	地理	

打造教辅图书精品是“X导航教育研发中心”一贯的原则，经过十年的不懈努力，最新版“X导航丛书”在继承原有优点的基础上，以全新的新教材内容题型和装帧形式与广大读者见面，全面展示“X导航教育研发中心”最新科研成果。

新版“X导航丛书”内容更丰富，题型更新颖，讲解更详尽，方法更科学，装帧更精美……



# 学考新捷径：《教材完全解读》

## —— 中学教材诠解学生版

在现行的教育体制下，掌握教材是学习的根本。优秀的成绩源于对课堂知识的深入体会；源于对课本内容的理性认识；源于对平常知识的点滴累积。基于这种思想，X导航课研组于2003年7月隆重推出《教材完全解读》。至今已历经数次修订再版，该书以“透析全解、双栏对照、服务学生”为宗旨，助您走向成功。

为了让您更充分地理解本书的特点，请您在选购和使用本书时，先阅读本书的使用方法图示。

### 1 重难点聚焦

考点解读——

“考试解题思维”、“答题要点”，考试解题、答题技巧尽在其中！

### 2 方法·技巧平台

### 3 综合·创新拓展

### 4 能力·题型设计

掌握考试题型变化趋势，体现实践、综合、创新能力。对考试能力题型设计进行了科学的探索和最新的预测。

用A、B、C代表测试题不同的能力层级，A代表基础题，B代表中难题，C代表难题。

### 名师诠释

讲例对照、双栏排版、双色凸现“解题思维”、“解题依据”和“答题要点”，有效地理清解题思路，提高解题效率。

### 点击考点

双色凸现测试要点，方便您查阅解题依据，与讲例相互印证。

当解题无措时，建议您参照提示，在“考点解读”栏中寻找解题依据和思路。

## 教材课后习题解答

详细解答课本课后习题——课后习题完全解密！

## 最新5年高考名题诠解

汇集高考名题，讲解细致入微，教纲、考纲，双向例释；练习、考试，讲解透彻；多学、精练，效果显著。

## 答案与提示

以高考“标准答案”为准，解题科学、精炼，帮您养成规范答题的良好习惯，使您在考试答题中避免不必要的失分。

谨此，预祝您在学习和考试中取得好成绩！

《X导航·教材完全解读》丛书主编 **王后雄**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

# 读者反馈表

您只要如实填写以下几项并寄给我们，将有可能成为最幸运的读者，丰厚的礼品等着您拿，数量有限（每学期50名）一定要快呀！

您最希望得到的**礼品**  (请您自行填写)



A

北京一



B

湖南长沙



C

湖南长沙



## 您的个人资料

(请您务必填写详细，否则礼品无法送到您的手中)

姓名:	学校:	联系电话:
邮编:	通讯地址:	
职业:	教师 <input type="checkbox"/>	学生 <input type="checkbox"/> 调研员 <input type="checkbox"/>
您所在学校现使用的教材版本		
语文:	数学:	英语:
物理:	化学:	生物:
政治:	历史:	地理:
请在右栏列举3本您喜爱的教辅(参)		
您发现的本书错误:		
您对本书的意见或建议:		

以下为地址，请剪下贴在信封上

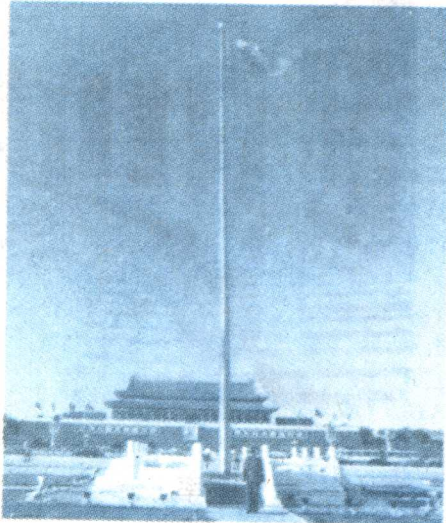
信寄：湖北省武汉市江汉区长江日报路图书大世界湖滨路11号“X导航教育研发中心”收  
邮编：430015



# 目 录

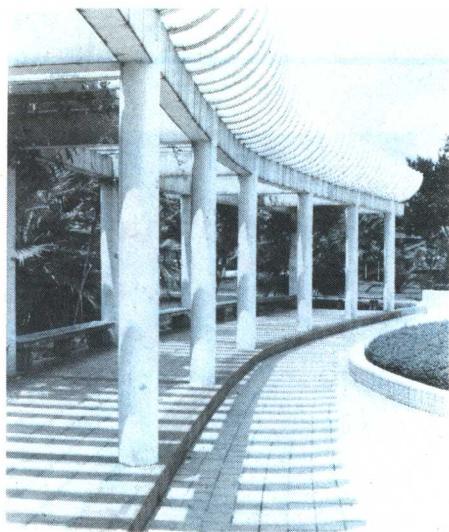
教材知识体系·名师学法指津.....1

## 第九章 直线、平面、简单几何体

9.1 平面.....5	
9.2 空间直线.....11	
9.3 直线与平面平行的判定和性质.....22	
9.4 直线与平面垂直的判定和性质.....29	
9.5 两个平面平行的判定和性质.....39	
9.6 两个平面垂直的判定和性质.....46	
9.7 棱柱.....59	
9.8 棱锥.....68	
研究性学习课题:多面体欧拉定理的发现..... 79	
9.9 球.....84	
补充材料1 空间向量及其运算(适用于B版教材读者).....91	
补充材料2 空间向量的坐标运算(适用于B版教材读者).....100	
单元知识梳理与能力整合.....114	
知识与能力同步测控题.....120	

# 目 录

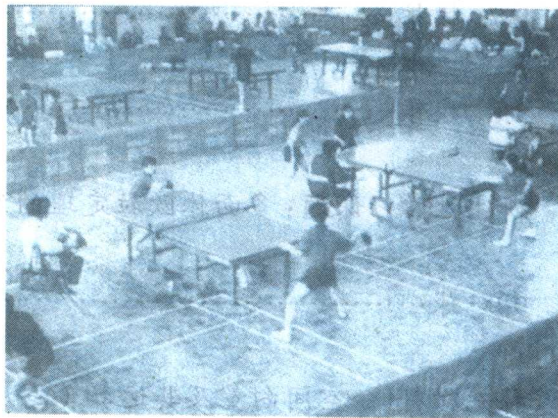
## 第十章 排列、组合和二项式定理



10.1 分类计数原理与分步计数原理·····	122
10.2 排列·····	129
10.3 组合·····	137
10.4 二项式定理·····	146
单元知识梳理与能力整合·····	157
知识与能力同步测控题·····	161

## 第十一章 概率

11.1 随机事件的概率·····	163
11.2 互斥事件有一个发生的概率·····	170
11.3 相互独立事件同时发生的概率·····	175
单元知识梳理与能力整合·····	183
知识与能力同步测控题·····	187



期末测试卷·····	188
------------	-----

答案与提示·····	189
------------	-----

# 知识与方法

## 阅读索引

### 第九章 直线、平面、简单几何体

- 9.1 平面
  - 1. 平面的概念 ..... 5
  - 2. 平面的三个基本性质 ..... 5
  - 3. 熟练掌握符号语言、文字语言、图形语言的等价转化 ..... 6
  - 4. 点线共面、点共线、线共点的证明 ..... 6
  - 5. 平面个数的确定及平面把空间分成若干部分 ..... 7
  - 6. 识图与读图 ..... 7
  - 7. “有且只有”命题的证明及逻辑推理能力的提升 ..... 8
- 9.2 空间直线
  - 1. 正确理解异面直线的概念是掌握空间两条直线位置关系的核心 ..... 11
  - 2. 平行公理、等角定理 ..... 12
  - 3. 空间两直线的位置关系的判定 ..... 12
  - 4. 异面直线的画法 ..... 12
  - 5. 直线平行的证明 ..... 13
  - 6. 异面直线的判定方法 ..... 13
  - 7. 求异面直线所成的角 ..... 14
  - 8. 异面直线的公垂线和距离的探求技巧 ..... 17
  - 9. 平移过程中的空间想象能力 ..... 17
  - 10. 求异面直线所成的角的分析能力和运算能力 ..... 18
- 9.3 直线与平面平行的判定和性质
  - 1. 应用直线和平面平行的判定定理和性质定理时必须具备的三个条件 ..... 22
  - 2. 直线与平面平行的判定方法 ..... 23
  - 3. 证明线线平行的方法 ..... 24
  - 4. 与线面平行相关的“有且只有”命题的证明方法 ..... 25
  - 5. “线线平行”与“线面平行”间的综合转化能力 ..... 25
- 9.4 直线与平面垂直的判定和性质
  - 1. 直线与平面垂直的定义、判定、性质 ..... 29
  - 2. 斜线在平面上的射影 ..... 30
  - 3. 直线和斜线分别与平面所成角 $\theta$ 的范围 ..... 30
  - 4. 三垂线定理及其逆定理 ..... 30
  - 5. 线面垂直的判定方法 ..... 30
  - 6. 线线垂直的判定方法 ..... 31
  - 7. 求点线、点面、线面距离及斜线与平面所成角的方法 ..... 31
- 9.5 两个平面平行的判定和性质
  - 1. 两个平面平行的定义和判定定理 ..... 39
  - 2. 两个平面平行的性质 ..... 40
  - 3. 两个平面平行的判定方法 ..... 41
  - 4. 用“面面平行”的性质证明线面平行、线线平行的方法 ..... 41
  - 5. 面面距离的求法 ..... 41
  - 6. 空间距离的转化能力 ..... 42
  - 7. 平行关系的综合转化能力 ..... 43
- 9.6 两个平面垂直的判定和性质
  - 1. 二面角的概念 ..... 46
  - 2. 两个平面垂直的判定和性质 ..... 46
  - 3. 面面垂直的证明方法 ..... 47
  - 4. 面面垂直性质的应用 ..... 48
  - 5. 二面角的求法 ..... 48
  - 6. 异面直线上两点间的距离公式 ..... 51
  - 7. “无棱”二面角的探求 ..... 51
- 9.7 棱柱
  - 1. 棱柱的分类、性质及计算公式 ..... 59
  - 2. 直棱柱与正棱柱的直观图的画法 ..... 60
  - 3. 利用棱柱的概念和性质判定棱柱的方法 ..... 60
  - 4. 特殊四棱柱及其性质的应用 ..... 60
  - 5. 棱柱的侧面积、全面积和体积的求法 ..... 61
  - 6. 棱柱中的线面关系、棱柱表面上两点间距离最短问题的探求 ..... 61
  - 7. 棱柱中的截面问题 ..... 63
- 9.8 棱锥
  - 1. 棱锥的分类、性质及计算公式 ..... 68
  - 2. 棱锥中相关元素的转换求解 ..... 69
  - 3. 棱锥中的面积计算 ..... 69
  - 4. 棱锥体积的求法、棱锥中线面关系的探求 ..... 70
  - 5. 利用三棱锥的“等积性”解题 ..... 71
  - 6. 棱锥侧面展开图的应用 ..... 72
- 研究性学习课题:多面体欧拉定理的发现
  - 1. 多面体和正多面体 ..... 79
  - 2. 欧拉公式的应用 ..... 81
  - 3. 以多面体为载体的计算问题 ..... 81
- 9.9 球
  - 1. 球的概念和性质、球面距离 ..... 84
  - 2. 球的体积和表面积 ..... 85
  - 3. 截面圆的性质及其应用 ..... 85
  - 4. 球面距离的求法及球面距离的应用 ..... 85
  - 5. 球的表面积和体积的求法 ..... 86
  - 6. 与球相关的组合体问题的处理方法 ..... 86

补充材料1 空间向量及其运算(适用于B版教材读者)

- 1. 空间向量及其加减与数乘运算 ..... 91
- 2. 共线向量、共面向量 ..... 91
- 3. 空间向量的基本定理 ..... 92
- 4. 两个向量的数量积 ..... 92
- 5. 空间向量的运算 ..... 92
- 6. 点共线和点共面问题的证明方法 ..... 93
- 7. 空间向量的数量积的应用 ..... 94
- 8. 用空间向量处理空间图形中“平行”“垂直”“求角”等问题 ..... 94

补充材料2 空间向量的坐标运算(适用于B版教材读者)

- 1. 空间直角坐标系、向量的直角坐标运算 ... 100
- 2. 夹角和距离公式 ..... 101
- 3. 空间坐标系的建立和空间一点的坐标的确定方法 ..... 101
- 4. 空间向量的坐标运算方法 ..... 101
- 5. 空间向量的平行与垂直问题的处理方法 ..... 101
- 6. 利用向量的坐标运算求直线的夹角 ..... 102
- 7. 求线段的长度问题 ..... 102

**第十章 排列、组合和二项式定理**

10.1 分类计数原理与分步计数原理

- 1. 分类计数原理、分步计数原理 ..... 122
- 2. 分类计数原理与分步计数原理的区别 ... 123
- 3. 分类计数原理的应用 ..... 124
- 4. 分步计数原理的应用和两个原理的综合应用 ..... 124
- 5. 一类允许元素重复选取的计数问题 ..... 125
- 6. 涂色问题 ..... 126

10.2 排列

- 1. 排列的定义、排列数的定义和公式 ..... 129
- 2. 正确理解排列的定义 ..... 129
- 3. 排列数公式的理解 ..... 129
- 4. 简单问题的所有排列——“树形”图法 ..... 130
- 5. 无约束条件的排列应用问题 ..... 130
- 6. 有约束条件的排列应用问题 ..... 131
- 7. 解较复杂限制条件的排列问题 ..... 132

10.3 组合

1. 组合的概念、组合数的公式和两个性质

- ..... 137
- 2. 组合数性质的应用 ..... 138
- 3. 组合应用题 ..... 139
- 4. 几何组合应用题 ..... 140
- 5. 组合应用题中的分组问题和分配问题 ... 140
- 6. 利用集合解决组合问题 ..... 141
- 7. 排列组合的综合应用题 ..... 141
- 8. 转化思想在排列组合应用题中的应用 ... 142

10.4 二项式定理

- 1. 二项式定理、二项式系数的性质 ..... 146
- 2. 利用二项式定理的自身特征解题 ..... 147
- 3. 二项展开式的通项公式及应用 ..... 148
- 4. 二项式系数性质的应用 ..... 148
- 5. 求三项式的展开式中指定项的系数 ..... 150

**第十一章 概率**

11.1 随机事件的概率

- 1. 随机事件的基本概念、概率 ..... 163
- 2. 等可能事件的概率 ..... 164
- 3. 利用基本概念判断事件问题 ..... 165
- 4. 随机事件概率和等可能事件概率的求法 ..... 165
- 5. 利用随机事件的概率解决实际问题的能力 ..... 167
- 6. 简化基本事件的方法 ..... 167

11.2 互斥事件有一个发生的概率

- 1. 互斥事件的基本概念 ..... 170
- 2. 事件  $A+B$  的意义及其概率运算公式 ..... 170
- 3. 互斥事件、对立事件的判定方法 ..... 171
- 4. 互斥事件的概率加法公式的应用 ..... 171
- 5. 非互斥事件和事件发生的概率 ..... 171

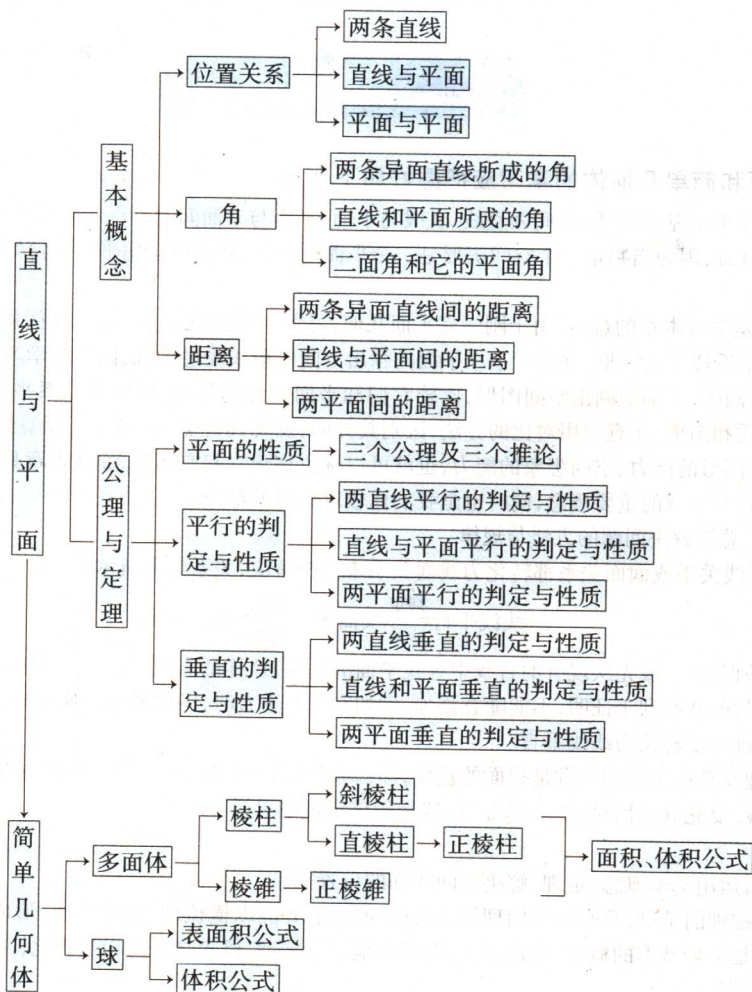
11.3 相互独立事件同时发生的概率

- 1. 相互独立事件的相关概念 ..... 175
- 2. 独立重复试验 ..... 176
- 3. 基本概念的应用 ..... 176
- 4. 相互独立事件同时发生的概率的求法 ... 176
- 5.  $n$  次独立重复试验中某事件恰好  $k$  次发生的概率 ..... 177
- 6. 求复杂事件概率的方法 ..... 177

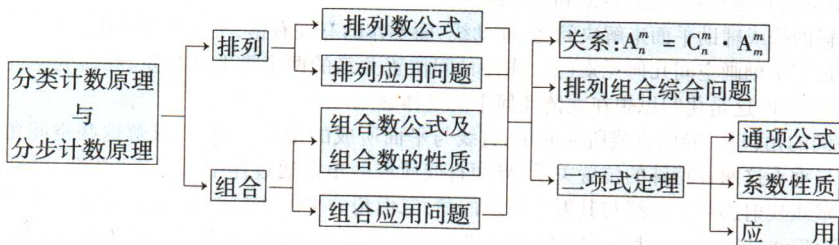
## 教材知识体系·名师学法指津

## 一、全书知识结构图解

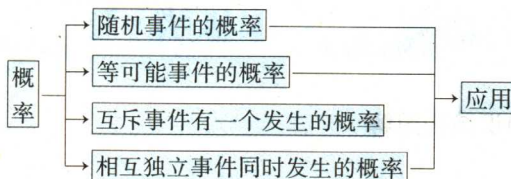
## 1. 直线与平面、简单几何体知识结构图解



## 2. 排列、组合、二项式定理知识结构图解



## 3. 概率知识结构图解



## 二、学法指导

## 1. 对直线、平面和简单几何体的学习应把握好如下几点

(1) 本章的重点是平面的基本性质,空间两直线、直线与平面、平面与平面间的平行和垂直关系. 其中平面的基本性质和平面的确定,是学习本章的基础,因为当判定一个空间图形是一个平面图形后,就可以运用平面几何知识进行研究. 所以学好本章的第一节是学好整章的基础.

(2) 建立空间观念是学习本章的难点. 由于刚学完平面几何,习惯于平面几何的观念,往往从平面几何的角度来理解空间图形的问题,常把空间图形看成平面图形,并且对于在平面内画出空间图形未受过训练,因而在学习中要多结合我们熟悉的事例. 要多运用模型进行分析和画图,正确地画出空间图形,比较它们和平面图形的异同. 要注意联系平面几何知识,逐步从已知引到未知,对于一些类似的性质和图形,注意应用对比的方法,区别其异同,发现其特点. 多进行从模型到图形,再从图形到模型的训练,逐步提高我们认识空间图形的能力、空间想象的能力,也就可以逐步地建立起空间观念. 就本章具体而言,异面直线的概念及其所成的角,二面角的平面角是本章的重要概念,同时也是我们比较难理解的部分.

(3) 构建知识网络,总结解决问题的方法与规律

如:①一般来说,线线关系或面面关系都转化为线面关系来分析解决,关系如下所示:

$$\text{线线平行} \xrightarrow[\text{性质}]{\text{判定}} \text{线面平行} \xrightarrow[\text{性质}]{\text{判定}} \text{面面平行}.$$

②在证明两平面垂直时,一般先从现有的直线中寻找平面的垂线,这样的直线,图中若不存在,则可通过作辅助线来解决,而作辅助线则应有理论根据,并有利于证明,不能随意添加. 例如有平面垂直时,一般要用性质定理,在一个面内作交线的垂线,使之转化为线面垂直,然后进一步转化为线线垂直.

③应用三垂线定理及其逆定理的关键是找面的垂线,即:确定平面→作出(或找出)平面的垂线→找到斜线→连成射影→查找与之垂直的面内直线. 要充分领悟对于“非标准”位置运用该定理的灵活性.

(4) 专题指导

①准确掌握和灵活运用基本概念、定理,解决空间线面的位置关系.

概念、定理是判断推理的基础,只有对它们理解得准确和深刻,并能纵横梳理、融会贯通、形成网络,才能灵活地加以运用. 解答立体几何试题,往往是从最基本的概念、定理出发,有规律地进行定理、概念之间的相互转化,从而达到解决问题的目的.

②要学会画图与识图

解答立体几何试题,一般是从用好图形开始,即必须以逻辑推理为依据,避免只凭直观、直觉进行思考,图形对于分析空间元素的位置关系与数量关系,探求解题思路都是至关重要的,因而,要会画图、识图(即能正确地画出虚、实线结构合理的直观示意图,能分析出它们的基本元素的位置关系和数量关系);图形变换(即能正确地对图形进行分割、补形、折叠、展平、旋转等);借助图形思考(即能借助图形寻求解题思路,检验结果和数形结合).

要能够灵活地作出辅助线或辅助平面来解决问题,辅助线、面要作的有理有据,不能随意去作.

③空间的角与距离是定量刻画空间几何元素(点、线、面)间位置关系的两个重要几何量,在研究空间的角和距离时,常将空间问题转化为平面问题来处理,这是化归思想在立体几何中的具体应用.

A. 在立体几何中空间的角包括:异面直线所成的角、直线与平面所成的角及二面角. 求解这些空间角往往要转化为平面角,转化时应充分应用平行与垂直这两种特殊的位置关系. 异面直线所成的角常通过作平行线或“补形”转化成相交直线的角;直线与平面所成的角通过作垂线找射影得到斜线与其射影所成的角;二面角的平面角常采用:a. 定义法,b. 三垂线定理及其逆定理法,c. 垂面法或直接用射影面积法: $S' = S \cos \theta$ 来求. 在平行转化时,线段的端点和中点是常考虑的对象;在垂直转化时,面面垂直、三垂线定理及其逆定理是常用的工具.

B. 立体几何中的距离有八种:a. 两点间的距离,b. 点线距离,c. 点面距离,d. 平行线间的距离,e. 异面直线间的距离,f. 线面距离,g. 面面距离,h. 球面上两点间距离. 其中,点点距离、点线距离、点面距离是后面五种距离求法的基础,求其他几种距离一般应化归为求这三种距离,再通过解三角形而得到解决. 另外,等体积法是计算点面距离的一个策略,平行的转换可使点面距



离更易求解.球面上两点间距离转化为球大圆上的劣弧的长.

C.求角和距离的基本步骤是:一作、二证、三算,即先作出平面角(或线段),再通过推理、论证该角(或线段)就是所求的角(或距离),最后再计算.推理是运算的基础,运算只是推理过程的延续.如求二面角,只有根据推理过程找到二面角的平面角后,进行简单的运算,才能求出.因此,求角与距离的关键还是直线与平面的位置关系的论证.

D.注意:a.对于“异面直线间的距离”,考纲中只要求会计算已给出公垂线时的距离;b.球面距离这个“距离”与上述几种距离有所不同.

#### ④用空间向量解决立体几何问题的思路

A.要解决的问题可用什么向量知识来解决?需要用到哪些向量?

B.所需要的向量是否已知?若未知,是否可用已知条件转化成的向量直接表示?

C.所需要的向量若不能直接用已知条件转化成的向量表示,则它们分别最容易用哪个向量表示?这些未知向量与已知条件转化的向量有何关系?

D.怎样对已经表示出来的所需向量进行运算,才能得到需要的结论?

用空间向量可以解决的立体几何问题有:

a.利用两个向量共线的条件和共面向量定理,可以证明有关线线、线面、面面平行问题;

b.利用两个向量垂直的充要条件可以证明有关线线、线面、面面垂直问题;

c.利用两个向量的夹角公式可以求解有关角的问题.

## 2. 对排列、组合、二项式定理的学习应把握如下几点

(1)两个原理是学好排列、组合的基础,排列数、组合数公式以及组合数的性质是进行有关计算和论证的关键.排列、组合与二项式定理的应用,概率加法公式与乘法公式是本章的重点,其中排列与组合的应用问题的解法、概率加法、乘法公式的使用是本章的难点.

(2)善于理性思维,吃透问题的本质特征

①使用分类计数原理还是分步计数原理要根据我们完成某件事情时采取的方式而定,分类来完成这件事情时用分类计数原理,分步骤来完成这件事情时用分步计数原理.怎样确定是分类,还是分步骤?“分类”表现为其中任何一类均可独立完成所给事情,而“分步骤”必须把各步骤都完成才能完成所给事情,所以准确理解两个原理的关键在于明确分类计数原理强调完成一件事情的几类办法互不干扰,彼此之间交集为空集,并集为全集,不论哪一类办法中的哪一种方法都能单独完成事件.分步计数原理强调各步骤缺一不可,需要依次完成所有步骤才能完成事件,步骤与步骤之间互不影响,即前一步用什么方法不影响后一步采取什么方法.

②排列与组合定义相近,它们的区别在于是否与顺序有关.

③复杂的排列问题常常通过试验、画简图、小数字简化等手段使问题直观化,从而寻求解题途径,由于结果的正确性难以直接检验,因而常常需要用不同的方法求解来获得检验.

④按元素的性质进行分类、按事件发生的连续过程进行分步,是处理组合问题的基本思想方法,要注意题设中“至少”“至多”等限制词的意义.

(3)注重数学思想的运用,如直接法、间接法、“优限法”、“视一法”、特殊与一般、等价转化、整体思想、对应思想、归纳思想等.

## 3. 对概率的学习应把握如下几点

(1)通过对概率知识的学习,了解偶然性寓于必然性之中的辩证唯物主义思想.

(2)注重通解通法的提炼总结.如求随机事件概率的问题常用的思考方法:正向思考时要善于将稍复杂的问题进行分解,解决有些问题时还要学会运用逆向思考的方法.

求复杂事件的概率一般可分三步进行:

①列出题中涉及各个事件,并用适当符号表示它们;

②理清各事件之间的关系,列出关系式;

③根据事件的属性及之间的关系准确地运用概率进行计算.

总之,本书知识版块跨度比较大,对空间想象能力、抽象思维能力均有较高要求,而学无定法,在学习过程中,只要注重基础、强化联系、构建网络、善于提炼、乐于总结就一定能够学得比较扎实.

## 第九章 直线、平面、简单几何体

## 大纲单元知识

## 1. 重点知识

线线、线面、面面的平行与垂直,空间角与距离、棱柱、棱锥、球、空间向量(9B).

立体几何与平面几何、平面向量、三角函数、不等式专题内容相结合,用来解决线面位置关系中的有关概念及判定(特别是平行与垂直关系的性质和判定)的问题,异面直线所成的角、直线与平面所成的角、二面角的计算问题,点到平面的距离、球的表面积与体积等计算问题.

## 2. 思想方法

等价转化思想、数形结合思想、反证法、平移法、割补法、模型法、等积法、坐标法.

## 3. 考纲要求

- (1) 理解平面的基本性质.
- (2) 掌握两条直线平行和垂直的判定定理和性质定理. 掌握两条直线所成的角和距离的概念(对于异面直线的距离,只要求会计算已给出公垂线时的距离).
- (3) 掌握直线和平面平行的判定定理和性质定理. 掌握直线和平面垂直的判定定理和性质定理. 掌握斜线在平面上的射影、直线和平面所成的角、直线和平面的距离的概念. 了解三垂线定理及其逆定理.
- (4) 掌握两个平面平行的判定定理和性质定理. 掌握二面角、二面角的平面角、两个平面间的距离等概念. 掌握两个平面垂直的判定定理和性质定理.
- (5) 会用反证法证明简单的问题.
- (6) 了解多面体的概念,了解凸多面体的概念.
- (7) 了解棱柱的概念,掌握棱柱的性质,会画直棱柱的直观图.
- (8) 了解棱锥的概念,掌握正棱锥的性质,会画正棱锥的直观图.
- (9) 了解正多面体的概念.
- (10) 了解球的概念,掌握球的性质,掌握球的表面积公式、体积公式.
- (11) 理解空间向量的概念,掌握空间向量的加法、减法和数乘.
- (12) 了解空间向量的基本定理,理解空间向量坐标的概念,掌握空间向量的坐标运算.
- (13) 掌握空间向量的数量积的定义及其性质;掌握用直角坐标计算空间向量数量积的公式;掌握空间两点间距离公式.
- (14) 理解直线的方向向量、平面的法向量、向量在平面内的射影等概念.

## 高考命题趋向

立体几何是历年高考考查的主要内容之一,近几年高考(包括各省自主命题)的试卷中,大都是2道选择填空题,1道解答题,分值约为22分,占试卷总分的15%左右,考查的知识点主要有:点、线、面的位置关系,图形的射影,空间向量的坐标运算,线线角、线面角、面面角等.

高考对立体几何突出考查空间想象能力、逻辑思维能力以及利用向量工具分析运算的能力. 涉及的数学思想方法有:化归与转化、数形结合、分类讨论、反证法、同一法、分析法、综合法等. 因此,本章的知识重点是:直线与直线、直线与平面、平面与平面的各种位置关系以及利用向量代数的方法研究立体几何问题的数学思想方法. 命题时常常借助某几何体为载体,把向量代数、函数、三角、不等式、排列组合等相关知识有机融合,把论证、计算与思想方法等寓于其中,考查学生的思维能力、运算能力以及信息迁移能力. 因此,复习中要注意把握本章知识与相关知识的内在联系与相互渗透.

异面直线所成的角、直线和平面平行、垂直的判定与性质,两个平面垂直的判定与性质,直线和平面所成的角,二面角及其平面角,点到平面的距离,棱柱、棱锥、球,尤其是二面角、棱柱、棱锥的复现率较高,在备考中应继续关注.

根据命题趋势,我们学习及复习时应注意以下几点:

理解定义、定理的本质,科学地进行判断与论证. 定义、定理是对立体几何中各元素间的关系或几何体的某些特性的存在与否进行判定与论证的依据,是高考的重要内容之一. 高考中常以判断题的形式出现,解决此类问题,关键是相关的概念、判定定理、性质定理要清楚,其次要否定某些错误的判断,举反例是解判断题的常用方法.

通过典型问题掌握基本解题方法,高考中解答题的基本题型是:证明空间线面平行或垂直;求空间的角和距离. 证明空间线面平行或垂直时,由已知想性质,由求证想判定,即分析和综合相结合的方法寻求证题思路,注意利用性质或判定时要适当添加辅助线(或面),更要注意三垂线定理找出或作出所求的角或距离,并给出证明,一般情况下要力求明确所求的角或距离的位置,最好是将其放在一个三角形当中,通过解三角形最终求得所需的角或距离.

立体几何的特点决定了立体几何综合题的基本模式是论证推理与计算相结合,解决这种类型的题目对各种能力具有较高的要求. 解题原则是:一作、二证、三求解. 同时要注意辅助线或面的添加,力求将定理、公理作为作图的依据. 另外要注意数学中的转化思想的运用,也要注意发现隐蔽条件.



## 9.1 平面

## 重难点聚焦

## 1. 平面的概念

(1) 平面和点、直线一样是构成空间图形的基本要素之一,是一个只描述而不定义的原始概念.

(2) 平面的概念是较抽象的概念,可借助于直线的概念来理解和掌握.对于平面的概念,可抓住平面的基本特征:无限延展性,无厚度性来掌握和学习.

(3) 常用平行四边形表示一个无限延展的平面(类似直线画法),必要时可以把它延展出去,有时根据需要也可用其他图形(如三角形等)来表示平面.

(4) 平面通常用希腊字母 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 等来表示,如平面 $\alpha$ ;也可用平行四边形的两个相对顶点的字母来表示,如平面 $AC$ ;也可用三角形三个顶点的字母表示三角形所在平面,如平面 $ABC$ ,注意“平面”二字不可省略.

(5) 平面几何中辅助线都画成虚线,立体几何中则不然.在解题过程中添加的辅助线与原图中的线段一致.

## 2. 平面的三个基本性质

(1) 公理1反映了平面与曲面的区别,通过直线的“直”和“无限延展”的特性,揭示了平面的“平”和“无限延展”的特性,它是判断直线在平面内的依据,用符号表示为: $A \in \alpha$ 且 $B \in \alpha$ ,则直线 $AB \subset \alpha$ .公理1的作用有二,其一是判定直线在平面内,其二是判定点在平面内.即若直线上两点在平面内,点在直线上,则直线在平面内.

(2) 公理2说明了若两个平面相交,必交于一条直线,这是由平面的无限延展性决定的,它是确定两平面交线的依据,即先找两平面的两个公共点,再作连线.公理2也是判定两平面相交的依据,用符号表示为: $A \in \alpha$ 且 $A \in \beta$ ,则 $\alpha \cap \beta = a$ 且 $A \in a$ ,从而可得 $A \in \alpha$ 、 $A \in \beta$ 且 $\alpha \cap \beta = a$ ,则 $A \in a$ ,从而可证“点共线”“线共点”.

公理2的作用有5点:①判断两个平面相交.不重合的两个平面,只要有一个公共点,那么它们就一定相交于过这点的一条直线.②证明点在直线上.先证(或作出)这直线是某两个平面的交线,再证这点是这两个平面的公共点,因为两

## 名师诠释

◆ [考题1] 若点 $Q$ 在直线 $b$ 上, $b$ 在平面 $\beta$ 内,则 $Q$ 、 $b$ 、 $\beta$ 之间的关系可记作( ).

A.  $Q \in b \in \beta$     B.  $Q \in b \subset \beta$     C.  $Q \subset b \subset \beta$     D.  $Q \subset b \in \beta$

[解析] 本题考查用符号表示点、线、面之间的关系,关键是弄清点与直线是元素与集合的关系,直线与平面是集合与集合之间的关系.

解法一(直接法): $\because$ 点 $Q$ 在直线 $b$ 上, $\therefore Q \in b$ .

又 $\because$ 直线 $b$ 在平面 $\beta$ 内, $\therefore b \subset \beta$ , $\therefore Q \in b \subset \beta$ . 答案为B.

解法二(排除法): $\because$ 点 $Q$ 与直线 $b$ 的关系是元素与集合之间的关系, $\therefore$ 只能用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”表示,

$\therefore$ 排除C和D(容易出现 $Q \subset b$ 或 $b \in \beta$ 等此类错误).

又 $\because b$ 与 $\beta$ 是集合与集合之间的关系,

$\therefore$ 应该用符号“ $\subset$ ”或“ $\supset$ ”来表示.

$\therefore A$ 应该予以排除. 答案为B.

[答案] B

◆ [考题2] 根据下列条件画出图形:平面 $\alpha \cap \beta = AB$ ,直线 $a \subset \alpha$ ,直线 $b \subset \beta$ , $a \parallel AB$ , $b \parallel AB$ .

[解析] 学会利用平面的基本性质来作出较简单的空间图形,逐步培养空间想象能力.

图9-1-2是立体几何中常用的能够满足条件的图形.

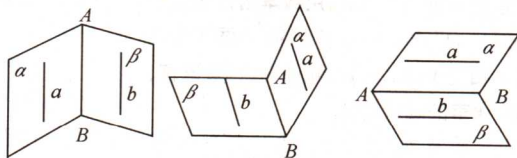


图9-1-2

◆ [考题3] 已知一条直线与三条平行直线都相交,求证:这四条直线共面.

[解析] 已知 $a \parallel b \parallel c$ , $l \cap a = A$ , $l \cap b = B$ , $l \cap c = C$ ,

求证: $a, b, c, l$ 共面.

证明: $\because a \parallel b$ , $\therefore a, b$ 确定一个平面 $\alpha$ .

$\because l \cap a = A$ , $l \cap b = B$ , $\therefore A \in \alpha$ , $B \in \alpha$ ,故 $l \subset \alpha$ .

又 $\because a \parallel c$ , $\therefore a, c$ 确定一个平面 $\beta$ .

同理可证: $l \subset \beta$ , $\therefore \alpha \cap \beta = a$ , $\alpha \cap \beta = l$ ,

$\therefore$ 过两条相交直线有且只有一个平面,

$\therefore \alpha$ 与 $\beta$ 重合,即直线 $a, b, c, l$ 共面.

[点评] 确定平面时,用到公理3及其三个推论的“存在性”.证明两平面重合时,用到公理3及其三个推论的“唯一性”.要注意区别运用.

证明直线共面的一般方法有三种:一是先由两条平行或相交直线确定一个平面,再依据平面的基本性质证明其他直线在此平面内;二是先分别确定两个平面,再依据平面的基本性质证明两个平面是同一个平面(即两平面重合);三是反证法.