

An Introduction to Hybrid Dynamical Systems

混成动态系统引论

Arjan van der Schaft 著
Hans Schumacher

宋永华 孙元章 秦世引 谭民 译

清华大学出版社

N94/114

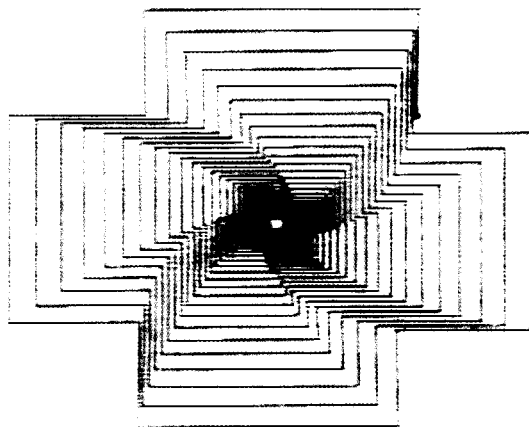
2007

An Introduction to Hybrid Dynamical Systems

混成动态系统引论

Arjan van der Schaft 著
Hans Schumacher

宋永华 孙元章 秦世引 谭民 译



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

混成动态系统理论是当今控制科学和计算机科学前沿领域的热门研究内容。本书从剖析混成动态系统的基本特征,阐释其时空行为演进规律,发掘其表达模式,开发其仿真工具等方面入手,通过一系列有代表性的典型范例,以深入浅出的方式,透彻而清楚地介绍混成动态系统的重要概念、组织形式和相应的研究命题。进而通过对变结构系统和互补系统的深入分析与归纳总结,从实际应用角度详略得当地介绍混成动态系统的分析方法,系统地阐述混成控制系统的综合设计原理和技术要诀。

本书的英文版已成为许多著名大学的推荐教材,中译版适合于作为控制科学、计算机科学等相关学科高年级本科生和研究生的教材或教学参考书。

北京市版权局著作权合同登记号 图字:01-2007-0340

Translation from the English language edition:

An Introduction to Hybrid Dynamical Systems, First Edition by Arjan van der Schaft and Hans Schumacher

Copyright © Springer-Verlag London 2000

EISBN: 1-85233-233-6

All Rights Reserved.

本书中文简体字翻译版由德国施普林格公司授权清华大学出版社在中华人民共和国境内(不包括中国香港、澳门特别行政区和中国台湾地区)独家出版发行。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

混成动态系统引论/(荷)杉弗特(Schaft, A. V. D.), (荷)舒玛澈(Schumacher H.)著;宋永华等译. —北京:清华大学出版社, 2007. 12

书名原文: An Introduction to Hybrid Dynamical Systems

ISBN 978-7-302-15527-0

I. 混… II. ①杉… ②舒… ③宋… III. 动态系统—研究 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 094233 号

责任编辑:佟丽霞 赵从棉

责任校对:焦丽丽

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社总机:010-62770175 邮购热线:010-62786544

投稿咨询:010-62772015 客户服务:010-62776969

印刷者:北京鑫丰华彩印有限公司

装订者:三河市金元印装有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:8.75 字 数:195 千字

版 次:2007 年 12 月第 1 版 印 次:2007 年 12 月第 1 次印刷

印 数:1~2500

定 价:25.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:016514-01

译 序

混成系统是由连续变量系统和离散事件系统相互作用而构成的一类动态系统。连续变量系统的动态特征随时间的推移在不断演化,离散事件系统的动态演化则受事件的驱动,两者相互作用使系统表现出更加复杂的动态行为。混成系统研究具有广泛的工程背景,大多数复杂工业控制系统都包含了由连续变量所描述的物理层的动态演化过程和以符号操作与离散监控决策为特征的高层协调优化过程。另外,现代计算机技术的高速发展和普及应用,为系统的模型化和优化控制与决策问题提供了强有力的技术支持。以统一的、更一般化的模式对混成系统进行深入的研究形成了当今控制科学与计算机科学界的前沿热点,一个联系了控制科学、数学和计算机科学的新的学科体系正在形成。

混成系统研究经过近年来的发展,已逐渐形成了较为成熟的理论和方法,包括系统建模、系统分析和优化控制,在应用领域也取得了一定的成果。近年来,国际上一些权威刊物连续出版专集,国际学术机构也定期组织专题研讨会,而 Arjan van der Schaft 和 Hans Schumacher 合作编写的 *An Introduction to Hybrid Dynamical Systems* 是迄今第一部全面系统介绍混成系统理论的著作。该书的最大特点是,利用简单易懂的范例全面而透彻地介绍混成系统的重要概念和理论,并列举了在一些应用领域的成功范例。该书的英文版已成为许多著名大学的推荐教材。此书的中文版无疑也将成为我国有关领域科研工作者的的重要参考资料。

译者近几年在混成系统方面的研究工作得到了科技部国家重点基础研究专项经费资助项目电力大系统灾变防治和经济运行重大课题、国家自然科学基金,以及中国科学院海外杰出学者基金的资助,中国科学院软件所郑刚博士在翻译中做了大量工作,在此表示感谢。

译 者

2007 年 5 月于北京

序

“混成系统”这个词有很多种解释,其中之一是:混成系统是一类动态系统,但演化过程是由连续过程和离散过程共同完成的。根据这一解释,可以给出混成系统的一个典型例子,如考虑一个温度控制系统,该系统由加热器和温度调节装置组成,包含在这一系统模型中的变量就是室内温度和加热器的运行模式(开或关)。很显然,室内温度变量为实值变量,而加热器的运行模式(开或关)却是布尔逻辑量。很显然,为了能够有效控制这样一个简单的温度调节系统,就需要考虑整个系统中连续变量和离散变量之间的相互作用(耦合)关系,即当室内温度低于设定值时,应合上加热器开关,而当室内温度超过设定值时,应打开加热器开关。

事实上,现实环境中的大多数动态系统都具有混成的特性,如汽车、计算机、飞机、洗衣机等,无一不具有混成的特性。在以前的大多数有关动态系统建模的文献中,对动态系统的描述要么完全按连续系统的模式考虑,要么完全按离散模式对待。随着对动态系统的组织演化机制认识的不断深入,选择以连续模式与离散模式相集成(结合)的描述模式描述动态系统则是十分合理的,而且变得愈来愈重要。的确,如果只打算回答某些方面的问题,也就没有必要把一个给定系统的各个方面都包含到一个模型中,因此,对一个给定的混成系统问题,工程上有意义的解决方案经常是去寻找该问题的连续模式解或离散模式解,而多层面的问题往往依靠其他的知识来处理,比如靠专家决策的方式。结果,对混成动态系统领域的研究就显得支离破碎,而没有得到系统性的研究方法。

然而,近期的研究工作表明,在现代科学和技术问题中,考虑连续模式和离散模式之间的交互作用已经变得越来越重要,以至于需要用更加系统化的方法来研究这样一类混成系统。一个非常典型的例子是在 1996 年 6 月 4 日,阿丽亚娜(Ariane)五型火箭的失事——发射后 37s 火箭就自行爆炸了。调查结果发现是因火箭导航计算机软件系统发生故障而导致失败。然而,五型火箭的软件程序与正常运行的四型火箭的软件程序完全一样,它是从四型火箭直接复制过来的,但五型火箭与四型火箭不同的是,其尺度和运载量都增大了许多。在这种新的物理环境下,原来运转正常的软件程序就导致了这

场大灾难。

随着计算机在物理过程控制中的重要性不断得到增强,再加上其他方面的一些启发和促进,人们对混成系统的兴趣也在不断提高。实际上,最近一系列的研究进展都在考虑连续动态过程和离散事件驱动机制之间的交互影响。下面给出的一些例子可展示这方面研究工作的发展情况:

- 计算机科学:与连续环境(嵌入式系统)相交互的软件程序的校正和检验;
- 控制理论:分层递解控制、数据流和物理过程的交互作用,以及非线性系统在开关控制模式下的镇定;
- 动态系统:非连续系统中的新型分叉和混沌现象;
- 数学规划:具有不等式约束的最优化和平衡点问题可在基于模式切换的动态架构下得到富有成效的解决方案;
- 仿真语言:在其基础库中包含了连续模式和离散模式下的基本工具,使得在语言之外的数值仿真的例行程序必须考虑两方面的问题。

实际上,要发展并使来自各个领域的关于混成系统的知识进一步系统化则是一个巨大的挑战,从历史的观点看,虽有许多概念是共有的,但还缺乏通用的研究方法。

尽管整个混成系统的研究领域还不够明朗,但我们相信,在这本导论式的教科书中介绍若干相关的混成系统研究工作的发展动态,并用更加统一的观点去描述它是很有意义的。我们并不打算使此书成为百科全书,只是将其看做一个半成品来抛砖引玉。我们自己的研究成果都已经反映在本书中,无疑读者也会从连续动态学和数学系统理论的观点对感兴趣的问题开展研究。我们赋予本书的题目也是出于这种考虑。我们相信,长期在这一领域里从事研究工作的同仁们也更有资格针对不同的研究内容写出更多的作品。

在1998年春季学期,作为荷兰系统与控制研究院国家研究生课程教学大纲中的内容,我们为研究生编写了混成系统教材并讲授了这方面的内容,本书是混成系统教材的扩充与修订本。借此机会,我们要感谢荷兰系统与控制研究院的领导给予机会使此书得以出版,同时还要感谢所有修习这门课程的研究生对本书内容提出的宝贵意见。作者要特别感谢与 Kanat Camhbel, Gerardo Escobar, Maurice Heemels, Jun-Ichi Imura, Yvonne Lootsma, Romeo Ortega, Siep Weiland 的合作研究对本书部分内容所做出的贡献。本书的第二作者要感谢 Gjerrit Meinsma 在 LATEX 使用方面的专门指导。最后,作者还要感谢 Rene Boel, Peter Breedveld, Ed Brinksma, Bernard Brogliato, Domine Leenaerts, John Lygeros, Oded Maler, Sven-Erik Mattson, Gjerrit Meinsma, Manuel Monteiro Marques, Andrew Paice, Shankar Sastry, David Stewart, Jan Willems 对本书所提出的宝贵意见和建议。当然,本书的错误之处在所难免,望指正。

Arjan van der Schaft

Hans Schumacher

1999年9月于 Enschede/Amsterdam

目 录

第 1 章 混成系统建模	1
1.1 引言	1
1.2 混成系统的定义	3
1.2.1 连续系统和符号动力学系统	3
1.2.2 混成自动机	5
1.2.3 混成动力学系统的特征	7
1.2.4 广义混成自动机	9
1.2.5 混成时间演化和混成行为	11
1.2.6 事件流表达式	13
1.2.7 混成系统的仿真	18
1.2.8 混成系统的表达	22
1.3 注记和参考文献说明	24
第 2 章 混成动态系统示例	26
2.1 引言	26
2.2 示例	26
2.2.1 滞后过程	26
2.2.2 手动切换	27
2.2.3 弹跳的球	27
2.2.4 温度控制系统	28
2.2.5 水位监控系统	29
2.2.6 多重碰撞	30
2.2.7 变结构系统	32
2.2.8 监控器模型	34
2.2.9 双小车系统	34
2.2.10 库仑摩擦	36
2.2.11 具有分段线性元件的系统	36
2.2.12 铁路道口控制	36

2.2.13	整流器	37
2.2.14	受约束的单摆	39
2.2.15	退化的范德波尔振荡器	40
2.3	注记和参考文献说明	41
第3章	变结构系统	42
3.1	不连续动态系统	42
3.2	解的概念	43
3.3	新的表达方式	46
3.4	多模式系统	47
3.5	维戴尔-沃尔夫广告模型	48
3.6	注记和参考文献说明	50
第4章	互补系统	51
4.1	若干示例	52
4.1.1	含有理想二极管的电路	52
4.1.2	具有单边约束的力学系统	53
4.1.3	具有状态约束的最优控制	54
4.1.4	变结构系统	56
4.1.5	一类分段线性系统	57
4.1.6	投影动态系统	58
4.1.7	沿着自由边界的扩散	60
4.1.8	max-plus 系统	64
4.2	解的存在和唯一性	65
4.3	模式选择问题	65
4.4	线性互补系统	69
4.4.1	有关规范要求的说明	69
4.4.2	在分布条件下的解释	72
4.4.3	适定性	74
4.5	力学互补系统	76
4.6	替续系统	79
4.7	注记和参考文献说明	80
第5章	混成系统分析	81
5.1	正确性和可达性	81
5.1.1	形式检验	81
5.1.2	音频协议	82
5.1.3	检验算法	85

5.2 稳定性.....	86
5.2.1 Lyapunov 函数和 Poincaré 映射	86
5.2.2 基于受控时间的切换	88
5.2.3 基于受控状态的切换	91
5.3 混沌现象.....	94
5.4 注记和参考文献说明.....	96
第 6 章 混成控制系统设计	97
6.1 安全和保障性性质.....	97
6.1.1 安全性和受控不变性	98
6.1.2 安全性和动态对策论.....	101
6.2 切换控制	102
6.2.1 切换逻辑.....	103
6.2.2 PWM 控制	104
6.2.3 滑模控制.....	105
6.2.4 通过切换控制的二次镇定.....	107
6.3 混成反馈镇定	108
6.3.1 通过混成反馈实现能量的下降.....	108
6.3.2 非完整系统的镇定.....	110
6.3.3 通过能量注入方式的力学系统设定点调整.....	114
6.4 注记和参考文献说明	116
参考文献.....	117
名词索引.....	125

插图目录

图 1.1	有限自动机	4
图 1.2	混成自动机	6
图 1.3	时间演化	12
图 1.4	Filippov 例子的解	21
图 1.5	由式(1.15)诱导的平面分割	22
图 2.1	滞后过程示意图	27
图 2.2	含滞后单元之控制系统的混成自动机模型	27
图 2.3	温度自动调节系统的混成自动机模型	28
图 2.4	水位监控系统	30
图 2.5	与弹性墙壁的碰撞	33
图 2.6	监控器模型	34
图 2.7	双小车系统	35
图 2.8	库仑摩擦之特性	36
图 2.9	含钳位二极管的升压电路	38
图 2.10	理想二极管	38
图 2.11	受钉子约束的单摆	39
图 3.1	维戴尔-沃尔夫广告模型的相轨迹	50
图 4.1	到期前在各不同时间的美洲期权选购值	64
图 4.2	设置了停车障碍物和挂钩的双小车系统	78
图 4.3	切平面	78
图 5.1	音频协议示例中的可达集和回避集	84
图 5.2	切换系统(5.6)的状态轨迹	90
图 5.3	系统(5.9)的轨迹	92
图 6.1	切换控制	103
图 6.2	共享控制器状态的切换控制	103
图 6.3	谐波振荡器的混成反馈控制	108
图 6.4	另一种混成反馈控制模式	109
图 6.5	象限 Ω 的典型划分	113

第 1 章 混成系统建模

1.1 引言

本章的目的在于使我们对“混成系统”这个概念有更准确的理解。在一定程度上,可以说是在做一种尝试,本章并没有以给出混成系统的完整定义而告结束。一部分原因在于:混成系统的研究仍然处于起步阶段,其一般性理论尚待发展成熟。更本质地讲,混成系统是一个非常广泛的概念,执着于单个定义未免过于限制我们的研究思路(至少在目前是如此)。进一步讲,混成模型的选取主要取决于具体的研究目的,例如究竟是进行理论研究,或者是面向某个专门的应用目的,抑或是作为一种仿真语言进行研究等。然而,我们还是希望在 1.2 节中提出和讨论有关混成系统的一系列定义,以求对各种定义的要素和内涵有一个清晰的理解。随后在第 2 章中将给出一系列混成系统的示例来进行更加详细的解释。

一般说来,混成系统是(连续的)实时动态系统和离散事件系统的混合体,这些连续和离散的动力学行为不仅共同存在,而且相互作用。混成系统的发展演化既取决于对离散的瞬时事件的响应,又取决于对微分方程和差分方程表示的随时间变化的动力学行为的响应。

在讨论混成系统时,一个主要的难点就在于“混成”这个术语是没有约束性的——对它的理解可以扩展到我们所能想象到的任何实际动态系统。因此,一个关于混成系统合理且通用的定义只能作为一个框架,用以揭示一些主要的问题,并对这个术语做出限定。在这样一个通用框架下,为了导出有用且有效的研究命题,往往不得不受限于整个混成系统体系中的某些专门的子类。

在讨论混成系统时的另外一个困难就是存在不同的科学研究群体,他们分别用自己的方式在混成系统这个研究领域中做出了自己的贡献并且依旧耕耘不辍。我们至少可以找出以下三个方面的学术研究群体。

首先就是计算机科学的研究群体,他们将混成系统看做是离散的(计算机)程序同模拟的环境之间的交互作用(在此背景下,还有一个经常使用的术语是嵌入式系统),其主要研究目标就是将标准程序分析技

术扩展至与某些连续性动力学过程相混合的系统中,并且将重点放在离散事件动力学系统方面,而对于连续动力学系统方面则通常采用相对简单的形式。在这一研究领域的关键问题之一就是软件系统的**逻辑检验**(verification)。

另一个参与混成系统研究领域的群体则从事复杂系统的**建模和仿真**。物理系统经常以多种不同的模式工作,从一种模式到另外一种模式的变迁有时被理想化地认为是一种即时的和离散的变迁。这些例子包括含有诸如理想二极管和晶体管等开关元件的电路,以及在机器人学中遇到的受不等式约束的力学系统等。由于从一种模式到另外一种模式变迁的时间尺度比在单个模式下动力学系统变化的时间尺度要短得多,因此,将这些变迁视为即时发生的对建模大有裨益,称变迁发生的瞬时刻为**事件时刻**(event time)。这一研究领域所关注的基本问题是关于所获得的混成系统的**适定性**(well-posedness)的判别,包括解的存在性和唯一性,对多模态物理系统的有效**仿真能力**等。

还有一类对混成系统的研究有贡献且仍在继续开拓研究的群体就是系统与**控制科学**研究群体,在这个学科中,从不同角度开展了关于混成系统的研究工作,其目标和动机与前两个群体有所不同。我们可以联想到带有离散决策层和连续执行层的**分层递阶系统**(例如,监督控制和多智能体控制),同时采用**切换控制策略**和**继电控制**的系统也可归结为混成系统。对于**非线性控制系统**而言,在一些很重要的场合,并不存在一个连续的可镇定的状态反馈控制律,尽管如此,通过切换控制的方式却能够实现对该系统的镇定控制。最后,**离散事件系统理论**还可看做是混成系统理论的一个特例,在许多控制领域,例如在**镇流器**和**运动控制**中,所用的控制策略在本质上就是混成的。

从一般系统论的观点来看,可以将混成系统看做是具有两种不同类型端口的系统,系统通过它们与外界环境发生相互作用。一种类型的端口由**通信端口**构成,与这些端口相关的变量本质上是符号化的,代表“数据流”。在这些通信端口中的符号串通常与实际的物理时间并不直接相关,仅仅是一个有序的符号序列。第二种类型的端口由**物理端口**构成,这里的“物理”应该广义地理解,也许用“模拟”这个词更加合适,这类端口中的变量通常是连续变量,与物理测量结果有关,同时,这些变量流与物理时间直接相关。在物理端口的信号一般都是离散时间信号(或者采样数据信号),但在大多数情况下,归根结底,这些信号仍然是连续时间信号。

因此,可认为混成系统是离散的或者说是**符号化的动力学系统**与**连续的动力学系统**相结合的产物。那么,在混成系统的定义和描述中,一个主要问题就是要能准确地揭示符号动力学系统和连续动力学系统之间的相互作用关系。

在混成系统形式化表达中,一个关键性问题就是经常要求的混成系统描述中的**模块性**。的确,由于我们本来就是在处理**复杂系统**的建模问题,因此,在建模中非常重要的一点就是将一个复杂的混成系统看做是一些比较简单的(混成)子系统的交互联结。即我们所要讨论的混成模型可以允许进行方便的互连与合成。除了可合成性的概念之外,其他重要(且相关)的概念就是模型的可复用性和层次性。这些术语都是在**面向对象建模**的背景下产生的。

1.2 混成系统的定义

我们认为,从概念式的观点出发,关于混成系统的最基本定义就是要直接地揭示其行为(behaviour)特征,即要指明与系统相关的连续和离散变量的所有可能运行轨迹的集合。另一方面,这种行为化的定义还要倾向于通用性,并且远非混成系统的运行规范(operational specification)那么简单。与上述不同,我们这里先从混成系统的“工作定义(working definition)”入手,即所谓的“混成自动机(hybrid automation)”模型,它提供了专门的框架和术语来讨论具有一类典型特征的混成系统,并且已被证明是有用的,为大家所普遍接受。在本章结尾,我们将再回到混成系统行为定义的问题上来,并且讨论另外一种通过方程对混成系统进行建模的方法。

1.2.1 连续系统和符号动力学系统

为了引出混成自动机的定义,我们先回顾一下在连续动力学系统和符号动力学系统中的那些“基本范式(paradigm)”。对于连续动力学系统,常采用微分方程描述的状态空间模型;而对于符号动力学系统,则用有限自动机来描述。实际上,混成自动机的定义基本上是这两种范式的结合。应该注意,对连续域和离散域来说还可以想到更一般的情形,如在连续域方面,以偏微分方程和随机微分方程等形式表示;在离散域方面,以后进先出为特征的下推式自动机和图灵机等形式表示。然而,这里我们讨论的框架结构对于进行许多应用领域的建模已经很合适了,这在下一章中就可以显现出来。

定义 1.2.1 连续时间状态空间模型

系统的连续时间状态空间模型可用在 $\mathbb{R}^n$ 中取值的状态变量集合 x (或者更一般地说, x 在 n 维状态空间流形 X 上取值)和在 $\mathbb{R}^q$ 中取值的外部变量集合 w 来描述,它们之间的关系满足下列形式的微分-代数方程的混合集:

$$F(x, \dot{x}, w) = 0 \quad (1.1)$$

其中 $\dot{x}$ 表示 x 关于时间 t 的导数。方程组(1.1)的解就是对于(几乎)所有 $t \in \mathbb{R}$ (在连续时间轴上),满足 $F(x(t), \dot{x}(t), w(t)) = 0$ 的(足够平滑的)全部时间函数 $x(t)$ 和 $w(t)$ 。

当然,上述定义也涵盖了具有更通用形式的连续时间输入-状态-输出系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad (1.2)$$

在上式中,我们已经把外部变量 w 分解成在 $\mathbb{R}^m$ 中取值的分向量 u 和在 $\mathbb{R}^p$ 中取值的分向量 y ($m+p=q$),称 u 为输入向量, y 为输出向量。式(1.2)中的代数方程仅给出了输出向量 y 与状态向量 x 和输入向量 u 之间的关系,而通常在方程组(1.1)中还包含其他的状态向量 x 的代数约束条件。

方程组(1.1)所表达的一般连续时间状态空间模型与式(1.2)表示的连续时间输入-状态-输出模型相比,前者的主要优点之一在于:在互联(interconnection)条件下,其形式是闭环的,而后者不是。事实上,用基于模块化的方法(即把一个系统看做是若干个较小

子系统的互相连接)进行系统建模时,几乎不可避免地会出现微分方程和代数方程混合在一起的情况。当然,在大多数情况下,从状态空间变量中消去代数方程相对比较容易,在这种情况下(如果能够很容易地将 w 分解为 u 和 y)下,方程组(1.1)就可转换为式(1.2)。

我们应该注意到,定义 1.2.1 并未能完全揭示出这种连续时间系统的特征,由于对微分代数方程组(1.1)的精确解概念的认识还相当模糊,在这种情况下,一种合理的选择(并不是唯一可能的情况)是要求 $w(t)$ 是分段连续(允许“输入变量”中的不连续性)的, $x(t)$ 是连续的且分段可微的。对几乎所有的时间 t (除了 $w(t)$ 的不连续点和 $x(t)$ 的不可微点之外),方程组(1.1)都能满足。

下面给出有限自动机(也称有限状态机或有标记的变迁系统)的标准定义。

定义 1.2.2 有限自动机

一个有限自动机可用一个三元组 (L, A, E) 来描述,其中 L 是一个有限集,称为状态空间。称 A 为字母表,也是一个有限集,其中的元素称为符号。 E 为转移规则,是 $L \times A \times L$ 的子集,其中的元素称为边(又称为变迁或事件)。对 $i = 1, 2, \dots, n-1, (l_i, a_i, l_{i+1}) \in E$, 称序列 $(l_0, a_0, l_1, a_1, \dots, l_{n-1}, a_{n-1}, l_n)$ 为有限自动机的一条轨迹或路径。

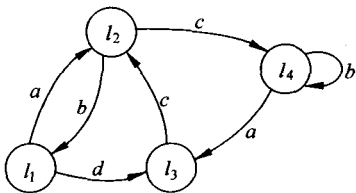


图 1.1 有限自动机

自动机通常可用状态图来表示,在 L 中的元素作为状态图的结点, E 中的元素作为状态图的边,如图 1.1 所示。那么,就可将 A 看做是一个用来标记边的符号集合。有时,由于自动机可以通过 A 中的(共享)符号与其他自动机发生互连,就称这些符号为同步标记。如果将每一条边与两个符号相联系,就可将定义 1.2.2 限定为输入-输出自动机,称两个符号中的一个为输入

符号 i , 另一个为输出符号 o , 并且要求对每一个输入符号而言,仅存在一条从该符号给定的状态出发的边(有时又称这种自动机为确定性输入-输出自动机)。确定性输入-输出自动机可用如下形式的方程来表示:

$$\begin{cases} l^* = \nu(l, i) \\ o = \eta(l, i) \end{cases} \quad (1.3)$$

其中, l^* 表示在事件发生后的一个新的离散状态值,由过去的离散状态 l 和输入 i 决定。

有限自动机的定义通常包含了初始状态的子集 $I \subset L$ 和终端状态的子集 $F \subset L$ 等显式指标。对路径 $(l_0, a_0, l_1, a_1, \dots, l_{n-1}, a_{n-1}, l_n)$, 如果 $l_0 \in I$ 且 $l_n \in F$, 则称其为一条成功路径。

同定义 1.2.1 中的连续时间系统相比,对有限自动机(有或没有初始与终端状态)解的概念(或称语义)可以进行这样的完整描述:有限自动机的行为由所有(成功的)路径构成。在理论计算机科学中,有限自动机的定义被认为是继承了“可操作性语义”(operational semantics)的提法,完全用有限自动机产生的形式语言来说明。

应该指出,从概念形式上讲,有限自动机的定义与连续时间状态空间系统的定义并没有什么特别不同之处。我们可以在状态空间 L 与状态空间 X 之间,在符号字母表 A 与外部变量取值空间 W 之间,在转移规则 E 与式(1.1)所给出的微分代数方程之间找到相应的对应关系。进一步说,有限自动机的路径就对应着微分代数方程的解。如果用“下一

个状态”符号“#”来取代微分符号 d/dt , 则会发现式(1.2)表示的连续时间输入-状态-输出系统和式(1.3)表示的输入-输出自动机之间也存在着类似的对应关系。

但是两者之间也有一个(小的)差别, 在有限自动机中(如定义 1.2.2 所述)通常考虑有限长度的路径, 而对于连续时间状态空间系统, 则强调在整个时间轴 $\mathbb{R}$ 上的解。可以通过如下方法对有限自动机的定义进行改进, 在有限自动机中加入一个源状态(source state)、一个宿状态(sink state)和一个空标记符号(label), 令源状态开始于负无穷远处, 宿状态终止于正无穷远处, 当自动机保持在源状态或者宿状态时都产生空的符号, 这样就可以考虑在整个时间轴 $\mathbb{Z}$ 上的解了。有限自动机的初始状态集 I 和终端状态集 F 与连续时间状态空间系统之间并没有直接的对应关系, 但是在某种意义上可以把它们看做是自动机的性能指标。

概括来说, 在定义 1.2.1 和定义 1.2.2 之间有如下一些基本差别:

与 X, W 是连续空间不同, 在有限自动机中, L, A 是有限集(在某些推广条件下, 可以考虑 L, A 为可数集)。

定义 1.2.1 中的时间轴是 $\mathbb{R}$, 而定义 1.2.2 中的时间轴是整数集 $\mathbb{Z}$, 这里更准确点说, 可以认为 $\mathbb{Z}$ 不具有其他任何形式的结构(仅表示一个序列顺序)。

在有限自动机模型中, 可能发生的转移关系(事件)的集合是显式表示的, 而在连续状态空间系统中的演化关系是用微分方程和代数方程来隐式表示的(还要求解这些方程)。

1.2.2 混成自动机

将定义 1.2.1 和定义 1.2.2 结合起来可引出下列混成系统的定义。

定义 1.2.3 混成自动机

一个混成自动机可用一个七元组 $(L, X, A, W, E, \text{Inv}, \text{Act})$ 表示, 其中各个符号(元)的含义如下:

L 是一个有限集, 称之为离散状态集或位置(location)集, 它们构成状态图中的结点。

X 表示混成自动机的连续状态空间, 连续状态变量 x 在其中取值, 通常我们认为 $X \subset \mathbb{R}^n$ 或者认为 X 是一个 n 维流形。

A 为有限符号集, 用于标记状态图中的边。

$W = \mathbb{R}^q$ 是连续交互联络变量空间, 系统的连续外部变量 w 在其中取值。

E 是一个被称为变迁(或事件)的边的有限集。每条边用一个五元组 $(l, a, \text{Guard}_{ll'}, \text{Jump}_{ll'}, l')$ 定义, 其中 $l, l' \in L, a \in A, \text{Guard}_{ll'}$ 为警卫条件, 是 X 中的一个子集; $\text{Jump}_{ll'}$ 为跳变关系, 它定义在 $X \times X$ 的子集上。当连续状态变量 x 进入集合 $\text{Guard}_{ll'}$ 时, 就可启动由离散状态 l 到 l' 的变迁(转移), 在这个变迁过程中, 连续状态 x 跳变到 x' , 并且满足给定的跳变关系 $(x, x') \in \text{Jump}_{ll'}$ 。

Inv 表示从位置集 L 到 X 的子集之间的映射, 对所有位置 $l \in L$, 有 $\text{Inv}(l) \subset X$ 。无论系统处在哪一个位置 l , 连续状态 x 必满足 $x \in \text{Inv}(l)$ 。对 $l \in L$, 称 X 的子集 $\text{Inv}(l)$ 为 l 的位置不变集(location invariant)。

Act 是指定在每个位置 $l \in L$ 的映射, 用微分代数方程组 F_l 表示, 它给出了在 $l \in L$ 处, 系统的连续状态变量 x 、状态变量的微分 $\dot{x}$ 和连续外部变量 w 三者之间的关系:

$$F_t(x, \dot{x}, w) = 0 \quad (1.4)$$

称这组微分代数方程的解为系统在该位置处的活动。

显然,上述定义在很大程度上来自定义 1.2.2,离散状态空间 L 现在被称为位置空间(还应指出,在定义 1.2.3 中边的集合 E 也定义了一个 $L \times A \times L$ 的子集)。事实上,定义 1.2.3 扩展了定义 1.2.2,它在状态图中的每个结点(位置)处加入连续动力学系统的活动,并且在每一个 $l \rightarrow l'$ 的状态变迁过程与连续状态下可能发生的跳变过程之间建立了联系。

应当指出,混成自动机的状态由离散部分 $l \in L$ 和在 X 中的连续部分构成。进一步说,混成自动机的外部变量由在 A 中取值 a 的离散部分和在 $\mathbb{R}^q$ 中取值的 w 的连续部分构成,混成自动机的动力学特征由离散状态的转移(从一个位置到另一个位置)构成,并且伴随着在一个位置不变时连续部分的演化。

还应当注意到,与连续时间状态空间系统的定义类似,在混成自动机的上述定义中,在每一个位置,仍然需要用对应的微分代数方程的解(活动)的准确形式作补充,这就同样存在着隐含或模糊不清之处。事实上,在混成自动机的最初定义中(参见文献[1]),假定每个位置的活动可以显式给出,而不是如上述那样以隐含的形式从微分代数方程的解中产生。但是,熟悉微分方程的人都知道,用 $\mathbb{R}^+$ 到 X 的时间函数来显式表示连续动力学特征并不方便,仅仅在一些特殊的情况下(例如在线性动态系统中),才能得到其显式解。混成自动机的图形描述如图 1.2 所示。

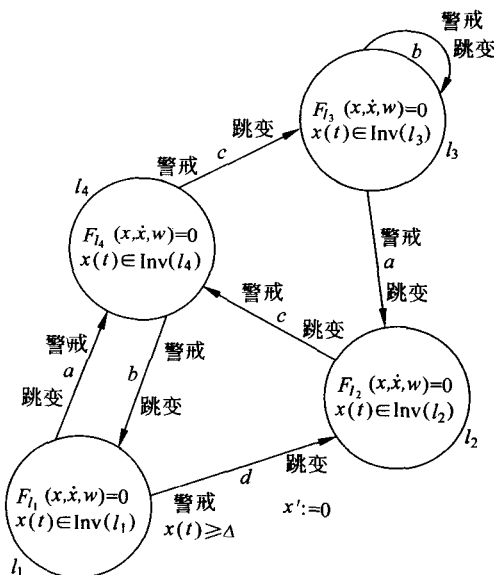


图 1.2 混成自动机

对于混成自动机的行为轨迹(trjectories)(或称为“解”,用计算机科学的术语,也可称为“运行”或“执行”)而言,一种合理的定义是:与位置 l 相关的连续轨迹 (l, δ, x, w) 由一个非负的时间 δ (连续轨迹的持续时间)、一个分段连续函数 $w: [0, \delta] \rightarrow W$ 和一个连续的分段可微函数 $x: [0, \delta] \rightarrow X$ 构成,并且使得:

对所有 $t \in (0, \delta), x(t) \in \text{Inv}(l)$;

除了在 w 上的不连续点,对所有 $t \in (0, \delta)$, 均有 $F_l(x(t), \dot{x}(t), w(t)) = 0$ 。

事实上,混成自动机的(行为)轨迹为一个(无限的)连续轨迹序列:

$$(l_0, \delta_0, x_0, w_0) \xrightarrow{a_0} (l_1, \delta_1, x_1, w_1) \xrightarrow{a_1} (l_2, \delta_2, x_2, w_2) \xrightarrow{a_2} \dots$$

使得在事件时刻

$$t_0 = \delta_0, \quad t_1 = \delta_0 + \delta_1, \quad t_2 = \delta_0 + \delta_1 + \delta_2, \dots$$

对于各个离散变迁,下列的包含(inclusion)关系成立:

$$x_j(t_j) \in \forall \text{Guard}_{l_j l_{j+1}}$$

$$(x_j(t_j), x_{j+1}(t_{j+1})) \in \text{Jump}_{l_j l_{j+1}} \quad \forall j = 0, 1, 2, \dots$$

在上述序列中的第 j 个(j 从 0 开始)有向弧线上标注着一个符号 a_j , 表示在第 j 次离散变迁发生时所对应的离散符号的取值。

1.2.3 混成动力学系统的特征

混成自动机的轨迹显示出如下特征。从给定位置开始,如果保持在该位置不变,状态的连续部分根据与该位置对应的连续动力学特征演化。之后,在 $\mathbb{R}$ 上的某一时刻,称为事件时刻,一个事件发生,状态的离散部分切换到另一个位置。这是一个瞬时的变迁,变迁发生的一个必要条件就是满足相应的警戒条件。进一步说,位置变迁一般会涉及连续状态部分的跳变。随之在瞬时的切换发生后,连续状态部分就从一个新的状态开始,根据新的位置上的连续动力学规律继续演化。因而,有两种现象与每一次事件相联系,即切换和跳变,分别描述了在事件时刻处状态的离散部分和连续部分的即时变迁过程。

在混成系统的详细描述中,一个基本问题就是对事件和事件时刻的阐释和刻画。首先,事件可以通过指令标记(符号) $a \in A$ 从外部引发,这属于受控的切换和跳变。其次,事件也可能通过内部引发,这属于自主的切换和跳变。内部引发事件的发生由警戒条件和位置不变条件决定。一旦有位置不变条件被突破的情形发生,混成自动机必须切换到一个新的位置,这就可能导致连续状态过程的重新展开。在事件发生时刻,由警戒条件决定可能切换到的某些位置(可能切换到的位置一般不止一个,甚至还有可能切换回同一个位置)。

在位置不变条件尚未突破时,如果满足相应的警戒条件,仍然可能发生离散的变迁。也就是说,如果在某一给定时刻,离散变迁的警戒条件得以满足,也可能导致事件的发生。由此可以得到一大类混成自动机的轨迹,并且混成自动机更严格的行为指标取决于对警戒条件进行限制性更强的定义。直觉上可以认为,位置不变条件提供的是强制条件而警戒条件提供的是使能条件。

分析混成自动机的轨迹自然要提出许多问题,这里列示一些如下: