

# 六类微积分与 泛力学引论

LIULEIWEIJIFEN  
YUFANLIXUEYINLUN

© 徐肇玉 著



山东大学出版社

0172/224

2007

# 六类微积分与泛力学引论

徐肇玉 著



山东大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

六类微积分与泛力学引论/徐肇玉著. — 济南: 山东大学出版社, 2007. 6

ISBN 978-7-5607-3373-9

I. 六...

II. 徐...

III. ①微积分②泛函分析

IV. 0172 0177

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 072593 号

山东大学出版社出版发行

(山东省济南市山大南路 27 号 邮政编码:250100)

山东省新华书店经销

莱芜市圣龙印务有限责任公司印刷

787×1092 毫米 1/16 17.25 印张 397 千字

2007 年 6 月第 1 版 2007 年 6 月第 1 次印刷

定价:26.00 元

## 内容简介

本书建立了六类微积分与泛力学的初步理论。前十章是六类微积分及其在物理学中的应用。第十一章至第十四章是泛力学理论基础,主要陈述泛力学的意义,*LMT* 泛力学,奇异点泛力学,主体与人泛力学(包括连续人,离散人,大尺人泛力学)的初步内容,揭示了我们人类的物理学只是九类物理学中的三类,还有六类尚未问津;论证了万有引力定律只是连续主体(地球人属于连续主体)才能观测到的结果;从理论上指出了存在的相对性。

书末附录,陈述了物理学的相对性与地球人在宇宙中的地位。

本书力求深入浅出,可供大学生,研究生与教师阅读,也可供对数学与物理的创新,特别是对泛力学感兴趣的朋友阅读。

本书泛力学的摘要已被多部大型综合性论文集、文库、论坛精典等录用。

## 作者简介

徐肇玉,山东青岛人,1938年生,教授。毕业于北京师范大学数学系,结业于四川大学数论研究生班。主要从事数论与数学物理方面的教学与研究工作。

在《美国数学评论》、《苏联数学文摘》、《科学通报》、《自然杂志》、等刊物发表论文七十余篇。提出的新概念有:积性速度、时空子、能量矩、积性概率等。初步形成了包含寻常微积分在内的六类微积分体系,在此基础上,建立了泛力学理论。

## 序

我和徐肇玉教授相识 25 年了。在上世纪 80 年代初,我们第一次相识于黑龙江省数学会年会上。那时他是一位大学教师,而我只是一名本科二年级的学生,他大我 24 岁,我们由于对数论的共同兴趣而走到一起,成了忘年交。

1984 年,我们奇迹般地成为“同学”。那时我们都在四川大学数学系进修数论专业研究生课程,而且我们同住一室,共同生活了一段时光。使我了解到徐老师的所思、所想,我们还共同讨论了许多问题。

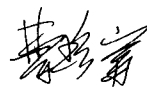
严格说,徐肇玉教授的《六类微积分与泛力学引论》是一种构想,是许多问题的猜测、联想,尚需时间的检验和未来科学的证明。虽然我没有读过本书的细节,但我了解徐老师的许多新想法,他的新思想主要就是寻找数学与自然的新对应关系。一个新的数学结论常常使他兴奋不已,他马上就可以联想到自然界中的现象。记得在川大学习孙琦教授的“不定方程”课程时,当他了解到“三次或三次以上不可约多项式不定方程只有有限组整数解”后,他非常兴奋地对我说:“这就是为什么自然界中物理规律常是二次或二次以下的原因。”

希尔伯特(D. Hilbert)指出:“只要一门科学分支能提出大量的问题,它就充满着生命力,而问题缺乏则预示着独立发展的衰亡或终止。”正是出于这样一种考虑,世界上大概没有人不支持提出问题。爱因斯坦(A. Einstein)说:“提出一个问题往往比解决一个问题更重要,因为解决问题也许仅是一个数学上或实验上的技能而已。而提出新的问题、新的可能性、从新的角度看旧的问题,却需有创造性的想象力,而且标志着科学的真正进步。”事实正是这样,对科学问题的探索、猜想,总能促进科学技术的进步与繁荣。

显然,这本书呈现给读者的是一个异于寻常的体系或理论。所以出现不同的见解或观点是正常的。我希望本书的出版能引起读者的各种兴趣,证明的、否定的、理论探索的或实验检验的,从微观到宏观,从数学到自然,“百花齐放,百家争鸣”。我们没有必要为一些有违我们当前认识的预言或猜测而惊慌,柯西(A. L. Cauchy)说过:“人必须确信,如果他是在给科学添加许多新的

术语而让读者接着研究那摆在他们面前的奇妙难尽的东西,已经使科学获得了巨大的进展。”

希望有兴趣的读者对本书提出批评、指正!



2006.11.19 于上海交通大学

## 前 言

1973年,作者发明了一类不同于寻常微积分的新微积分,称它为指数微积分,写入油印小册子《关于新微积分的基础》中。1980年,以《二级微积分及其应用(I)、(II)》的论文形式刊在齐齐哈尔师范学院学报(自然科学版),1(1980)上,这就是本书积性微积分章节的雏形。后来,作者又发明了另外四类微积分(即:离散和性微积分,大尺和性微积分,离散积性微积分,大尺积性微积分),连同寻常微积分(即:连续和性微积分)与积性微积分(即:连续积性微积分)共六类微积分,形成了本书的微积分体系,并指出了这个体系的完全性与代表性。随后,应用这个体系于物理学,作者建立了《泛力学理论》,并在1987年中国第二届近代数学与力学会议上作了《泛力学基础(I)》的综述报告(参阅:MMM(II)文集,1987年12月,上海,61~62);两年后又有了进展,写出了《泛力学基础(II)》(参阅:《现代数学与力学》,钱伟长、郭友中主编,科学出版社,1989,72~74)。于是,六类微积分基础与泛力学初步就成为本书的基本内容。

以上所述,便是本书的来拢去脉。

本书以数学怎样在物理学中应用与物理学怎样抽象成数学为主线,而将纲量、物理量;函数、规律;纲量函数、物理规律;和性、积性;层次、深层次;离散、连续、大尺;微范围、小范围、大范围……诸概念在数学物理中转化为数量上的有机体。最后,终于从世界、物理世界、抽象物理世界、数学物理世界、度量量子理论……走向了泛力学。

所以,本书既不是纯数学的,也不是纯物理的,而是数学与物理的结合。

由于本书提出的大部分概念与公式是新的,而且许多是第一次写进书里,所以,不成熟不完全之处必会出现,错误缺点一定不少,敬请批评指正。

作 者

2004年12月于青岛浮山



## 主要符号表

$f'(x)$	f(x)的和性连续导数
$f^{[1]}(x)$	f(x)的和性连续对称导数
$f^{\wedge}(x), \sqrt{d^{\wedge} f(x)}$	f(x)的积性连续导数
$f^{\vee}(x), \frac{d^{\vee} f(x)}{d^{\vee} x}$	f(x)的和性离散导数
${}^{\vee}f(x), \frac{{}^{\vee}df(x)}{{}^{\vee}dx}$	f(x)的和性离散引数
$f^{<}(x), \frac{d^{<} f(x)}{d^{<} x}$	f(x)的积性离散导数
${}^{>}f(x), \frac{{}^{>}df(x)}{{}^{>}dx}$	f(x)的积性离散引数
$f^{\ddagger}(x)$	f(x)的和性大尺导数
$f^{''}(x)$	f(x)的积性大尺导数
$\int f(x) dx$	f(x)的和性连续不定积分
$\int f(x)^{d^{\wedge} x}$	f(x)的积性连续不定积分
$\int f(x) d^{\vee} x$	f(x)的和性离散不定积分
$\int f(x)^{\vee} dx$	f(x)的和性离散不定累分
$\int f(x) d^{<} x, \int f(x)^{d^{<} x}$	f(x)的积性离散不定积分
$\int f(x)^{>} dx, \int f(x)^{>} dx$	f(x)的积性离散不定累分
$\int f(x) d^{\ddagger} x$	f(x)的和性大尺不定积分
$\int f(x) d^{''} x, \int f(x)^{d^{''} x}$	f(x)的积性大尺不定积分
$\vec{r}$	和性向量: $\vec{r} = xi + yj + zk$
$\vec{r}^*$	积性向量: $\vec{r}^* = x^i y^j z^k$
$\Delta y$	和性增量: $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$
$\Delta^* y$	积性增量: $\Delta^* y = \frac{f(x + \Delta x)}{f(x)}, f(x) \neq 0$
$P(A)$	和性概率: $P(A), \frac{m}{n} \quad \frac{\lambda}{n}$

$P^*(A)$	积性概率: $P^*(A), \sqrt[n]{m}, \sqrt[n]{\lambda}$
$P_0^*(A)$	常用积性概率: $P^*(A)/\sqrt[n]{e}, \sqrt[n]{m}/\sqrt[3]{3}$
$\varepsilon(f)$	和性绝对误差: $\varepsilon(f) = f(x^*) - f(x)$
$\varepsilon_r(f)$	和性相对误差: $\varepsilon_r(f) = \frac{\varepsilon(f)}{f(x)}, f(x) \neq 0$
$H(f)$	和性误差熵: $H(f) = \frac{\varepsilon(f)}{\varepsilon(x)} = \frac{\varepsilon(f)}{x^* - x}$
$E(f)$	积性绝对误差: $E(f) = f(x^*)/f(x), f(x) \neq 0$
$E_r(f)$	积性相对误差: $E_r(f) = \sqrt[f(x)]{E(f)}$
$S(f)$	积性误差熵: $S(f) = \sqrt[f(x)]{f(x^*)} = \varepsilon(x) \sqrt{E(f)}$
$E$	地球人等量原理
$H$	和性数学物理规律集
$J = a^H$	积性数学物理规律集
$\tilde{a}$	纲量: $\tilde{a} = \ \tilde{a}\  * [\tilde{a}]$
$\ \tilde{a}\ $	纲量 $\tilde{a}$ 的量模
$[\tilde{a}]$	纲量 $\tilde{a}$ 的量纲
$f(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n)$	关于纲量 $\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n$ 的纲量函数
$\tilde{F}$	代数纲量函数或定常化后为代数函数
$\{\tilde{F}\}$	代数纲量函数集或定常化后为代数函数集
$\tilde{e}_A$	物理量 $\tilde{A}$ 的度量量子或纲量 $\tilde{A}$ 的度量量子
$U, V$	宇宙或世界
$\mathbb{F}$	泛力学规律集
$\mathbb{F}_n$	$n$ 元泛力学规律集
$\infty_1$	极点号
$\infty_2$	极异点号
$\infty$	可去奇点号
$\wp$	可去异点号
$\wp_1$	本性奇点号
$\wp_2$	本性异点号
$\Upsilon$	对数分枝点号
$\lambda$	指数分枝点号
$\prec$	代数分枝点号
$0$	零点号
$\mathbb{F}_{1C_1}$	一元整泛力学规律集
$\mathbb{F}_{1C_2}$	一元积性整泛力学规律集

$\Gamma_{10}$

$\Gamma_{1 \dots 1}$

$\Gamma_{1 \dots 2}$

$\mathbb{A}$

$\mathbb{A}^n$

$D_A$

$D_B$

$D'_A$

$D'_B$

一元守恒定律集

一元亚纯泛力学规律集

一元积性亚纯泛力学规律集

代数函数域

$n$  元代数函数域

$\tilde{B} = f(\tilde{A})$  的定义域

$\tilde{B} = f(\tilde{A})$  的值域

主体观测  $\tilde{A}$  所得数量集

主体观测  $\tilde{B}$  所得数量集

# 目 录

第一章 六类微积分与物理学	(1)
§ 1.1 沿 革	(1)
§ 1.2 六类微积分	(1)
1.2.1 三类和性微积分	(1)
1.2.2 三类积性微积分	(2)
1.2.3 积性微积分的非线性特征	(3)
1.2.4 微积分的完全性与代表性	(3)
§ 1.3 微积分表	(4)
1.3.1 和性微积分表	(4)
1.3.2 积性微积分表	(4)
1.3.3 连续微积分表	(4)
1.3.4 离散微积分表	(4)
1.3.5 大尺微积分表	(4)
1.3.6 微积分表	(4)
§ 1.4 微积分与物理学	(5)
1.4.1 范围的界定	(5)
1.4.2 微积分的相对性	(5)
1.4.3 微积分物理学对偶原理	(5)
第二章 积性导数与积性微分	(7)
§ 2.1 积性导数概念	(7)
2.1.1 问题的提出	(7)
2.1.2 积性导数和积性连续	(8)
2.1.3 连续性判则	(9)
2.1.4 积性导数与导数的关系	(10)
§ 2.2 积性求导法则	(11)
2.2.1 积性导数的四则运算	(11)
2.2.2 反函数与复合函数的积性导数	(12)
2.2.3 非线性导数与线性导数	(12)
2.2.4 常用积性求导公式	(12)

2.2.5	导数与积性导数的对偶性	(13)
§ 2.3	积性导数的解释	(14)
2.3.1	对数速度解释	(14)
2.3.2	积性速度解释	(14)
2.3.3	导函比解释	(14)
2.3.4	积性斜率解释	(15)
2.3.5	指数平均解释	(15)
2.3.6	积性坐标系与积性导数	(15)
§ 2.4	积性微分	(16)
2.4.1	积性微分与积性可微	(16)
2.4.2	积性微分公式	(17)
2.4.3	积性微分解释	(18)
2.4.4	高阶积性导数与高阶积性微分	(19)
2.4.5	一些近似公式	(19)
2.4.6	微分学对偶原理	(21)
§ 2.5	积性微分中值定理	(22)
2.5.1	积性费马定理	(22)
2.5.2	积性罗尔中值定理	(22)
2.5.3	积性拉格朗日中值定理	(22)
2.5.4	积性多项式	(23)
2.5.5	积性泰勒中值定理	(24)

### 第三章 积性导数的应用 (25)

§ 3.1	用积性导数研究函数	(25)
3.1.1	研究函数的积性导数法	(25)
3.1.2	函数不可微判则	(25)
3.1.3	寻找积性非正常点	(26)
3.1.4	非零极值点的特征	(26)
§ 3.2	积性向量	(26)
3.2.1	积性向量概念	(26)
3.2.2	积性向量的运算	(27)
3.2.3	积性导数与积性向量	(27)
§ 3.3	积性速度	(28)
3.3.1	重新认识速度的必要性	(28)
3.3.2	积性速度与积性加速度	(29)
3.3.3	积性速度的独立性	(29)
3.3.4	积性速度的优点	(30)
§ 3.4	积性匀速与匀加速运动	(32)

3.4.1	积性匀速运动	(32)
3.4.2	积性匀加速运动	(34)
3.4.3	$R_0$ 是大范围指标	(35)
3.4.4	运动的相对形式与绝对形式	(35)
§ 3.5	用积性导数研究光运动	(35)
3.5.1	光速的变与不变	(35)
3.5.2	光速公式	(36)
3.5.3	积性光速不变原理	(36)
3.5.4	用积性光速不变原理研究光运动	(37)
§ 3.6	积性光速不变原理与绝对坐标	(37)
3.6.1	绝对坐标的存在性	(37)
3.6.2	积性速度存在的充要条件	(38)
3.6.3	积性光速不变原理成立的充要条件	(38)
3.6.4	绝对长度 $R_0$ 的一个解释	(38)
3.6.5	宇宙球与坐标的相对绝对性	(39)
3.6.6	光速改变的两种假设	(40)
3.6.7	宇宙球公式	(40)
3.6.8	宇宙膨胀质疑	(41)
§ 3.7	和性误差与积性误差	(41)
3.7.1	和性误差与和性误差系	(41)
3.7.2	积性误差与积性误差系	(43)
3.7.3	积性误差系诸概念的初步解释	(44)
3.7.4	积性误差系优点初探	(44)
3.7.5	广义误差论大意	(46)
<b>第四章</b>	<b>积性积分</b>	<b>(47)</b>
§ 4.1	积性不定积分	(47)
4.1.1	积性不定积分概念	(47)
4.1.2	积性不定积分的重要定理	(48)
4.1.3	积性不定积分的重要公式	(48)
4.1.4	求原函数的一个有趣的方法	(49)
§ 4.2	积性定积分	(50)
4.2.1	积性定积分概念与积性可积	(50)
4.2.2	积性定积分的重要公式	(52)
4.2.3	积性定积分的重要定理	(53)
4.2.4	积性定积分的解释	(53)
4.2.5	积分学对偶原理	(55)

<b>第五章 积性积分的应用</b> .....	(57)
§ 5.1 和性重心与积性重心 .....	(57)
5.1.1 算术平均与几何平均 .....	(57)
5.1.2 函数均值不等式应用举例 .....	(57)
5.1.3 和性重心与积性重心 .....	(58)
5.1.4 积性重心的性质 .....	(59)
5.1.5 积性定积分的双向界定 .....	(60)
§ 5.2 和性概率与积性概率 .....	(61)
5.2.1 和性概率与积性概率的定义 .....	(61)
5.2.2 三的稳定性的稳定性 .....	(61)
5.2.3 积性概率基本定理 .....	(62)
5.2.4 和性概率的弱点及其克服 .....	(62)
5.2.5 积性概率的性质 .....	(64)
5.2.6 积性积分与积性概率 .....	(65)
§ 5.3 和性级数与积性级数 .....	(66)
5.3.1 和性级数与积性级数概念 .....	(66)
5.3.2 积性级数的若干公式 .....	(66)
5.3.3 函数的另一种逼近法 .....	(66)
5.3.4 积性级数的估值 .....	(67)
5.3.5 积性函数逼近定理 .....	(68)
5.3.6 商分商根积性插值公式 .....	(68)
§ 5.4 和性几何与积性几何 .....	(70)
5.4.1 和性平面与积性平面上的几何 .....	(70)
5.4.2 和性微分几何与积性微分几何 .....	(70)
5.4.3 积性几何的物理背景 .....	(71)
5.4.4 大范围几何与小范围几何 .....	(72)
5.4.5 几何学的一般描述 .....	(72)
<b>第六章 积性多元微积分与广微分方程初步</b> .....	(73)
§ 6.1 积性偏导数与积性重积分 .....	(73)
6.1.1 积性偏导数 .....	(73)
6.1.2 积性空间直角坐标系与积性偏导数 .....	(73)
6.1.3 积性全微分 .....	(74)
6.1.4 积性全微分的应用 .....	(74)
6.1.5 积性高阶偏导数与高阶全微分 .....	(75)
6.1.6 积性偏导数的若干公式 .....	(75)
6.1.7 用积性偏导数求不可微点 .....	(75)

6.1.8	积性重积分概念	(76)
§ 6.2	积性场初步	(76)
6.2.1	积性梯度	(76)
6.2.2	光直线	(77)
6.2.3	积性梯度的若干性质	(78)
6.2.4	积性复数及其性质	(78)
6.2.5	积性散度与积性旋度概念	(79)
§ 6.3	广微分方程初步	(79)
6.3.1	微分方程概念	(79)
6.3.2	几个简单的广常微分方程	(80)
6.3.3	寻求科技规律的新方法	(81)
<b>第七章</b>	<b>离散和性微积分与微观世界</b>	<b>(83)</b>
§ 7.1	离散和性导引数的意义	(83)
7.1.1	提出问题	(83)
7.1.2	离散和性导数与引数的定义	(83)
7.1.3	离散和性导引数的数学背景	(83)
7.1.4	离散导引数的解释	(85)
§ 7.2	离散导引数的性质	(85)
7.2.1	基本关系	(85)
7.2.2	可展性	(85)
7.2.3	波动性	(86)
7.2.4	归原性	(87)
7.2.5	导引相关性	(88)
7.2.6	对称性	(88)
§ 7.3	求离散导引数的规则	(88)
7.3.1	直接结果	(88)
7.3.2	其他求离散导引数的规则	(89)
7.3.3	求离散导引数的近似方法	(90)
7.3.4	若干离散导引数公式	(90)
§ 7.4	小尺函数	(91)
7.4.1	小尺函数概念	(91)
7.4.2	关于小尺函数的定理	(91)
7.4.3	小尺函数的解释	(93)
§ 7.5	离散和性积累分的意义	(93)
7.5.1	离散不定积分与累分的定义	(93)
7.5.2	离散不定积分与累分的性质	(94)
7.5.3	离散定积分与定累分	(95)



7.5.4	离散积分累分的几个公式	(95)
§ 7.6	世界的层次性及其数学演绎	(95)
7.6.1	$2\varepsilon$ 与 $f^V(z)$ 的物理意义	(95)
7.6.2	世界的大层次	(96)
7.6.3	微观世界多层次的数学证明	(97)
7.6.4	真空世界与均匀世界	(98)
7.6.5	真空世界初步探讨	(99)
7.6.6	真空波结构初探	(100)
7.6.7	均匀世界初步探讨	(101)
7.6.8	波粒两象性的数学演绎	(101)
§ 7.7	离散和性微分方程初步	(102)
7.7.1	离散和性微分方程的意义	(102)
7.7.2	匀加速运动与简谐运动初步	(103)
7.7.3	关于在微观世界使用离散微积分与离散微分方程的建议	(103)
<b>第八章 大尺和性微积分与物理规律的数学演绎</b>		<b>(105)</b>
§ 8.1	大尺和性微积分初步	(105)
8.1.1	大尺(和性)导数与大尺(和性)函数	(105)
8.1.2	大尺积分与大尺原函数	(106)
8.1.3	大尺导数与大尺函数的解释	(106)
§ 8.2	大尺规律	(107)
8.2.1	大尺函数的若干定理	(107)
8.2.2	大尺规律的某些结果	(109)
8.2.3	寻求大尺规律的待定系数法	(110)
§ 8.3	若干物理规律的数学演绎	(112)
8.3.1	天体运动规律的一般形式	(112)
8.3.2	三体运动的一般形式	(113)
8.3.3	天体间作用力的一种一般形式	(113)
8.3.4	大质量定律	(114)
§ 8.4	大尺时空质公式	(115)
8.4.1	大尺时间公式	(115)
8.4.2	大尺空间公式	(116)
8.4.3	大尺物质量公式	(116)
8.4.4	大尺物理量公式	(116)
<b>第九章 积性大小尺函数与数学物理世界</b>		<b>(117)</b>
§ 9.1	积性大尺函数	(117)
9.1.1	积性大尺微积分初步	(117)