全国煤炭高职高专“十一五”规划教材

高等数学

主 编 张海泉 冯素芬

煤炭工业出版社

高等数学

全国煤炭高职高专“十一五”规划教材

高等数学

张海泉　冯素芬　主编

煤炭工业出版社

·北　京·

内 容 提 要

本教材根据教育部最新制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》编写．全书共分7章，内容包括：函数、极限与连续，导数与微分，导数的应用，不定积分，定积分及其应用，微分方程和拉氏变换，数学建模简介；每节后编有A、B两组习题，每章后编有综合复习题，以培养学生运算动手能力和分析问题的能力；同时，为了让学生学会用计算机解题，附录中简单介绍了Mathematica微积分部分．

本书是两年制高职高专工科类各专业高等数学课程的通用教材，也可作为成人和函授教育高等数学课程的教学用书．

图书在版编目（CIP）数据

高等数学/张海泉，冯素芬主编．—北京：煤炭工业出版社，2007.8

全国煤炭高职高专“十一五”规划教材

ISBN 978-7-5020-3125-1

Ⅰ．高… Ⅱ．①张… ②冯… Ⅲ．高等数学-高等学校：技术学校-教材 Ⅳ．O13

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第091590号

煤炭工业出版社 出版
（北京市朝阳区芍药居35号 100029）
网址：www.cciph.com.cn
环球印刷（北京）有限公司 印刷
新华书店北京发行所 发行
*
开本 787mm×1092mm 1/16 印张 15
字数 350千字 印数 1—5,000
2007年8月第1版 2007年8月第1次印刷
社内编号 5926 定价 25.00元

全国煤炭高职高专基础课程类“十一五”规划教材

编审委员会

前　　言

本教材是全国煤炭高职高专“十一五”规划教材.

本教材根据教育部最新制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》和《教育部关于加强高职高专教育专业人才培养工作的意见》,并结合煤炭行业高职高专的教育特色的实际情况而编写.

在本教材的编写过程中,重点体现以下指导思想:突出“以应用为目的,以必需、够用为度”的高等职业教育特色,并遵循“突出思想分析,立足能力培养,强化动手技能,解决实际问题”的原则;在保证科学性的基础上,力求讲清概念,减少理论求证;注重学生基本运算能力、分析问题能力、解决问题能力以及理论联系实际能力的培养;强调数学学科与相关学科之间的横向联系,力求做到立足实践与应用,拓宽基础知识面,使一般能力的培养与职业能力相结合,努力适应工科高职高专教学需求.

为了培养和启迪学生思维空间的发展及应用现代科学工具,本教材编写了数学建模和Mathematica微积分部分的简介.

本教材可作为两年制高职高专工科类各专业高等数学课程的教学用书. 基本教学时数90学时左右,标有 * 号的内容另行安排学时.

本教材由张海泉、冯素芬任主编,王改燕、白春盛、王雅斌任副主编. 参加编写的人员还有王雅斌、林硕蕾. 北京工业职业技术学院的吴翠兰老师审阅了全书,并提出了许多宝贵意见,在此表示衷心感谢!

由于我们的水平有限,教材中错误和不当之处在所难免,请有关专家、学者及广大师生、读者批评指正.

编　者

2007年7月

目　　录

第一章　函数、极限与连续

函数是近代数学的基本概念之一，也是高等数学的主要研究对象．极限是贯穿高等数学始终的一个重要概念，它是这门课程的基本推理工具．连续则是函数的一个重要性态．本章将介绍函数、极限与连续的基本知识，为以后的学习奠定必要的基础．

第一节　初等函数

一、函数的概念

1．函数定义

定义 1　设 D 为一个非空实数集合．如果对于每个数 $x\in D$，变量 y 按照一定的法则 f 总有确定的数值和它对应，那么 y 就称为定义在 D 上的 x 的函数，记作 $y=f(x)$，x 称为自变量，y 称为因变量，D 称为函数的定义域．

当 x 取 $x_0\in D$ 时，与 x_0 对应的 y 的数值称为函数在点 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$．当 x 取遍 D 中的一切实数时，对应的函数值集合 $M=\{y|_{y=f(x)},x\in D\}$ 称为函数的值域．

在函数的定义中，如果对于每一个 $x\in D$，都有唯一的 y 与它对应，那么这种函数称为单值函数，否则称为多值函数．例如，由方程 $x^2+y^2=16$ 所确定的以 x 为自变量的函数 $y=\pm\sqrt{16-x^2}$ 是一个多值函数，而它的每一个“分支”$y=\sqrt{16-x^2}$ 或 $y=-\sqrt{16-x^2}$ 都是单值函数．以后，如果没有特别说明，所研究的函数都是指单值函数．

不难看出，函数是由定义域与对应法则所确定的．因此，对于两个函数来说，当且仅当它们的定义域和对应法则都分别相同时，才表示同一函数．而与自变量和函数用什么字母表示无关．也就是说，函数的定义包括两个要素：定义域与对应法则．当定义域与对应法则确定后，函数就确定了．

2．函数的表示法

函数 $f(x)$ 的具体表达方式是不尽相同的．函数的表示法通常有三种：公式法、表格法和图示法．

(1) 公式法是指以数学式子表示函数的方法，其优点是便于理论推导和计算．

(2) 表格法是指以表格形式表示函数的方法．它是将自变量的值与对应的函数值列为表格，如三角函数表、对数表、企业历年产值表等，优点是所求的函数值容易查得．

(3) 图示法是指以图形表示函数的方法．这种方法在工程技术上应用较普遍，优点是直观形象，且可看到函数的变化趋势．

以下几种函数也属于用公式法表示的函数关系．

① 分段函数. 在定义域的不同范围内用不同的数学解析式表示的函数,称为分段函数.

例 1 求函数

$$f(x)=\operatorname{sgn} x=\begin{cases}-1, & x<0,\\ 0, & x=0,\\ 1, & x>0\end{cases} \text{及 } g(x)=\begin{cases}-1, & -1<x<0,\\ 2\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ x+1, & x>1\end{cases}$$

的定义域. 其中,sgn x 称为符号函数.

分析:$f(x)$与 $g(x)$都是分段函数,它们的图形分别如图 1-1 和图 1-2 所示.

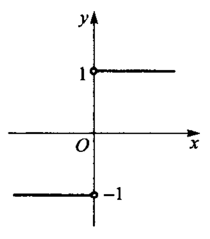


图 1-1

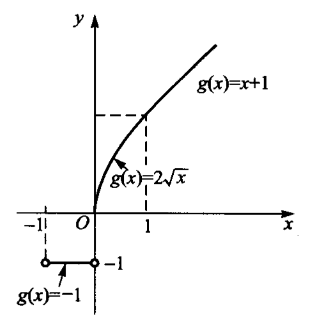


图 1-2

解 分段函数的定义域是各段定义区间的并集. $f(x)$的定义域是$(-\infty,0)\cup\{0\}\cup(0,+\infty)=(-\infty,+\infty)$;$g(x)$的定义域是$(-1,0)\cup[0,1]\cup(1,+\infty)=(-1,+\infty)$.

注意:分段函数仍然是一个函数,而不是几个函数.

② 隐函数. 如果自变量与函数的对应关系是用一个方程 $F(x,y)=0$ 确定的,这种函数称为隐函数. 相应的,我们将前面讨论的函数称为显函数.

③ 参数方程所确定的函数. 在许多实际问题中,变量 x 与 y 之间的函数关系还可以用含某一参数的方程组来确定,即

$$\begin{cases}x=\varphi(t),\\ y=\psi(t),\end{cases} \quad (\alpha\leqslant t\leqslant\beta),$$

其中,t 为参数. 这种函数称为由参数方程所确定的函数.

3. *函数的定义域*

在实际问题中,函数的定义域要根据问题的实际意义确定. 当不考虑函数的实际意义,而仅就抽象的解析式来研究函数时,则规定函数的定义域是使解析式有意义的自变量的全体. 通常求函数的定义域一般应注意以下几点:

(1) 分式函数的分母不能为零;

(2) 偶次根式的被开方式必须为非负数;

(3) 对数函数的真数必须大于零;

(4) 幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数考虑各自的定义域;

(5) 若函数表达式是由几个数学式子组成,则其定义域应取各部分定义域的交集;

(6) 分段函数的定义域是各个定义区间的并集.

例 2 求下列函数的定义域：

(1) $y=\sqrt{x+3}-\dfrac{1}{x^2-1}$； (2) $y=\sqrt{x^2-4}+\arcsin\dfrac{x}{2}$；

(3) $y=\lg\dfrac{x-1}{2}+\sqrt{x-3}$.

解 (1) 要使函数有意义，必须 $x+3\geqslant 0$ 且 $x^2-1\neq 0$，即 $x\geqslant -3$ 且 $x\neq \pm 1$，所以函数的定义域为$[-3,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

(2) 要使函数有意义，必须 $x^2-4\geqslant 0$ 且 $\left|\dfrac{x}{2}\right|\leqslant 1$，即 $x\geqslant 2$ 或 $x\leqslant -2$ 且 $-2\leqslant x\leqslant 2$，所以函数的定义域为$\{x\mid x=\pm 2\}$.

(3) 要使函数有意义，必须

$$\begin{cases}\dfrac{x-1}{2}>0,\\ x-3\geqslant 0,\end{cases} \quad 即\begin{cases}x>1,\\ x\geqslant 3,\end{cases}$$

所以 $x\geqslant 3$，即函数的定义域为$[3,+\infty)$.

例 3 设有分段函数

$$f(x)=\begin{cases}x-1, & -1<x\leqslant 0,\\ x^2, & 0<x\leqslant 1,\\ 3-x, & 1<x\leqslant 2.\end{cases}$$

(1) 画出函数的图像；

(2) 求此函数的定义域；

(3) 求 $f\left(-\dfrac{1}{2}\right),f\left(\dfrac{1}{2}\right),f\left(\dfrac{3}{2}\right)$的值.

解 (1) 函数图像如图 1－3 所示；

(2) 函数的定义域为$(-1,2]$；

(3) $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{3}{2}$，$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{4}$，$f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{3}{2}$.

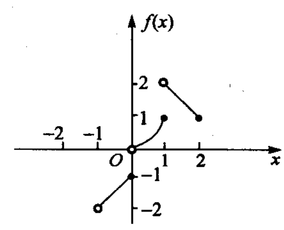


图 1－3

二、函数的几种特性

1. 奇偶性

定义 2 设函数 $y=f(x)$的定义域 D 关于原点对称. 如果对于任意的 $x\in D$，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$为奇函数；如果对于任意的 $x\in D$，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$为偶函数；否则，称 $f(x)$为非奇非偶函数.

奇函数的图像关于原点对称，偶函数的图像关于 y 轴对称(图 1－4).

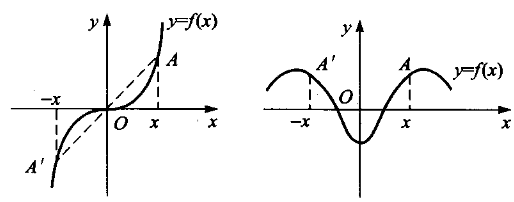


图 1－4

例 4 判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x)=x^4\sin x^3$；

(2) $f(x)=\sin x\log_a(x+\sqrt{x^2+1})(a>0,a\neq 1)$；

(3) $f(x)=\sqrt{x}$.

解 (1) 因为 $f(x)=x^4\sin x^3$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,且有:

$$f(-x)=(-x)^4\sin(-x)^3=-x^4\sin x^3=-f(x),$$

所以 $f(x)$ 是奇函数.

(2) 因为 $f(x)=\sin x\log_a(x+\sqrt{x^2+1})$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,且有:

$$\begin{aligned}f(-x)&=\sin(-x)\log_a[-x+\sqrt{(-x)^2+1}]\\&=-\sin x\log_a\frac{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{x^2+1}+x}\\&=-\sin x\log_a\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\\&=\sin x\,[\log_a(x+\sqrt{x^2+1})]=f(x),\end{aligned}$$

所以 $f(x)$ 是偶函数.

(3) 因为 $f(x)=\sqrt{x}$ 的定义域 $[0,+\infty)$,不是关于原点的对称区间,所以 $f(x)$ 是非奇非偶函数.

注意:对熟悉的函数可利用它的图像判断其奇偶性.

2. 单调性

定义 3 设 x_1 和 x_2 为区间 (a,b) 内的任意两个数. 若当 $x_1<x_2$ 时,恒有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内单调增加,或称递增;若当 $x_1<x_2$ 时,恒有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内单调减少,或称递减.

单调增函数图像沿 x 轴正向上升,单调减函数图像沿 x 轴正向下降(图 1-5).

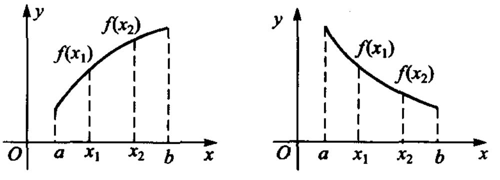


图 1-5

例 5 利用函数的图像,指出以下函数的单调区间:

(1) $y=2-x^2$; (2) $y=\arcsin x$.

解 (1) 观察图 1-6 可知: $y=2-x^2$ 的单调递增区间为 $(-\infty,0]$,单调递减区间为 $[0,+\infty)$.

(2) 观察图 1-7 可知: $y=\arcsin x$ 的单调递增区间为 $[-1,1]$.

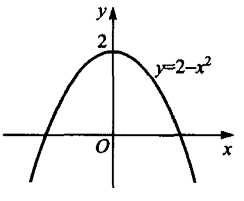


图 1-6

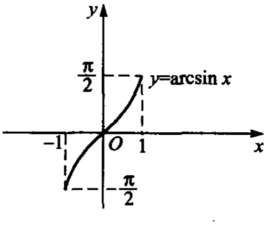


图 1-7

3. 有界性

定义 4 设函数 $y=f(x)$ 在区间 D 上有定义,对于任意的 $x\in D$,存在 $M>0$,使 $|f(x)|\leqslant M$ 成立,则称函数 $f(x)$ 为在 D 上的有界函数;如果这样的 M 不存在,则称函数 $f(x)$ 为在 D 上的无界函数.

有界函数的图像全部夹在直线 $y=M$ 与 $y=-M$ 之间(图 1-8).

例 6　指出函数 $y=\ln(x-1)$ 在 $(1,2)$, $(3,+\infty)$, $(2,3)$ 中哪个区间上有界.

解　观察图 1-9 可知:当 $2<x<3$ 时, $\ln1<\ln(x-1)<\ln2$,即 $0<\ln(x-1)<\ln2$,也就有 $|\ln(x-1)|<\ln2$ 成立,即函数图像都夹在直线 $y=\ln2$ 与 $y=-\ln2$ 之间,所以当 $x\in(2,3)$ 时, $y=\ln(x-1)$ 有界. 易见,该函数在 $(1,2)$ 和 $(3,+\infty)$ 内都无界.

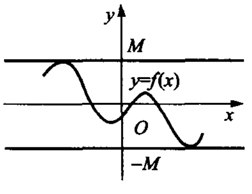


图 1-8

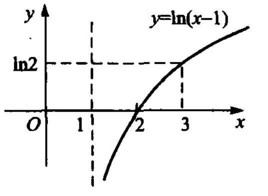


图 1-9

由例 6 可知,函数的有界与无界除与函数本身有关外,还与所讨论的区间有关.

4. 周期性

定义 5　设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D,若存在正数 l,使得对于一切实数 $x\in D$,都有 $f(x+l)=f(x)$ 成立,则称函数 $f(x)$ 为 D 上的周期函数. 使上述等式成立的最小正数 l 称为 $f(x)$ 的周期.

以 l 为周期的周期函数的图像在定义域内每隔长度为 l 的区间上有相同的形状(图 1-10).

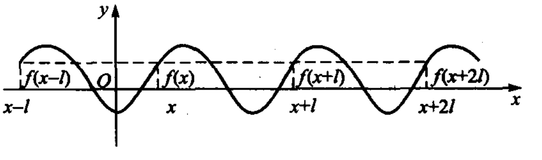


图 1-10

三、反函数

1. 反函数的概念

在函数关系中的两个变量,自变量与因变量的主、从地位是相对的. 在一些具体问题中,哪个是自变量,哪个是自变量的函数,并不是绝对的,要根据所研究的问题来决定.

例如,半径为 x,面积为 y 的函数关系中,可以是 $y=\pi x^2(x\geqslant0)$,也可以是 $x=\sqrt{\dfrac{y}{\pi}}$ $(y\geqslant0)$,称 $y=\pi x^2(x\geqslant0)$ 与 $x=\sqrt{\dfrac{y}{\pi}}(y\geqslant0)$ 互为反函数.

定义 6　设函数 $y=f(x)$ 的定义域是 D,值域为 M,如果对于 M 中的任一个 y 值,通过关系式 $y=f(x)$,都有唯一确定的 D 中的 x 与之对应,这样就确定了一个以 y 为自变量的函数,称为函数 $y=f(x)$ 的反函数,记作 $x=f^{-1}(y)$,它的定义域为 M,值域为 D.

习惯上把 $x=f^{-1}(y)$ 写成 $y=f^{-1}(x)$ 的形式.

求反函数可按下面两个步骤完成:

(1) 在函数关系式 $y=f(x)$ 中,将 y 作为已知数,求出 x,即得 $x=f^{-1}(y)$.

(2) 在 $x=f^{-1}(y)$ 中交换变量得 $y=f^{-1}(x)$.

例 7　求下列函数的反函数:

(1) $y=\sqrt{x}-1$;　　(2) $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

解　由 $y=\sqrt{x}-1$ 解得 $x=(y+1)^2\quad(y\geqslant-1)$,交换 x 与 y 的位置,即得所求的反函

数为

$$y=(x+1)^2 \quad (x\geqslant -1).$$

(2) 由 $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$解得 $x=\dfrac{y+1}{2-y}$ $(y\neq 2)$,交换 x 与 y 的位置,即得所求的反函数为

$$y=\frac{x+1}{2-x} \quad (x\neq 2).$$

一般的,有下述反函数存在定理.

定理 设函数 $y=f(x)$的定义域为 D,值域为 M. 如果函数 $y=f(x)$在 D 上是单调增加(或单调减少)的,则该函数必存在反函数 $y=f^{-1}(x)$,$(x\in M,y\in D)$,且反函数 $y=f^{-1}(x)$在 M 上也是单调增加(或单调减少)的.

例 8 求函数 $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$的反函数.

解 由 $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$可解得 $x=\log_2\dfrac{y}{1-y}$,交换 x 与 y 的位置,即得所求的反函数为

$$y=\log_2\frac{x}{1-x}.$$

例 9 讨论函数 $y=x^2$ 的反函数.

解 函数 $y=x^2$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,值域为$[0,+\infty)$. 对于任意一个 $y\in[0,+\infty)$,通过 $y=x^2$,不能唯一确定 $x\in(-\infty,+\infty)$与 y 对应,所以 $y=x^2$ 在其定义域内没有反函数. 但如果将函数的定义域限制为 $x\geqslant 0$,那么就有反函数 $y=\sqrt{x}$;同样,如果将函数的定义域限制为 $x\leqslant 0$,那么就有反函数 $y=-\sqrt{x}$.

2. 互为反函数的函数图像间的关系

一般的,函数 $y=f(x)$的图像和它的反函数 $y=f^{-1}x$ 的图像关于直线$y=x$ 对称.

例 10 在同一直角坐标平面内作出函数 $y=\sqrt[3]{x}$及其反函数的图像.

解 函数 $y=\sqrt[3]{x}$和$y=x^3$ 互为反函数,且它们的定义域、值域均为$(-\infty,+\infty)$. 由函数 $y=x^3$ 在$(-\infty,+\infty)$上单增,可知 $y=\sqrt[3]{x}$在$(-\infty,+\infty)$上也是单增的. 作出 $y=x^3$ 的图形,在同一直角坐标系中,根据反函数的图形关于直线 $y=x$ 对称,可以作出 $y=\sqrt[3]{x}$的图形,如图 1-11 所示.

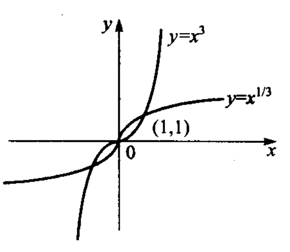


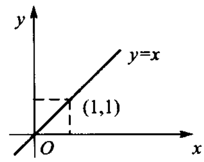
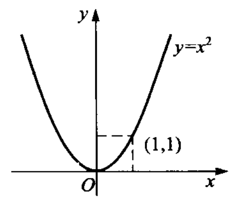
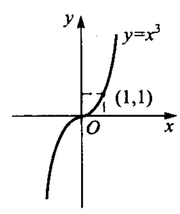
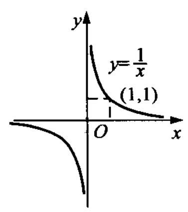
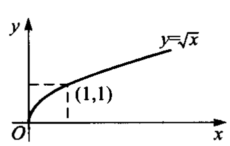
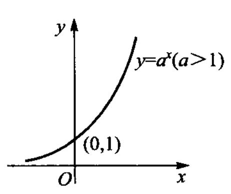
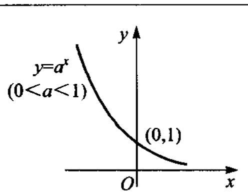
图 1-11

四、初等函数

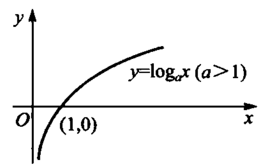
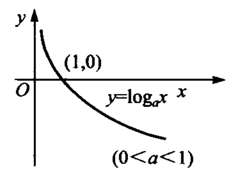
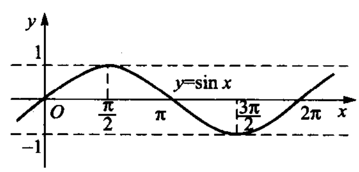
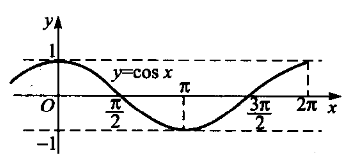
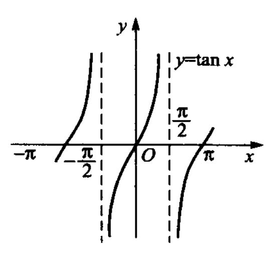
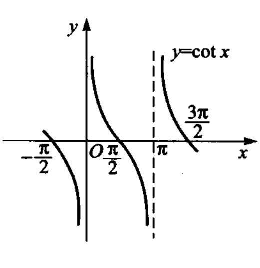
1. 基本初等函数

常数函数 $y=C$、幂函数 $y=x^\alpha$(α 为实数)、指数函数 $y=a^x$$(a>0,a\neq 1)$、对数函数 $y=\log_a x(a>0,a\neq 1)$、三角函数和反三角函数,统称为基本初等函数. 基本初等函数应用广泛,同时是继续学习初等函数的基础,必须熟记它们的定义域、值域、图像和性质. 为了便于读者记忆,现将常见的基本初等函数的定义域、值域、图像和性质如表 1-1 所示.

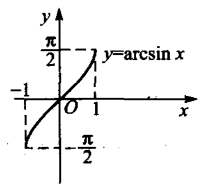
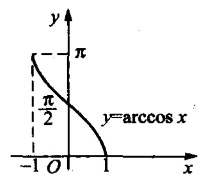
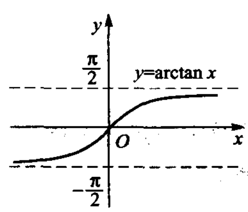
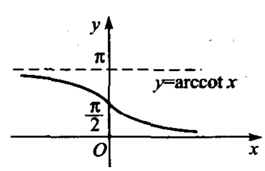
表 1－1

函数		定义域与值域	图像	特性
幂函数	$y=x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数 单调增加
	$y=x^2$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		偶函数 在$(-\infty,0]$内单调减少 在$[0,+\infty)$内单调增加
	$y=x^3$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数 单调增加
	$y=x^{-1}$	$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$		奇函数 在$(-\infty,0)$内单调减少 在$(0,+\infty)$内单调减少
	$y=x^{\frac{1}{2}}$	$x\in[0,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		单调增加
指数函数	$y=a^x$ $(a>1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调增加
	$y=a^x$ $(0<a<1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调减少

续表 1－1

函数		定义域与值域	图像	特性
对数函数	$y=\log_a x$ $(a>1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调增加
	$y=\log_a x$ $(0<a<1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调减少
三角函数	$y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		奇函数，周期为 2π，有界， 在 $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ $(k\in\mathbf{Z})$ 内单调增加， 在 $\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)$ $(k\in\mathbf{Z})$ 内单调减少
	$y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		偶函数，周期为 2π，有界， 在 $(2k\pi,2k\pi+\pi)$ $(k\in\mathbf{Z})$ 内单调减少， 在 $(2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi)$ $(k\in\mathbf{Z})$ 内单调增加
	$y=\tan x$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期为 π，在 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ $(k\in\mathbf{Z})$ 内单调增加
	$y=\cot x$	$x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期为 π，在 $(k\pi,k\pi+\pi)(k\in\mathbf{Z})$ 内单调减少

续表 1-1

函　数		定义域与值域	图　像	特　性
反三角函数	$y=\arcsin x$	$x\in[-1,1]$ $y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$		奇函数,单调增加,有界
	$y=\arccos x$	$x\in[-1,1]$ $y\in[0,\pi]$		单调减少,有界
	$y=\arctan x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$		奇函数,单调增加,有界
	$y=\operatorname{arccot} x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,\pi)$		单调减少,有界

2. 复合函数

定义 7　设 y 是 u 的函数,$y=f(u)$,$u\in B$,而 u 是 x 的函数,$u=\varphi(x)$,$x\in A$. 若 $\varphi(x)$的值域 $M\subseteq B$,那么 $y=f[\varphi(x)]$称为 $y=f(u)$与 $u=\varphi(x)$的复合函数,简称为 x 的复合函数,u 为中间变量,其定义域为 $D=\{x\mid x\in A,\varphi(x)\in B\}$.

例如,$y=\sin^2 x$,就是由 $y=u^2$ 和 $u=\sin x$ 复合而成的,这个复合函数的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,它也是 $u=\sin x$ 的定义域.

又如,$y=\sqrt{1-x^2}$是由 $y=\sqrt{u}$,$u=1-x^2$ 复合而成的,这个复合函数的定义域为 $[-1,1]$,它只是 $u=1-x^2$ 的定义域$(-\infty,+\infty)$的一部分.

注意:(1) 不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数的. 例如,$y=\arcsin u$ 与 $u=2+x^2$ 就不能复合成一个复合函数. (2) 复合函数也可以由两个以上的函数经过复合构成. 例如,由 $y=2^u$,$u=\sin v$,$v=\frac{1}{x}$这三个函数可得复合函数$y=2^{\sin\frac{1}{x}}$,其中 u 和 v 都是中间变量.