

DAXUESHENG SHUXUE
JIANMO

ANLI JINGXUAN

大学生数学建模

案例精选>>>

◎ 罗万成 主编



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

0141.4/47

2007

重庆文理学院学术专著出版资助项目

大学生数学建模案例精选

罗万成 主编

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

内 容 简 介

本书介绍重庆文理学院近几年大学生数学建模的研究成果,内容涉及工程、管理、医疗、信息、社会等领域实际问题的数学建模.本书由三部分组成:第一部分是参加全国大学生数学建模竞赛的部分获奖论文;第二部分是学生参加与相关课题完成的部分研究论文;第三部分是“挑战杯”全国大学生课外学术科技获奖作品.对学生所提交的论文未加修饰地按原貌展示出来,为大学生们提供一份真实的参考资料.

本书对大学生参加课外科技活动有一定的指导意义,可作为在校大学生的课外读物和数学建模课程的参考书,对于从事数学建模竞赛教学、培训和研究工作的教师有一定的参考价值,也可供有关的科技工作者参考.

图书在版编目(CIP)数据

大学生数学建模案例精选 / 罗万成主编. — 成都: 西南交通大学出版社, 2007.9
ISBN 978-7-81104-772-1

I. 大 … II. 罗… III. 数学模型—文集 IV. 022-53

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第153890号

大学生数学建模案例精选

罗万成 主编

*

责任编辑 张宝华

封面设计 翼虎书装

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段111号 邮政编码: 610031 发行部电话: 028-87600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

四川锦祝印务有限公司印刷

*

成品尺寸: 185 mm × 260 mm 印张: 19.625

字数: 476千字

2007年9月第1版 2007年9月第1次印刷

ISBN 978-7-81104-772-1

定价: 45.00元

图书如有印装问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

数学建模是一个创造性的思维过程，其教学内容、教学方法以及竞赛培训都应围绕着创新能力的培养这个核心进行。全国大学生数学建模竞赛，极大地推动了我国数学教学改革，是“九五”、“十五”期间数学教学改革的一大亮点，受到了教育部的高度重视。十多年来，高校数学教学改革的实践表明，开展数学建模教学和竞赛是实施大学生素质教育的有效途径，是数学教学改革的有益实践。

全国大学生数学建模竞赛组织委员会主任李大潜院士多次谈到他对数学建模活动的思考：“数学科学在本质上是革命的，是不断创新发展的，是与时俱进的，可是传统的数学教学过程与这种创新发展的实际进程却不免背道而驰。从一些基本的概念或定义出发，以简练的方式合乎逻辑地推演出所要求的结论，固然可以使学生在较短的时间内按部就班地学到尽可能多的内容，并体会到一种丝丝入扣、天衣无缝的美感。但是，过分强调这一点，就可能使学生误认为数学这样完美无缺、无懈可击是与生俱来、天经地义的，反而使思想处于一种僵化状态，在生动活泼的现实世界面前手足无措、一筹莫展。其实，现在看来美不胜收的一些重要的数学理论和方法，在一开始往往是混乱粗糙、难以理解甚至不可思议的，但由于蕴涵着创造性的思想，又最富有生命力和发展前途，经过许多乃至几代数学家的努力，有时甚至经过长期的激烈论争，才逐步去粗取精、去伪存真，使局势趋于明朗，最终出现了现在为大家公认，甚至写进教科书里的系统的理论。要培养学生的创新精神，提高学生的数学修养及素质，固然要灌输给他们以知识，但更要紧的是使他们了解数学的创造过程。这不仅要有机地结合数学内容的讲授，介绍数学的思想方法和发展历史，而且要创造一种环境，使同学身临其境地介入数学的发现或创造过程，否则，培养创新精神，加强素质教育，仍不免是一句空话。在数学教学过程中，要主动采取措施，鼓励并推动学生解决一些理论或实际的问题。这些问题没有现成的答案，没有固定的方法，没有指定的参考书，没有规定的数学工具，甚至也没有成型的数学问题。主要靠学生独立思考，反复钻研并相互切磋，去形成相应的数学问题，进而分析问题的特点，寻求解决问题的方法，得到有关的结论，并判断结论的对错与优劣。总之，让学生亲口尝一尝梨子的滋味，亲身去体验一下数学的创造过程，取得在课堂里和书本上无法代替的宝贵经验。毫无疑问，数学模型及数学实验的教学以及数学建模竞赛的开展，在这方面应该是一个有益的尝试和实践。”

全国人大副委员长许嘉璐先生在全国大学生数学建模竞赛 15 周年庆典暨 2006 高教社杯颁奖仪式上的讲话中指出：“古代的文苑，中外的一些作品，主要给我的是形象思维。但是从事语言学的研究，它需要形象思维，更需要逻辑思维。我在中学并没有学过逻辑学，当时的逻辑学未必能训练一个人的逻辑思维、抽象思维。我忽然悟到，我在中学学数学，老师所讲的具体内容甚至于定理都忘了，但是给我的抽象思维、逻辑思维的思维植下了根，事隔多年，在我从事教学和科研的时候起了作用。当然我这是说宏观的，今天回过头来我就是说数学太好了！数学太有用了！现在来说建模，也是可以用刚才我的几个字：太好了！太有用了！像我所接触的，从宏观上说，国家的经济建设，对未来的预测，常常需要建立模型；中观上，一

个大的工程，需要建立模型；微观上，一个项目也需要建立模型。十年来，我从中国古代语言一步跨到了计算机，用计算机来处理中国的语言文字。说简单点吧，现在同学们在用计算机的时候，你们只是机械输入字和词，而计算机的功能使用，它可以对我们所说的语言（自然语言）和成篇成本的书面语言（文本语言）进行处理。自动摘要，最后走到自动翻译，现在远远没达到。于是十年前我开始和专家们一起来攻这个领域，这是一个非常复杂的、系统的、长期进行的工程。我只能做其中一部分，这一部分我还要分解，分解成子课题。到我对一个子课题有了一个整体构想时，就让科研技术人员去实现。一实现就要探讨数学模型问题了，乃至算法问题。所以我没有想到，五十二年前进大学学的是中文，到老了还要到数学这个殿堂外转转。”

与此同时，大学通识教育已在国际上逐步成为高等教育的大趋势，清华大学老校长梅贻琦早就提出：“通识为本，专识为末。”然而数学教学中如何实施通识教育？目前探讨该问题的学者尚少，根据数学建模的功能和作用，通过一定的探索，我们认为数学建模教育无疑就是一种数学通识教育，数学模型课程无疑就是一门数学通识课程。我校虽然是2001年才升本的地方院校，数学建模起步较晚，但对数学模型课程却非常重视，并将之作为数学通识课程来建设，意在培养大学生的数学基本方法和能力，继而培养学生的创新能力和实践能力，提高学生的综合素质。近几年来，数学建模的教学面不断扩大，已由数学相关专业拓展到了计算机、物理、化学、生物、教育、工商、中文、英语等全校几乎所有的专业，参与数学建模科技活动的学生数量也大幅度增加。

我校数学模型课程围绕创新能力和综合素质教育的人才培养目标，着重培养学生的数学建模能力，提高学生分析问题和解决问题的能力，继而培养和提高学生的创新意识和创新能力。在课程的教学观念、教学内容、教学方法上进行了深入的改革和探索。我们秉持以培养创新能力和实践能力为重点，以普遍提高科学素质和人文素质为目的，按照现代人力资源开发的思想和理念，为大学生的数学素质和综合素质培养进行科学规划、个性化培养和综合性开发。特别强调：大学生数学建模的实施要注重三个结合，即课内与课外相结合；第一课堂与第二课堂相结合；学习与实践相结合。以合作性、问题性、实践性等构成了数学建模教学活动的基本框架，建立教学—科研—社区三位一体的教育体系，进而形成了以数学模型课程为核心的课程群，组建了以数学建模协会为依托的多个大学生数学建模课外科技社会实践活动项目组。经过近几年的教学实践和课程建设，形成了一套完整的具有我校特色的数学模型教学体系，主要有六个方面：

(1) 整合“研究性”和“渗透式”两种教学模式。从数学文化的形成与发展出发，创建数学建模课程部分内容开放性的教学体系。

(2) 加强实践性模式研究。根据理论—实践—理论—实践的原理，构建研究项目开展的途径和模式等活动体系与实施方案。

(3) 深化竞赛，整合教学内容，形成融入数学模型或其他数学主干课程中去的内容，以获得进行数学教学内容的优化与整合的成功案例。

(4) 深化竞赛并为其他科技活动搭建平台。对数学建模竞赛作深入研究，思考如何将数学建模和其他大学生科技活动相结合，如与“大学生挑战杯”的有机结合。

(5) 深化竞赛并服务于社会和科技界。对数学建模竞赛进行深化研究，思考与社会和科技界相关单位的合作开发，充分利用数学建模竞赛已有资源，实现数学科学技术的转化，直

接为国家相关建设服务,为科技和社会服务。

(6) 建立数学学科中“大学生素质拓展计划”的运行机制。在数学教育中,做好如何将“大学生素质拓展计划”落到实处的研究,重点培养学生的创新能力和实践能力。

我校 2003 年以来参加全国大学生数学建模竞赛,取得了 3 项国家一等奖、5 项国家二等奖以及 40 余项赛区一、二等奖的好成绩。项目组于 2005 年对 2004 年全国大学生数学建模竞赛赛题“酒后驾车问题”进行深化研究,指导学生参加第九届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛,其作品《酒精浓度衰退曲线的应用研究》获重庆赛区“特等奖”,全国“三等奖”。本作品从全国 5 万余件作品中脱颖而出,成为全国终审决赛 701 件作品中的一件,是重庆市“唯一”参加全国终审决赛并获大奖的“数理类”作品。2007 年对 2006 年全国大学生数学建模竞赛赛题“煤矿瓦斯和煤尘的监测与控制”进行深化研究,指导学生参加第十届“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛,其作品《煤矿瓦斯和煤尘的监测与控制研究》已获重庆赛区“特等奖”。

我校数学建模竞赛后继深化研究的实践,对全国高校数学教学改革和数学建模竞赛的深入开展有一定的影响。由全国大学生数学建模竞赛组织委员会主办、高等教育出版社出版的《全国大学生数学建模竞赛通讯》2005 年第 2 期、第 3 期、2006 年第 1 期、第 2 期、第 3 期连续五期,对我校该项研究工作进行了相关报道。全国组委会副主任、北京理工大学叶其孝教授代表全国组委会主任李大潜院士在 2005 年“高教社杯”全国大学生数学建模竞赛颁奖仪式上的讲话中提出:“在竞赛之后的继续阶段也出现了很鼓舞人的事迹。重庆文理学院一个队在获得“酒后驾车”赛题的一等奖后,继续完成三天中没能完成的设想,进行深入研究。这一做法引起了重庆交警总队的注意,并主动提出和他们合作,重庆交警总队做实验验证数学模型,重庆文理学院的同学进一步改善数学模型,取得了比较好的社会效益。”

我们承担的“数学建模竞赛的深化与拓展”教改项目,于 2005 年获得了重庆文理学院教学成果一等奖。2006 年,“新建地方本科院校深化数学建模竞赛拓展大学生素质的创新与实践”被立为重庆市首届高等教育教学改革研究项目。2007 年,我校数学建模课程经同行专家评审,3 被重庆教委授予重庆市级精品课程。学生们在建模实践中提高了综合素质,增长了才干,在此过程中,我们也积累了大批学生获奖论文或其他研究论文,逐步丰富了我们的教学内容。学生的论文是同学们辛勤劳动的结晶,也是后届学生学习建模时可以参考的范文。为了更好地发挥这批资料的作用,我们特从这批论文中挑选出部分汇编成册,予以出版。我们编著本书的主要目的是想为参加国内外大学生数学建模竞赛的同学或对这些课题的研究感兴趣的同学或读者提供一本较好的参考资料。我们认为,每一篇论文中仍可能有这样那样的错误或不足之处,但它们仍可以作为学习数学建模的范文,其中必有初学者可以借鉴和学习之处,甚至也可以通过批判性的吸收或借鉴。鉴于此,我们对全部论文未加任何评析,目的是让读者去领悟。由于篇幅的限制,不可能将论文所涉及的全部信息汇编入书,在编辑中,我们删去全部程序附件和其他大部分相关附件。

全书共分三部分:第一部分是该校 2004—2006 年间的全国大学生数学建模竞赛部分获奖论文,共 14 篇;第二部分是该校 2005—2007 年间学生参与相关课题完成的部分优秀研究论文,共 8 篇;第三部分是该校 2005—2007 年间学生探索数学建模竞赛后续研究的创新性成果——“挑战杯”全国大学生课外学术科技获奖作品,共 2 篇。内容涉及工程、管理、医疗、信息、社会等领域实际问题的数学建模。每篇数模竞赛论文都按照竞赛论文的写作要求,包含

论文的摘要、问题的重述、问题的分析、模型的假设与符号说明、模型的建立与求解、模型的分析与检验、模型的评价与改进方向等内容。为了使本书具有更大的参考价值，我们在编著时遵循对原文不做修改的原则，以保持文章的原汁原味，将学生在参赛过程中所提交的论文未加修饰地按原貌展示出来，基本保持了参赛论文的原貌，使读者可以看到在建模竞赛期间，学生可以怎样去做，能做到哪种程度，为广大参赛同学提供一份真实的竞赛参考资料；相关课题研究论文和数学建模竞赛后续研究参加“挑战杯”全国大学生课外学术科技作品竞赛的获奖作品，也完全保持其原貌，为广大读者体会数学建模竞赛、相关课题研究和“挑战杯”学术作品之间的关联，为数学建模课外科技活动中如何去深化研究，提供一份真实的数学课外科技参考资料。

本书对大学生参加课外科技活动有一定的指导意义，可作为在校大学生的课外读物和数学建模课程的参考书，对于从事数学建模竞赛教学、培训和研究工作的教师有一定的参考价值，也可供有关科技工作者参考。

参加本书编著的还有我校王明华、何独明、何祖祥、漆新贵、余大鹏、毛一波、曾传华、刘礼培、杨树成、杨春华、陈晓东、黄华、周道清等，全书由罗万成统稿。

本书所涉及的部分课题研究，得到了叶其孝、姜启源、谭永基、李尚志、王稳地、任善强等知名数学家、应用数学家和数学建模家热情的关心、大力的支持和精心的指导，在此致以衷心感谢。

本书的编写属于《重庆市首届高等教育教学改革研究项目》、《重庆文理学院科学研究项目》、《重庆文理学院教学研究项目》和重庆市级精品课程《数学模型》研究项目，得到了学校有关领导和专家的关心和指导，还有重庆市教委有关领导和专家的大力支持。正是由于大家的支持和鼓励，这本书才能较快地面世。此外，本书参考了一些学者、专家的研究论文和成果，在每篇论文后面都列出所引用和参考的文献资料，在此向有关作者表示感谢。

我校尽管在学生开展数学建模教学方面已经取得了一定成绩，但与其他兄弟院校相比还显得不够成熟，尚有许多地方需要不断改进，需要我们不断地去探索教学改革的新思路、新途径。我们希望通过本书的出版，促进我们与国内外同行之间的交流，尤其是与新建地方院校的同行之间的交流。兄弟院校的老师、同学在数学建模教学、参赛和其他课外科技活动等方面都有许多成功的经验值得我们学习，我们热切期望能得到来自兄弟院校的宝贵意见。加之我们水平有限，书中错误及不足之处在所难免，权当抛砖引玉，热忱欢迎读者批评指正。

注：鉴于篇幅所限，未将竞赛题附上，在论文中未提及的表、附件、附录等均指竞赛题中的表、附件、附录等。

罗万成

于重庆文理学院星湖桃花岛

2007年6月

目 录

第一部分 全国大学生数学建模竞赛获奖论文

电力市场的输电阻塞管理·····	夏 轶	廖 灿	段安乐 (3)
饮酒驾车问题的数学模型·····	吴朝平	高 峰	徐晓红 (12)
饮酒驾车模型·····	冉 松	汪昌盛	崔炳芬 (23)
DVD 在线租赁策划模型·····	柳 麟	肖辉龙	彭密肴 (29)
DVD 在线租赁模型·····	蓝代敏	赖天娥	吴厚光 (38)
长江水质综合评价污水处理模型·····	熊万胜	邱全富	王文军 (47)
关于长江水质综合评价污水处理模型·····	吕丝俊	陈学军	卢开诚 (59)
艾滋病疗法及疗效的评价与预测模型·····	刘建中	陈 坤	李桂贞 (73)
出版社资源配置模型·····	牟 维	罗先锋	曾 敬 (86)
出版社资源配置模型·····	唐开均	姚 进	李国平 (99)
易拉罐形状和尺寸的最优设计模型·····	熊万胜	谭周洪	郭以龙 (113)
易拉罐形状和尺寸的最优设计模型·····	唐为民	彭 景	范 鑫 (124)
煤矿瓦斯和煤尘的监测与控制模型·····	杨秋霞	陈 娟	谢小平 (137)
煤矿瓦斯和煤尘的监测与控制模型·····	尹 东	李 莎	罗 洪 (149)

第二部分 相关课题研究论文

高校教学质量评估数学模型·····	廖 灿	(161)
高校学生工作绩效综合评价数学模型·····	吴朝平	(174)
模糊层次分析法在教学质量评估中的应用·····	夏 轶	(188)
地方性本科院校数学实验课程体系建构·····	高 峰	(204)
文科数学教材质量指标体系的构建与分析·····	甘祖英	(217)
大学生生活质量的评价与分析·····	冉 桢	(231)
高校教学服务部门日常经费分配模型·····	郭以龙	(244)
高校教学执行部门办学经费分配模型·····	谭周洪	(253)

第三部分 “挑战杯”全国大学生课外学术科技获奖作品

酒精浓度衰退曲线的应用研究·····	吴朝平	高 峰	徐晓红 (265)
煤矿瓦斯和煤尘的监测与控制研究·····	谢小平	罗先锋	(292)

第一部分

全国大学生数学建模竞赛获奖论文

电力市场的输电阻塞管理

夏 轶 廖 灿 段安乐

【摘 要】电力市场的输电系统是一个非常复杂的系统,若干条主要线路涉及功潮流与发电机组出力之间的关系,包括阻塞管理费用的计算,安全裕度、爬坡速率的控制,以及对下一时段各机组出力分配的问题.本文首先根据表 1、表 2 的数据散点图得到了各线路的潮流值与各机组出力的线性关系,然后大胆运用多元线性回归模型对问题 1 进行求解,根据最小二乘法准则用 Matlab 实现了所求解的近似表达式,并进行了残差分析.经过对异常数据的反复处理,发现其估计值与实际值较吻合,进而验证了该模型的准确度及可行性.在对问题 3 的求解中,我们运用了动态规划排序模型,借助 Matlab7.0 得出了下一时段预报负荷需求为 982.4 MW 时的最优出力分配预案.在引起输电阻塞时,我们综合考虑了线路潮流值及安全裕度等因素,根据输电管理原则和电力市场交易准则,运用分散优化、决策理论及全局最优解的一致性,建立了一个非线性规划模型和一个多目标非线性规划模型,利用 Lingo8.0 等软件计算出较为满意的结果.

问题 3 的结论: 150, 79, 180, 99.5, 125, 140, 95, 113.9 (单位: MW)

问题 4 的结论: 最小阻塞费用: 5 565 元

潮流值: 165, 148, -155, 124.8, 132, 159 (单位: MW)

分配方案: 152.9, 86.88, 228, 83.5, 152, 102, 60, 116.5

(单位: MW)

问题 5 的结论: 最小阻塞费用: 1 050 元

实际裕度值: 0.051 35, 0.071 10, 0.035 55, 0.043 45, 0.059 25, 0.055 30

【关键词】多元回归 动态 非线性规划

1 问题重述

在电力市场化过程中,我国电力市场采取交易与调度一体化的模式,从而使电力从生产到使用的四大环节瞬间即可完成.其中电网公司负责组织交易、调度和配送,并遵循电网中“安全第一”的原则,同时还要制订一个电力市场交易规则,按照购电费用最小的经济目标来运作.市场交易——调度中心依据相关影响制定各发电机组的出力(发电功率)分配方案,使每条线路上的有功潮流(输电功率和方向)取决于电网结构和各发电机组的出力.在执行调度计划过程中,还需实时调度承担 AGC(自动发电控制)辅助服务的机组出力,以跟踪电

网中实时变化的负荷. 当发生输电阻塞时, 需要研究如何制订既安全又经济的调度计划.

(1) 试用表 1、表 2 所给相关数据确定各线路上有功潮流关于各发电机组出力的近似表达式.

(2) 设计一种简明、合理的阻塞费用计算规则.

(3) 根据已知的负荷需求, 试按照电力市场规则给出下一个时段各机组的出力分配预案.

(4) 按照潮流限值表检查出力分配预案, 并做适度调整, 算出与该方案相应的阻塞费用.

(5) 若改变负荷需求, 其结果又如何?

2 基本假设

基本假设:

(1) 假设在整个电力输送过程中, 发电机组的总出力 (总发电功率) 等于负荷需求;

(2) 假设每台机组单位时间内增加或减少的出力相同;

(3) 假设清算价对应的段容量可能只选取部分;

(4) 假设某时段全部机组的所有出力均按清算价结算;

(5) 假设 6 条线路同等重要;

(6) 假设每台机组和各条线路均为周期性 (15 min) 报价.

3 符号说明

符号说明:

y_i —— 第 i 条线路的潮流值;

x_{kj} —— 第 k 个方案中第 j 台机组的出力;

ε_i —— 随机误差 (残差);

β_k —— 回归参数的逆向量;

w_j —— 0 方案中各机组的出力;

v_j —— 各机组的爬坡速率;

m_i —— 各线路的潮流限值;

a_j —— 各机组出力的增加值;

d_j —— 各机组出力的减少值;

q_{3j} —— 问题 3 中所得各机组的出力;

q_{5j} —— 问题 5 中所得各机组的出力;

p —— 清算价;

p_j^+ —— 第 j 台机组下一段的段价;

p_j^- ——第 j 台机组上一段的段价;

r_i ——第 i 条线路的安全裕度.

4 模型建立与求解

4.1 模型 1

4.1.1 模型分析

问题 1 中需要确定各线路上有功潮流关于各发电机组出力的近似表达式. 在表 1 和表 2 中给出了 8 台发电机组和 6 条主要线路的出力 and 潮流值, 各发电机组出力与各线路上有功潮流有着密切的联系, 即各机组出力总和与各线路的潮流值相等, 且根据数据所得到的散点图可看出这是一个线性关系图, 由此可用多元线性回归模型对该问题进行求解.

4.1.2 模型建立

在回归分析中, 自变量 $X = (x_{i1}, \dots, x_{im})$ 是影响因变量 Y 的主要因素. 另外, Y 还受到随机因素的干扰, 可以假定这种干扰服从零均值的正态分布.

若令自变量 x_{ij} 为各发电机组的出力, 因变量 y_i 为各线路上有功潮流, β_i 为回归参数, ε_i 为残差, 则根据多元线性回归模型, y_i 与 x_{ij} 有如下线性关系 (模型 1):

$$\left. \begin{aligned} Y &= X\beta + \varepsilon \\ \varepsilon &\sim N(0, \delta^2) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{pmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{pmatrix}$$

其中, δ 未知, 现得到 n 个独立观测数据 $(y_i, x_{i1}, \dots, x_{im})$ ($i = 1, \dots, n$).

4.1.3 模型的求解及其检验

(1) 运用最小二乘法估计模型中的参数 β , 运用 Matlab7.0 统计工具箱中提供的命令 regress 实现多元线性回归 (见程序三 CANSHU.M);

由 (1) 式可以得到数据的误差平方和:

$$\varphi(\beta) = \sum \varepsilon_i^2 = (Y - X\beta)^T (Y - X\beta)$$

从而可推出 β 的最小二乘估计:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (2)$$

将 $\hat{\beta}$ 代回原模型得到 Y 的估计值:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \cdots + \hat{\beta}_m x_{im} \quad (3)$$

而这些数据的拟合值为 $\hat{y} = \hat{x}\beta$, 拟合误差为 $e_i = y - \hat{y} (e_1, e_2, \cdots, e_n)$ 并称为残差, 可作为随机误差 ε 的估计.

(2) 求解过程:

① 确定回归系数的点估计值, 用命令:

`b = regress(y, x)`

② 求回归系数的点估计值和置信区间估计, 并检验回归模型, 用命令:

`[b, bint, r, rint, stats] = regress(y, x, alpha)`

③ 画出残差及其信区间, 用命令:

`rcoplot(r, rint)`

上述命令中, 各符号的含义如下:

① 其中 Y, X 同上说明, b 为回归系数的点估计值 $\hat{\beta}$, 即

$$b = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_m \end{pmatrix}$$

② α 显著性水平 (缺省时为 0.05);

③ $bint$ 为回归系数的区间估计;

④ r 与 $rint$ 分别为残差及其置区间;

⑤ $stats$ 是用于检验回归模型的统计量, 有三个数值, 第一个是相关系数 r^2 , r^2 越接近 1, 说明回归方程越显著; 第二个是 F 值, $F > F_{1-\alpha}(k, n-k-1)$ 时, 拒绝 H_0 , F 越大, 说明回归方程越显著; 第三个是与 F 对应的概率 P , $P < \alpha$ 时, 拒绝 H_0 , 回归模型成立.

(3) 用 Matlab 算出其结果:

b = 110.296 5	131.228 9	-108.873 2	77.481 7	132.974 5	120.663 3
0.082 8	-0.054 6	-0.069 5	-0.034 5	0.000 5	0.237 8
0.048 3	0.127 9	0.061 6	-0.102 4	0.243 3	-0.060 2
0.053 0	-0.000 0	-0.156 6	0.205 2	-0.064 6	-0.077 9
0.119 9	0.033 3	-0.009 9	-0.020 8	-0.041 1	0.093 0
-0.025 4	0.086 8	0.124 5	-0.011 8	-0.065 2	0.046 9
0.122 0	-0.112 4	0.002 1	0.006 0	0.070 3	0.000 1
0.121 6	-0.018 9	-0.002 5	0.144 9	-0.004 3	0.165 9
-0.001 2	0.098 7	-0.201 4	0.076 5	-0.008 9	0.000 7

从而确定各线路上有功潮流关于各发电机组出力的近似表达式:

$$\begin{aligned}
 y_1 &= 110.296\,5 + 0.082\,8 * x_1 + 0.048\,3 * x_2 + 0.052\,6 * x_3 + 0.119\,9 * x_4 - \\
 &\quad 0.025\,4 * x_5 + 0.122\,0 * x_6 + 0.121\,6 * x_7 - 0.001\,2 * x_8 \\
 y_2 &= 131.228\,9 - 0.054\,6 * x_1 + 0.127\,9 * x_2 - 0.000\,0 * x_3 + 0.033\,3 * x_4 + \\
 &\quad 0.086\,8 * x_5 - 0.112\,4 * x_6 - 0.018\,9 * x_7 + 0.098\,7 * x_8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_3 &= -108.8732 - 0.0695 * x_1 + 0.0616 * x_2 - 0.1566 * x_3 - 0.0099 * x_4 + \\
 &\quad 0.1245 * x_5 + 0.0021 * x_6 - 0.0025 * x_7 - 0.2014 * x_8 \\
 y_4 &= 77.4817 - 0.0345 * x_1 - 0.1024 * x_2 + 0.2052 * x_3 - 0.0208 * x_4 - \\
 &\quad 0.0118 * x_5 + 0.0060 * x_6 + 0.1449 * x_7 - 0.0765 * x_8 \\
 y_5 &= 132.9745 + 0.0005 * x_1 + 0.2433 * x_2 - 0.0646 * x_3 - 0.0411 * x_4 - \\
 &\quad 0.0652 * x_5 + 0.0703 * x_6 - 0.0043 * x_7 - 0.0089 * x_8 \\
 y_6 &= 120.6633 + 0.2378 * x_1 - 0.0602 * x_2 - 0.0779 * x_3 + 0.0930 * x_4 + \\
 &\quad 0.0469 * x_5 + 0.0001 * x_6 + 0.1659 * x_7 + 0.0007 * x_8
 \end{aligned}$$

对这 6 组数据运用 Matlab 进行回归分析及检验结果:

stats = 1.0e + 004*

```

0.0001 0.5862 0 0.0001 0.7229 0 0.0001 2.2352 0
0.0001 2.5583 0 0.0001 0.6972 0 0.0001 1.7455 0

```

由上数据可知回归模型成立,与此同时,运用 rcoplot(r, rint) 对残差进行分析,作出对应的 6 幅残差图(见图 1)。

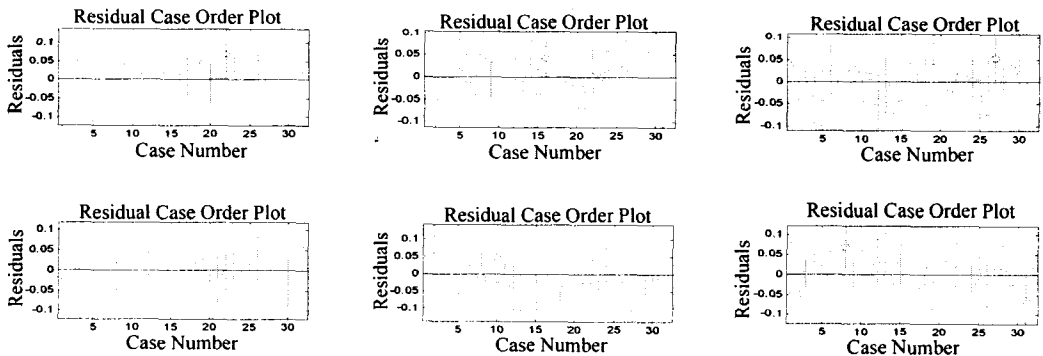


图 1

由于残差 ε_i 服从均值为零的正态分布,所以若某个 ε_i 的置信区间不包含零点,则认为这个数据是异常的,可予以剔除。据此我们反复对数据进行处理,再多次运用 rcoplot(r, rint) 对残差图进行分析,发现只有在进行第三次数据处理时,残差图上 6 幅图的置信区间中,不含零点的个数是最少的,即可视为最优结果(见图 2)。

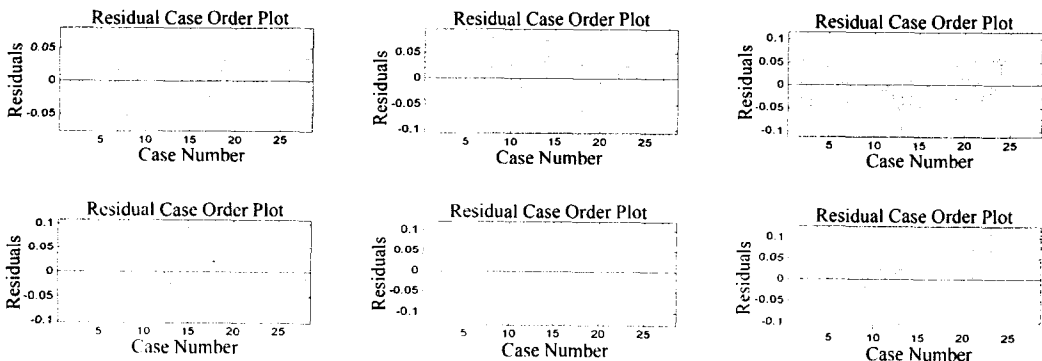


图 2

至此, 问题 1 可算得到了完满解决, 通过一系列的验证也证实了我们所选出的模型是可以得出最优化结论的.

4.2 模型 2

4.2.1 模型分析

本模型用来解决问题 3. 由于下一时段的负荷 982.4 MW 应由 8 个机组一起提供, 而同一时段各机组的段容量又有所不同, 并且越往后段容量越往上提升 (由表 2 可知), 也正因为如此, 发电方才能为电网公司提供下一时段的负荷. 而各机组同一时段内的段价不同 (由表 4 可知), 所以可根据机组的所有出力均按清算价估价的原则. 如从电网公司的利益出发, 为使其盈利最大, 在其他影响因素不变的前提下, 若能尽量压低清算价, 则电网公司就能获得更大收益.

4.2.2 模型建立及求解

为遵从费用最小和低于爬坡速率原则, 我们可应用动态规划排序建立一个优化模型, 即按照各机组的段价由底到高排序. 报价对应的段容量排在相应位置, 按照以下两个原则求解该模型. 原则一: 电网公司费用最小化原则; 原则二: 如果机组节点边际增量大于爬坡率, 则进行调整直到它满足爬坡率要求, 即模型 2. 根据以上原则运用 Matlab7.0 (程序二), 即可得到该时段的最优分配预案 (见表 1), 其清算价为 303 元/兆瓦小时.

表 1

机 组	1	2	3	4	5	6	7	8
出力 (MW)	150	79	80	99.5	125	14	95	113.9

4.3 模型 3

4.3.1 模型分析

本模型用来解决问题 2. 依据电网公司遵循的最小化原则, 既要结合模型 2 中所涉及的表 3、表 4 和表 5 中, 关于各机组段容量、段价和爬坡速率的综合考虑进而得出的下一个时段的最优化出力分配预案, 同时又要尽量减少输电阻塞, 最后还要兼顾在输电阻塞发生时, 公平对待序内容量不能出力的部分和报价高于清算价的序外容量出力的部分, 从而结算出给予发电方的阻塞费用. 根据电网市场交易原则, 认为阻塞费用与机组的报价和该时段实际出力绕动值有关.

4.3.2 模型建立及求解

基于以上的一系列分析, 易见在输电阻塞时, 机组出力绕动将导致序内容量和序外容量的出现. 这里引进正、负偏差变量 a_j , d_j ($a_j \geq 0$, $d_j \leq 0$), 再根据双方满意原则, 可得序内容量阻塞费用为 $a_j(p_j^+ - p)$, 序外容量阻塞费用为 $d_j(p - p_j^-)$. 从而可得到问题 2 的阻塞费用计算规则模型 (模型 3):

$$\sum_{j=1}^8 (a_j(p_j^+ - p) + d_j(p - p_j^-))$$

4.4 模型 4

4.4.1 模型分析

本模型用来解决问题 4. 把问题 3 中得到的出力分配预案代回模型 1 的近似表达式, 可得到 6 条线路的潮流值, 分别为: 173.322 6, 144.607 8, -105.046 4, 120.927 4, 136.822 5, 168.525 7 (单位: MW), 其中在第 1, 5, 6 条线路上有功潮流的绝对值均超出了对应的限值, 即发生了输电阻塞. 根据安全且经济的原则, 应对已知出力分配方案进行调整, 尽量使该方案造成的阻塞费用降到最低.

4.4.2 模型建立及求解

(1) 根据分析并结合模型 3 中所得到的简明合理的阻塞费用计算规则, 要使输电阻塞费用最小, 只需满足该问题所涉及的约束条件即可得到一个非线性规划模型 (模型 4):

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^8 (a_j(p_j^+ - p) + d_j(p - p_j^-)) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^8 (a_j + d_j) = 0 \\ & a_j d_j = 0 \\ & |x_i + d_j + a_j - w_j| \leq 15 v_j \\ & y_i \leq m_i \end{aligned}$$

(2) 模型求解.

将由模型 3 中得到的出力分配方案以及表 6 中各线路的潮流值和表 5 中各机组的爬坡速率代入模型 4, 运用 Lingo8.0 等编程可计算出如下结果 (程序一):

最小阻塞费用: 556 5 元

分配方案: 152.9, 86.88, 228, 83.5, 152, 102, 60, 116.5 (单位: MW)

潮流值: 165, 148, -155, 124.8, 132, 159 (单位: MW)

绕动值: 2.9, 7.88, 48, -16, 27, -38, -35, 3.1 (单位: MW)

4.5 模型 5

4.5.1 模型分析

此模型用于解决问题 5. 问题 3 中, 当负荷需求是 1 052.8 MW 时, 可重复 3, 4 的工作. 问题 5 给出负荷需求高于 982.4 MW 时, 可, 根据模型 3 得到下一时段各机组的出力分配方案 (见表 2), 其清算价为 356 元/兆瓦小时.

表 2

机组	1	2	3	4	5	6	7	8
出力 (MW)	150	79	220.2	99.5	135	150	102.1	117

但是当负荷需求增加到 1 052.8 MW 时, 也不能消除输电阻塞, 此时, 要回答问题 4 就必须考虑各条线路的相对安全裕度, 从而又得到另一合适的模型.