2008高考突破

《新高考》编写组 编

# 新高考

XINGAOKAO 总复习丛书
ZONGFUXICONGSHU

理科

# 数学

山东省地图出版社

2008 高考突破

# 新高考总复习丛书

《新高考总复习》丛书编写组 编

# 理科 数学

山东省地图出版社

图书在版编目(CIP)数据

新高考总复习丛书．数学．理科/《新高考总复习》丛书编写组.—济南：山东省地图出版社，2007.4

ISBN 978—7—80754—031—1

Ⅰ.新… Ⅱ.刘… Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 052875 号

# 2008 高考突破

# 新 高 考 总 复 习 丛 书

语文　理科数学　文科综合

英语　文科数学　理科综合

依据课程标准　把握高考动态

最新考点透视　探求命题规律

荟萃名师编写　提升高考成绩

山东省地图出版社出版发行

（济南市二环东路 6090 号）

（邮编：250014）

临邑县华鑫印刷有限公司印刷

850×1168 毫米　1/16 开本　印张：130　字数：5400 千字

2007 年 5 月第 1 版　2007 年 5 月第 1 次印刷

印数：0001—6000　　丛书总定价：180.00 元/套

# 前　言

为了帮助2008年高考的学生搞好数学复习，提高高考的应试能力和数学成绩，根据2007年全国高考(课程标准实验版)山东卷《考试说明》的要求，由山东省特级教师、原沂源一中校长、临沂教育学院院长刘嵩善牵头，我们组织了省内有丰富命题经验的中学名师组成山东省高考命题研究小组，并在此基础上成立了《新高考总复习》丛书编写组。该研究组精心研究了2007年山东省高考《考试说明》，依提新课程标准的要求，搜集、整理、分析近年全国及其他省市高考试题，把握最新高考动态，剖析高考热点题型，探求高考数学命题的方向和规律，把研究的成果编写成《新高考总复习——数学》指导用书。本书可作为广大高三数学教师组织2008届高中毕业生高考总复习用书。

本书具有紧扣教材、题目新颖、题型全面、侧重能力考查及题目量大等特点。

本书按数学考试大纲的要求，按教学内容分为“集合”、“函数”、“三角函数”、“平面向量”、“立体几何”、“解析几何”、“算法初步”、“统计”、“概率”、“数列”、“不等式”、“推理与证明”、“复数”等十三个单元，每个单元均含[知识梳理]、[小试牛刀]、[典例剖析]、[拓展训练]、[能力提升]等五部分。给出问题，让学生在教师的引导、启发下做出解答，以据高学生的数学基础知识的总体水平和解题、应试能力。

本书对以上的所有问题均给出较为详尽的解答或据示，编写成《新高考总复习数学参考答案》附在正文后面，供教师和学生参考。

本书的出版，力求为各校组织好数学高考总复习(第一轮)据供一套最新、最实用的复习资料，为提高学生的高考应试能力和高考数学考试成绩贡献一份力量。

由于时间仓促，水平所限，不当和错误之处在所难免，敬请读者指正。

山东省高考命题研究小组

《新高考总复习》丛书编写组

2007.5

# 目 录

# 第1单元　集　合

## §1.1　集合的概念与运算

**【知识梳理】**

1. 集合的概念：一般地，把研究对象通称为________，把一些元素组成的总体叫做________.

2. 集合中元素的三个特征：________，________，________.

3. 集合的3种表示方法：________，________，________.

4. 子集的概念：(1) 对于两个集合 $A$ 与 $B$，如果________________，那么集合 $A$ 就叫做 $B$ 的子集，记作________；(2) 如果 $A$ 是 $B$ 的子集，并且________________，那么集合 $A$ 叫 $B$ 的真子集，记作________. (3) 空集是任何非空集合的真子集. (4) 任何集合都是自身的子集.

5. 若有限集 $A$ 有 $n$ 个元素，则 $A$ 的子集有____个，真子集有________，非空子集有________个，非空真子集有________个.

6. 集合的运算：

(1) 交集：对于两个集合 $A$ 与 $B$，由________________的所有元素所构成的集合，叫做 $A$ 与 $B$ 的交集，记作________；

(2) 并集：一般地，对于两个给定的集合 $A$、$B$，把它们所有的元素并在一起构成的集合，叫做 $A$ 与 $B$ 的________. 记作________；

(3) 全集：在研究集合与集合之间关系时，如果________________________，则称这个给定的集合为全集，通常用字母________表示；

(4) 补集：如果 $A$ 是全集 $U$ 的一个子集，由________________构成的集合叫做 $A$ 在全集 $U$ 中的补集；记作________.

7. $A\cap B=A\Leftrightarrow$ ________，$A\cup B=A\Leftrightarrow$ ________；

8. $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\complement_U(A\cup B)$，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$.

**【小试牛刀】**

1. (02·北京)　满足条件 $M\cup\{1\}=\{1,2,3\}$ 的集合 $M$ 的个数是(　　)

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

2. (04·全国)　设集合 $M=\{(x,y)\mid x^2+y^2=1,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，$N=\{(x,y)\mid x^2-y=0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，则集合 $M\cap N$ 中元素的个数为(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. 已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$，那么 $A$ 的真子集的个数是(　　)

A. 15　　B. 16　　C. 3　　D. 4

4. (06·重庆)　已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,4,5,7\}$，$B=\{3,4,5\}$，则 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$(　　)

A. $\{1,6\}$　　B. $\{4,5\}$

C. $\{1,2,3,4,5,7\}$　　D. $\{1,2,3,6,7\}$

5. (02·上海)　若全集 $I=\mathbf{R}$，$f(x)$、$g(x)$ 均为 $x$ 的二次函数，$P=\{x\mid f(x)<0\}$，$Q=\{x\mid g(x)\geqslant 0\}$，则不等式组 $\begin{cases}f(x)<0\\ g(x)<0\end{cases}$ 的解集可用 $P$、$Q$ 表示为________.

6. 已知集合 $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，$N=\{y\mid y=x+1,x\in\mathbf{R}\}$，求 $M\cap N$.

**【典例剖析】**

例1　已知集合 $P=\{y=x^2+1\}$，$Q=\{y\mid y=x^2+1\}$，$E=\{x\mid y=x^2+1\}$，$F=\{(x,y)\mid y=x^2+1\}$，$G=\{x\mid x\geqslant 1\}$，则(　　)

A. $P=F$　　B. $Q=E$　　C. $E=F$　　D. $Q=G$

**选例意图**：解决集合问题，首先要弄清集合中的元素是什么，即弄清集合中元素的本质属性，且能化简的集合要化简.

例2　设集合 $P=\{x-y,x+y,xy\}$，$Q=\{x^2+y^2,x^2-y^2,0\}$，若 $P=Q$，求 $x,y$ 的值及集合 $P$、$Q$.

**选例意图**：抓住集合中元素的3个性质，对互异性要注意检验.

例3　若集合 $A=\{x\mid x^2+ax+1=0,x\in\mathbf{R}\}$，集合 $B=\{1,2\}$，且 $A\subseteq B$，求实数 $a$ 的取值范围.

**选例意图**：正确进行“集合语言”和普通“数学语言”的相互转化；含参数的问题，要有讨论的意识，分类讨论时要防止在空集上出问题.

例4　已知集合 $A=\{x \mid x^3+3x^2+2x>0\}$，$B=\{x \mid x^2+ax+b\leqslant 0\}$，若 $A\cap B=\{x \mid 0<x\leqslant 2\}$，$A\cup B=\{x \mid x>-2\}$，求实数 $a$、$b$ 的值.

**选例意图：**区间的交、并、补问题，要重视数轴的运用.

**【拓展训练】**

1. 设全集 $U=\{x\in N^* \mid 0<x<10\}$，若 $A\cap B=\{3\}$，$A\cap(\complement_U B)=\{1,5,7\}$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{9\}$，则 $A=$________，$B=$________.

2. 已知集合 $A=\{(x,y) \mid x-2y=0\}$，$B=\{(x,y) \mid \frac{y-1}{x-2}=0\}$，则 $A\cap B=$________；$A\cup B=$________________.

3. 设集合 $M=\{x \mid x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in Z\}$，$N=\{x \mid x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in Z\}$，则(　　)

A. $M=N$　B. $M\subsetneqq N$　C. $M\supsetneqq N$　D. $M\cap N=\varnothing$

4. (1) $A=\{y \mid y=-x^2+3x-2,x\in \mathbf{R}\}$，$B=\{y \mid y=x^2-x,x\in \mathbf{R}\}$，求 $A\cap B$.

(2) $A=\{(x,y) \mid y=-x^2+3x-2,x\in \mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y) \mid y=x^2-x,x\in \mathbf{R}\}$，求 $A\cap B$.

**【能力提升】**

1. 设集合 $M=\{1,2,3\}$，$N=\{x\in Z \mid 0<x<4\}$，则 $M$、$N$ 的关系是(　　)

A. $M\not\supseteq N$　B. $M\subsetneqq N$　C. $M=N$　D. $M\cap N=\varnothing$

2. (06·湖南) 设函数 $f(x)=\frac{x-a}{x-1}$，集合 $M=\{x \mid f(x)<0\}$，$P=\{x \mid f'(x)>0\}$，若 $M\subsetneqq P$，则实数 $a$ 的取值范围是(　　)

A. $(-\infty,1)$　B. $(0,1)$　C. $(1,+\infty)$　D. $[1,+\infty)$

3. 已知集合 $A=\{x\in \mathbf{R} \mid |x|\leqslant 4\}$，$B=\{x \mid |x-3|\leqslant a,a\in \mathbf{R}\}$，若 $A\supseteq B$，则 $a$ 的取值范围是(　　)

A. $0\leqslant a\leqslant 1$　B. $a\leqslant 1$　C. $a<1$　D. $0<a<1$

4. 集合 $M=\{y \mid y=\sin\frac{n\pi}{3},n\in Z\}$ 的子集的个数有(　　)

A. 无穷多个　B. 32个　C. 16个　D. 8个

5. 已知 $I$ 为全集，集合 $M$、$N\subsetneqq I$，若 $M\cap N=N$，则(　　)

A. $\complement_I M\supseteq \complement_I N$　B. $M\subsetneqq \complement_I N$

C. $\complement_I M\subseteq \complement_I N$　D. $M\supseteq \complement_I N$

6. 已知 $x\in\{1,2,x^2\}$，则下列选择支中成立的是(　　)

A. $x=1$　B. $x=1$ 或 2

C. $x=0$ 或 2　D. $x=0$ 或 1 或 2

7. 求函数 $y=\frac{\sqrt{(\frac{1}{2})^x-4}}{\log_{\frac{1}{3}}(x+5)}$ 的定义域 $D$.

8. 设集合 $A=\{x \mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x \mid x^2-ax+2=0\}$，若 $A\cup B=A$，则 $a$ 的值构成的集合为________.

9. 已知集合 $A=\{(x,y) \mid y=\sqrt{9-x^2}\}$，$B=\{(x,y) \mid y=x+m\}$，且 $A\cap B=\varnothing$，求实数 $m$ 的取值范围.

10. 集合 $A=\{x \mid y=\frac{1}{\sqrt{-x^2+2x+3}}\}$，$B=\{x \mid |x|<p\}$，若 $B\subsetneqq A$. 求实数 $p$ 的取值范围.

11. (04·辽宁)　设全集 $U=\mathbf{R}$，解关于 $x$ 的不等式 $|x-1|+a-1>0$ $(a\in \mathbf{R})$

12. 设集合 $A=\{x \mid x^2-5x+4>0\}$，$B=\{x \mid x^2-2ax+(a+2)=0\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，求实数 $a$ 的取值范围.

## §1.2 命题、充要条件

**【知识梳理】**

1. 四种命题的形式：

原命题：若 $P$ 则 $Q$；逆命题为：________；否命题为：________；逆否命题为：________；

2. 四种命题的关系：

① 原命题为真，它的逆命题________为真；② 原命题为真，它的否命题________为真；③ 原命题为真，它的逆否命题________为真.

3. 四种命题的逻辑关系：

原命题与否命题互为否命题；与逆命题互为逆命题；与逆否命题互为逆否命题. 逆命题与否命题也互为________.

4. 充分条件与必要条件：

(1) 定义：对命题"若 $p$ 则 $q$"而言，当它是真命题时，$p$ 是 $q$ 的________条件，$q$ 是 $p$ 的________条件；当它的逆命题为真时，$q$ 是 $p$ 的________条件，$p$ 是 $q$ 的________条件，两种命题均为真时，称 $p$ 是 $q$ 的________条件.

(2) 如果已知 $p \Rightarrow q$，那么我们就说，$p$ 是 $q$ 的________条件，$q$ 是 $p$ 的________条件.

注：1 判断充要关系的关键是分清条件和结论；

2 判断 $p \Rightarrow q$ 是否正确的本质是判断命题"若 $p$，则 $q$"的真假；

3 判断充要条件关系的三种方法：① 定义法；② 利用原命题和逆否命题的等价性；③ 用数形结合法（或图解法）. 即："$A \subseteq B$"$\Leftrightarrow$"$A \Rightarrow B$"，如：利用数轴易看出 $x<5$ 比 $x<7$ 表示的范围（区间）小；即 $x<5 \Rightarrow x<7$，所以说 $x<5$ 是 $x<7$ 的充分不必要条件.

4 说明不充分或不必要时，常构造反例.

5 充要条件是一种等价关系，容易弄错的是充分条件和必要条件，特别是如何用集合的观点来看是一个重点内容，掌握这个知识就可以用集合的观点来解决问题，可以简单明了的多.

**【小试牛刀】**

1. (06·上海) 若空间中有四个点，则"这四个点中有三点在同一直线上"是"这四个点在同一平面上"的（　　）

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 非充分非必要条件

2. (03·上海) $a_1$、$b_1$、$c_1$、$a_2$、$b_2$、$c_2$ 均为非零实数，不等式 $a_1x^2+b_1x+c_1>0$ 和 $a_2x^2+b_2x+c_2>0$ 的解集分别为集合 $M$ 和 $N$，那么"$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$"是"$M=N$"的（　　）

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件.

3. (05·上海) 若 $a$、$b$、$c$ 是常数，则"$a>0$ 且 $b^2-4ac<0$"是"对任意 $x\in\mathbf{R}$，有 $ax^2+bx+c>0$"的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D 既不充分也不必要条件

4. 写出命题"若 $x^2>4$"，则"$x<-2$"的逆命题、逆否命题、否命题，并判断其真假.

5. $0<x<5$ 是 $|x-2|<3$ 的________条件.

**【典例剖析】**

例 1　分别写出命题"若 $x^2+y^2=0$，则 $x,y$ 全为零"的逆命题、否命题和逆否命题.

**选例意图**：让学生明白在写四种命题时应先分清条件和结论.

例 2　指出下列各组命题中，$p$ 是 $q$ 的什么条件（在"充分不必要"、"必要不充分"、"充要"、"既不充分也不必要"中选一种作答）

(1) 在 $\triangle ABC$ 中，$p$：$A>B$，$q$：$\sin A>\sin B$.

(2) 对于实数 $x,y$，$p$：$x+y\neq 8$，$q$：$x\neq 2$ 或 $y\neq 6$.

(3) 在 $\triangle ABC$ 中，$p$：$\sin A>\sin B$，$q$：$\tan A>\tan B$.

(4) 已知 $x,y\in\mathbf{R}$，$p$：$(x-1)^2+(y-2)^2=0$，$q$：$(x-1)(y-2)=0$.

**选例意图**：判断充要关系的关键是分清条件和结论.

例 3　设 $x,y\in\mathbf{R}$，求证：$|x+y|=|x|+|y|$ 成立的充要条件是 $xy\geq 0$.

**选例意图**：充要条件的证明应从两个方两来证.

例 4　(1) 是否存在实数 $m$，使 $2x+m<0$ 是 $x^2-2x-3>0$ 的充分条件？

(2) 是否存在实数 $m$，使 $2x+m<0$ 是 $x^2-2x-3>0$ 的必要条件？

**选例意图**：熟悉利用充分和必要条件解题.

【拓展训练】

1. 下面四组条件中，甲是乙的充分而不必要条件的是（　　）

A. 甲：$a>b$，乙：$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

B. 甲：$ab<0$，乙：$|a+b|<|a-b|$

C. 甲：$a=b$，乙：$a+b=2\sqrt{ab}$

D. 甲：$\begin{cases}0<a<1\\0<b<1\end{cases}$ 乙：$\begin{cases}0<a+b<2\\-1<a-b<1\end{cases}$

2.（06·上海） 若 $k\in\mathbf{R}$，则“$k>3$”是“方程 $\frac{x^2}{k-3}-\frac{y^2}{k+3}=1$ 表示双曲线”的（　　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

3.（95·上海） “$ab<0$”是“方程 $ax^2+by^2=c$ 表示双曲线”的（　　）

A. 必要条件但不是充分条件

B. 充分条件但不是必要条件

C. 充分必要条件

D. 既不是充分条件又不是必要条件

4.（01·上海） $a=3$ 是直线 $ax+2y+3a=0$ 和直线 $3x+(a-1)y=a-7$ 平行且不重合的（　　）

A. 充分非必要条件　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　D. 既非充分也非必要条件

5.（06·浙江） “$a>b>0$”是“$ab<\frac{a^2+b^2}{2}$”的（　　）

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

6.（06·天津） 设集合 $M=\{x\mid 0<x\leqslant 3\}$，$N=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$，那么“$a\in M$”是“$a\in N$”的（　　）

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

【能力提升】

1.（05·湖北） 对任意实数 $a,b,c$，给出下列命题：①“$a=b$”是“$ac=bc$”的充要条件；②“$a+5$ 是无理数”是“$a$ 是无理数”的充要条件；③“$a>b$”是“$a^2>b^2$”的充分条件；④“$a<5$”是“$a<3$”的必要条件. 其中真命题的个数是（　　）

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

2.（05·山东） 设集合 $A$、$B$ 是全集 $U$ 的两个子集，则 $A\subsetneqq B$ 是 $(\complement_U A)\cup B=U$ 的（　　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

3. 若命题甲是命题乙的充分非必要条件，命题丙是命题乙的必要非充分条件，命题丁是命题丙的充要条件，则命题丁是命题甲的（　　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

4.（05·山东） 设 $p:x^2-x-2<0$，$q:\frac{1+x}{|x-2|}>0$，则 $p$ 是 $q$ 的（　　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

5.（2000·上海） “$a=1$”是“函数 $y=\cos^2 ax-\sin^2 ax$ 的最小正周期为 $\pi$”的（　　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既非充分条件也非必要条件

6. 四个条件：$b>0>a$，$0>a>b$，$a>0>b$，$a>b>0$ 中，能使 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ 成立的充分条件的个数是________.

7. 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q$，则“$a_1>0$，且 $q>1$”是“对于任意正自然数 $n$，都有 $a_{n+1}>a_n$”的________.

8. $\alpha+\beta>2$ 且 $\alpha\beta>1$ 是 $\alpha>1$ 且 $\beta>1$ 的________条件.

9. 命题“若 $m>0$，则 $x^2+x-m=0$ 有实根”的逆否命题是真命题吗?证明你的结论.

10. 已知 $a>0$，函数 $f(x)=ax-bx^2$. 当 $b>0$ 时，若对任意 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x)\leqslant 1$，证明 $a\leqslant 2\sqrt{b}$.

11. 已知 $a>0$，函数 $f(x)=ax-bx^2$. 当 $b>1$ 时，证明对任意 $x\in[0,1]$，都有 $|f(x)|\leqslant 1$ 的充要条件是 $b-1\leqslant a\leqslant 2\sqrt{b}$.

12. 已知 $p:\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leqslant 2$，$q:x^2-2x+1-m^2\leqslant 0(m>0)$，若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分而不必要条件，求实数 $m$ 的取值范围.

## §1.3 量词与逻辑联结词

**【知识梳理】**

**(一) 简单的逻辑联结词**

1. 逻辑联结词

(1) 逻辑联结词:"或"、"且"、"非"."或"是具有"选择"性的逻辑联结词;"且"是具有"兼有"性的逻辑联结词;"非"是具有"否定"性的逻辑联结词.它们有时可以有意义相同的不同说法,如"既是 $P$ 又是 $Q$"实际是"$P$ 且 $Q$".

(2) 简单命题:不含逻辑联结词的命题.

(3) 复合命题:由简单命题和逻辑联结词构成的命题.

2. 判断复合命题的真假

(1) 判断复合命题真假的程序 ① 确定复合命题的构成形式;② 判断其中简单命题的真假;③ 根据其真值表判断复合命题的真假.

(2) 真值表

①"非 $P$"形式复合命题的真假可以用下表表示

| $p$ | 非 $p$ |
|---|---|
| 真 | 假 |
| 假 | 真 |

②"$p$ 且 $q$"形式的复合命题的真假可以用下表表示

| $p$ | $q$ | $p$ 且 $q$ |
|---|---|---|
| 真 | 真 | 真 |
| 真 | 假 | 假 |
| 假 | 真 | 假 |
| 假 | 假 | 假 |

③"$p$ 或 $q$"形式的复合命题的真假可以用下表表示

| $p$ | $q$ | $p$ 或 $q$ |
|---|---|---|
| 真 | 真 | 真 |
| 真 | 假 | 真 |
| 假 | 真 | 真 |
| 假 | 假 | 假 |

象上面那样表示命题的真假的表叫真值表.

为了更好地记住复合命题的真值表,可记口诀:"$p$ 或 $q$"是"一真必真";"$p$ 且 $q$"是"一假必假";"非 $P$"是"真假相对".

**(二) 量词**

1. 全称量词

短语"对所有的""任意一个"在逻辑中通常叫做全称量词,用符号"$\forall$"表示,含有全称量词的命题,叫做全称命题.如"对 $M$ 中任意一个 $x$,有 $p(x)$ 成立",可简记为"$\forall x \in M, p(x)$".

2. 存在量词

短语"存在一个""至少有一个"在逻辑中通常叫做存在量词,用符号"$\exists$"表示,含有存在量词的命题,叫做存在性命题.如"存在 $M$ 中的一个 $x$,使 $p(x)$ 成立"可用符号简记为 $\exists x \in M, p(x)$.

3. 表述方法的多样性

同一个全称命题、存在性命题,由于自然语言的不同,可以有不同的表述方法.如下表:

| 命题 | 全称命题"$\forall x \in M, p(x)$" | 存在性命题"$\exists x \in M, p(x)$" |
|---|---|---|
| 表述方法 | ① 所有的 $x \in M$,$p(x)$ 成立<br>② 对一切 $x \in M$,$p(x)$ 成立<br>③ 对每一个 $x \in M$,$p(x)$ 成立<br>④ 任选一个 $x \in M$,使 $p(x)$ 成立<br>⑤ 凡 $x \in M$,都有 $p(x)$ 成立 | ① 存在 $x \in M$,使 $p(x)$ 成立<br>② 至少有一个 $x \in M$,使 $p(x)$ 成立<br>③ 对有些 $x \in M$,使 $p(x)$ 成立<br>④ 对某个 $x \in M$,使 $p(x)$ 成立<br>⑤ 有一个 $x \in M$,使 $p(x)$ 成立 |

4. 含有一个量词的命题的否定

$p: \forall x \in M, p(x)$ 的否定是 $\neg p: \exists x \in M, \neg p(x)$.

$p: \exists x \in M, p(x)$ 的否定是 $\neg p: \forall x \in M, \neg p(x)$.

5. 命题的否定形式

| 原语句 | 是 | 都是 | $>$ | 至少有一个 | 至多有一个 | $\forall x \in M$,使 $p(x)$ 真 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 否定形式 | 不是 | 不都是 | $\leqslant$ | 一个也没有 | 至少有两个 | $\exists x \in M$,使 $p(x)$ 假 |

即:全称命题的否定是存在性命题,存在性命题的否定是全称命题.

**【小试牛刀】**

1. 如果命题"非 $p$ 或非 $q$"是假命题,则下列各结论中,正确的是(　　)

① 命题"$p$ 且 $q$"是真命题;② 命题"$p$ 且 $q$"是假命题;③ 命题"$p$ 或 $q$"是真命题;④ 命题"$p$ 或 $q$"是假命题.

A. ①③　　B. ②④　　C. ②③　　D. ①④

2. $\neg A$ 是命题 $A$ 的否定,如果 $B$ 是 $\neg A$ 的必要非充分条件,那么 $\neg B$ 是 $A$ 的________条件.

3. 判断下列全称命题的真假,并写出其否定.

(1) 对所有的正实数 $x$,都有 $\sqrt{x} < x$;

(2) $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 5x = 24$.

4. 写出下列各命题的否定,并判断其真假:

(1) $p$:一切分数都是有理数;

(2) $q$:有些三角形是锐角三角形;

(3) $r$: $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x = x + 2$;

(4) $s$: $\forall x \in \mathbf{R}, 2x + 4 \geqslant 0$.

【典例剖析】

例1 判断下列语句是不是全称命题或者存在性命题.如果是,用量词符号表示出来.

(1) 中国的所有江河都流入太平洋;

(2) 任何一个实数除以1,仍等于这个实数.

**选例意图:**有时一个命题的叙述方式比较的简略,此时应先分清条件和结论,改写成"若 $p$,则 $q$"的形式.

例2 指出下列命题的构成形式及构成它的简单命题,并判断复合命题的真假:

(1) 菱形对角线相互垂直平分;

(2)"$2 \leqslant 3$".

**选例意图:**判断复合命题的真假首先应看清该复合命题的构成形式,然后判断构成它的简单命题的真假,再由真值表判断复合命题的真假.

例3 已知命题 $p$:方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不相等的负实根;命题 $q$:方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根;若 $p$ 或 $q$ 为真,$p$ 且 $q$ 为假,求实数 $m$ 的取值范围.

**选例意图:**先分别求满足条件 $p$ 和 $q$ 的 $m$ 的取值范围,再利用复合命题的真假进行转化与讨论.

例4 已知函数 $f(x)$ 对其定义域内的任意两个数 $a$、$b$,当 $a<b$ 时,都有 $f(a)<f(b)$,证明:$f(x)=0$ 至多有一个实根.

**选例意图:**明确反证法的基本程序;应用反证法时对结论进行的否定要准确;注意区别命题的否定与否命题.

【拓展训练】

1. 下列命题不是全称命题的是(　　)

A. 在三角形中,三内角之和为 $180°$

B. 对任意非正数 $c$,若 $a \leqslant b+c$,则 $a \leqslant b$

C. 对于实数 $a$、$b$,$|a-1|+|b-1|>0$

D. 存在实数 $x$,使 $x^2-3x+2=0$ 成立

2. 下列命题不是存在性命题的为(　　)

A. 有些实数没有平方根

B. 存在 $x \in \{x \mid x>3\}$,$x^2-5x+6<0$

C. 有一个 $m$ 使 $2-m$ 与 $|m|-3$ 异号

D. 能被9整除的数也能被3整除

3. 下列存在性命题中真命题的个数是(　　)

① $\exists x \in \mathbf{R}$,$x \leqslant 0$;② 至少有一个整数,它既不是合数,也不是素数;③ $\exists x \in \{x \mid x$ 是无理数$\}$,$x^2$ 是无理数.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

4. 下列全称命题中假命题的个数是(　　)

① $2x+1$ 是整数($x \in \mathbf{R}$)　② 对所有的 $x \in \mathbf{R}$,$x>3$　③ 对任意一个 $x \in Z$,$2x^2+1$ 为奇数

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

5. 命题:"至少有一个点在函数 $y=kx(k \neq 0)$ 的图象上"的否定是(　　)

A. 至少有一个点在函数 $y=kx(k \neq 0)$ 的图象上

B. 至少有一个点不在函数 $y=kx(k \neq 0)$ 的图象上

C. 所有点都在函数 $y=kx(k \neq 0)$ 的图象上

D. 所有点都不在函数 $y=kx(k \neq 0)$ 的图象上

6. 命题"原函数与反函数的图象关于 $y=x$ 对称"的否定是(　　)

A. 原函数与反函数的图象关于 $y=-x$ 对称

B. 原函数不与反函数的图象关于 $y=x$ 对称

C. 存在一个原函数与反函数的图象关于 $y=x$ 不对称

D. 存在原函数与反函数的图象关于 $y=x$ 对称

【能力提升】

1. 全称命题 $\forall x \in \mathbf{R}$,$x^2+5x=4$ 的否定是(　　)

A. $\exists x \in \mathbf{R}$,$x^2+5x=4$　B. $\forall x \in \mathbf{R}$,$x^2+5x \neq 4$

C. $\exists x \in \mathbf{R}$,$x^2+5x \neq 4$　D. 以上都不正确

2. 下列命题:① $\forall x \in \mathbf{R}$,$x^2+2>0$;③ $\forall x \in \mathbf{N}$,$x^4 \geqslant 1$;③ $\exists x \in \mathrm{Z}$,$x^3<1$;④ $\forall x \in \mathrm{Q}$,$x^2 \neq 3$.

其中真命题的个数为(　　)

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

3. 若命题 $p$:$x \in A \cup B$,则 $\neg p$ 是(　　)

A. $x \notin A$ 或 $x \notin B$　　B. $x \notin A$ 且 $x \notin B$

C. $x \in A \cap B$　　D. $x \notin A \cap B$

4. 下列各组命题中,满足"$p$ 或 $q$ 为真",且"非 $p$ 为真"的是(　　)

A. $p$:$0=\varnothing$;$q$:$0 \in \varnothing$

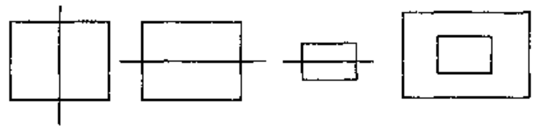
B. $p$:在 $\triangle ABC$ 中,若 $\cos 2A=\cos 2B$,则 $A=B$;$q$:$y=$

$\sin x$ 在第一象限是增函数

C. $p$: $a+b\geq 2\sqrt{ab}(a,b\in \mathbf{R})$; $q$: 不等式 $|x|>x$ 的解集为 $(-\infty,0)$

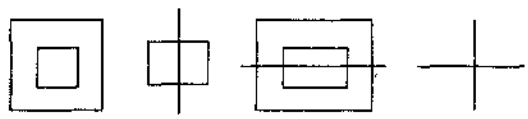
D. $p$: 圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 的面积被直线 $x=1$ 平分；$q$: 椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的一个焦点为 $(-1,0)$

5. 定义 $A*B$, $B*C$, $C*D$, $D*B$ 分别对应下列图形



① ② ③ ④

那么下列图形中



(1) (2) (3) (4)

可能表示 $A*D$, $A*C$ 的分别是(　　)

A. (1)(2)　B. (2)(3)　C. (2)(4)　D. (1)(4)

6. “$p$ 或 $q$ 为真命题”是“$p$ 且 $q$ 为真命题”的______条件.

7. 命题“有些负数满足不等式 $(1+x)(1-9|x|)>0$”;用符号“$\exists$”写成存在性命题为________.

8. 命题“函数都有最大值”的否定是____________.

9. 把下列命题写成含有量词的命题.

(1) 余弦定理；(2) 正弦定理；

10. 判断以下命题的真假：

(1) $\forall x\in \mathbf{R}$, $x^2+x+1>0$;

(2) $\forall x\in \mathbf{Q}$, $\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{2}x+1$ 是有理数；

(3) $\exists \alpha、\beta\in \mathbf{R}$, 使 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$;

(4) $\exists x、y\in \mathbf{Z}$, 使 $3x-2y=10$;

(5) $\forall a、b\in \mathbf{R}$, 方程 $ax+b=0$ 恰有一个解.

11. 用全称量词和存在量词表示下列语句：

(1) 有理数都能写成分数形式；

(2) $n$ 边形的内角和等于 $(n-2)\times 180^\circ$;

(3) 两个有理数之间，都有另一个有理数；

(4) 有一个实数乘以任意一个实数都等于 0.

12. 设 $p(x)$: $2^x>x^2$. 设问：

(1) 当 $x=5$ 时，$p(5)$ 是真命题吗？

(2) $p(-1)$ 是真命题吗？

(3) $x$ 取哪些整数值时，$p(x)$ 是真命题？

## §1.4 简单不等式的解法

**【知识梳理】**

1. 一元一次不等式的解法

$ax>b(a\neq0)$ 的解集为:① 当 $a>0$ 时,解集为:________.② 当 $a<0$ 时,解集为:________.

2. 解一元二次不等式通常先将不等式化为 $ax^2+bx+c>0$ 或 $ax^2+bx+c<0(a>0)$ 的形式,然后求出对应方程的根(若有根的话),再写出不等式的解:____________,小于 0 时两根之间.

3. ________不等式主要利用"数轴标根法"(即穿根法)解.一般地,不等式 $f(x)=(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_n)>0$,其中:$a_1<a_2<\cdots<a_n$ 的解集为数轴上的点 $a_1$、$a_2\cdots a_n$把整个数轴分成的 $n+1$ 个区间中的右起奇序数区间的并集.$(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_n)<0$,$a_1<a_2<\cdots a_n$ 的解集是右起偶序数区间的并集.若 $f(x)$ 分解因式后出现了相同的因式$(x-a)$,则解不等式时要注意讨论 $x=a$ 是否满足条件.如不等式:$(x+1)(x-2)(x-3)^2(x-5)<0$ 的解为:$x<-1$ 或 $2<x<5$ 且 $x\neq3$.

4. 分式不等式的解法

(1) 整理成标准形式$\dfrac{f(x)}{g(x)}>0$( 或 $<0$) 或$\dfrac{f(x)}{g(x)}\geqslant0$(或$\leqslant0$).

(2) 化成整式不等式来解:① $\dfrac{f(x)}{g(x)}>0\Leftrightarrow$ ________;② $\dfrac{f(x)}{g(x)}<0\Leftrightarrow$ ________;③ $\dfrac{f(x)}{g(x)}\geqslant0\Leftrightarrow$ ____________;④ $\dfrac{f(x)}{g(x)}\leqslant0\Leftrightarrow$ ____________.

注意:分式不等式要注意大于等于或小于等于的情况中,分母保证不为零.

5. 绝对值的几何意义:$|x|$ 是指__________ 的距离;$|x_1-x_2|$ 是指__________ 的距离.

6. 当 $c>0$ 时,$|ax+b|>c\Leftrightarrow ax+b>c$ 或 $ax+b<-c$,$|ax+b|<c\Leftrightarrow$ ____________;当 $c<0$ 时,$|ax+b|>c\Leftrightarrow$ ________,$|ax+b|<c\Leftrightarrow x\in\varnothing$.

7. 解含绝对值的不等式的基本思想是去掉________,将其等价转化为一元一次(二次) 不等式(组) 进行求解;

8. 去掉绝对值的主要方法有:

(1) 公式法:$|x|<a(a>0)\Leftrightarrow$ ______________,$|x|>a(a>0)\Leftrightarrow$ ______________.

(2) 定义法:零点分段法;

(3) 平方法:不等式两边____________ 时,两边同时平方.

**【小试牛刀】**

1. 解下列不等式:

(1)$x^2-x-6<0$;

(2)$-x^2+3x+10<0$;

(3) $\dfrac{x(x+1)(x-2)}{(x+2)(x-1)}\geqslant0$;

(4)$4<|2x-3|\leqslant7$;

(5) $|x-2|<|x+1|$;

(6) $|2x+1|+|x-2|>4$.

2. 若 $x\in\mathbf{R}$,则 $|x|<2$ 是 $|x+1|<1$ 的(  )

A. 必要不充分条件  B. 充分不必要条件

C. 充要条件  D. 既不充分也不必要条件

3. 已知 $A=\{x\mid x^2-3x+2\leqslant0\}$,$B=\{x\mid x^2-(a+1)x+a\leqslant0\}$.

(1) 若 $A\subsetneqq B$,求 $a$ 的取值范围;

(2) 若 $B\subseteq A$,求 $a$ 的取值范围.

**【典例剖析】**

**例 1** (1) 对任意实数 $x$,$|x+1|+|x-2|>a$ 恒成立,则 $a$ 的取值范围是________;

(2) 对任意实数 $x$,$|x-1|-|x+3|<a$ 恒成立,则 $a$ 的取值范围是________.

**选例意图**:熟悉三角不等式:$||a|-|b||\leqslant|a\pm b|\leqslant|a|+|b|$.

**例 2** 已知不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $\{x\mid 2<x<4\}$,则不等式 $cx^2+bx+a<0$ 的解集为____________.

**选例意图**:一元二次不等式与一元二次方程关系密切,常相互利用.

**例 3** 已知 $A=\{x\mid |2x-3|<a\}$,$B=\{x\mid |x|\leqslant10\}$,且 $A\subsetneqq B$,求实数 $a$ 的取值范围.

**选例意图**:应注意集合 $A=\varnothing$ 情况的讨论.

**例 4** 设不等式 $2x-1>m(x^2-1)$ 对满足 $|m|\leqslant2$ 的一切实数 $m$ 的取值都成立,求 $x$ 的取值范围.

**选例意图**:没有函数,构造函数,巧用线段函数的单调性质解题,体现函数思想在解答数学问题中的神奇作用.

【拓展训练】

1. 解不等式：$x^2-(a+1)x+a>0$，$a\in\mathbf{R}$.

2. 解不等式：$(x+1)(x-4)(6-x)>0$.

3. 解不等式：$\dfrac{2x^2-5x-3}{4x^2-13x-12}\leqslant 0$.

4. 解不等式：$|x-5|-|2x+3|<1$.

5. 已知 $f(x)=x^2+2(a-2)x+4$，

(1) 如果对一切 $x\in\mathbf{R}$，$f(x)>0$ 恒成立，求实数 $a$ 的取值范围；

(2) 如果对 $x\in[-3,1]$，$f(x)>0$ 恒成立，求实数 $a$ 的取值范围.

6. 解不等式：$\lg(x-\dfrac{1}{x})<0$.

【能力提升】

1. 已知集合 $A=\{x\mid |x|\leqslant 4,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\mid |x-3|\leqslant a,a\in\mathbf{R}\}$，若 $A\supseteq B$，则 $a$ 的取值范围是(　　)

A. $0\leqslant a\leqslant 1$　B. $a\leqslant 1$　C. $a<1$　D. $0<a<1$

2. 已知 $a,b$ 是正实数，则不等式组 $\begin{cases}x+y>a+b\\ xy>ab\end{cases}$ 是不等式组 $\begin{cases}x>a\\ y>b\end{cases}$ 成立的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分且必要条件　　D. 既不充分又不必要条件

3. 已知 $x,a,b\in\mathbf{R}$，则下列不等式：① $x^2+3>2x$，② $a^5+b^5>a^3b^2+a^2b^3$，③ $a^2+b^2\geqslant 2(a-b-1)$，④ $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\geqslant 2$ 中恒成立的是(　　)

A. 仅①和③　　B. 仅③和④

C. 仅①和③　　D. 全部

4. 若 $0<a<1$，$0<b<1$，则 $a+b$，$2\sqrt{ab}$，$a^2+b^2$，$2ab$ 中最大的是(　　)

A. $a^2+b^2$　　B. $a+b$　　C. $2\sqrt{ab}$　　D. $2ab$

5. 设 $x,x+2,x+4$ 是一个钝角三角形的三条边，则 $x$ 的取值范围是(　　)

A. $3<x<6$　B. $2<x<6$　C. $x>2$　D. $0<x<6$

6. 若 $a>1$，，那么 $m=\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$，$n=\sqrt{a+2}+\sqrt{a-1}$，那么 $m$ 与 $n$ 的关系是________.

7. $a>b\Leftrightarrow \dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$ 的充要条件是__________.

8. 当 $0\leqslant x\leqslant \dfrac{1}{2}$ 时，$y=x+\sqrt{1-2x}$ 的取值范围是________.

9. 是否存在常数 $c$，使得不等式 $\dfrac{x}{2x+y}+\dfrac{y}{x+2y}\leqslant c\leqslant \dfrac{x}{x+2y}+\dfrac{y}{2x+y}$ 对任意正实数 $x$、$y$ 恒成立?证明你的结论.

10. 已知 $A=\{x\mid |x-3|\leqslant a\}$，$B=\{x\mid x^2+7x-8>0\}$，分别就下面条件求 $a$ 的取值范围：

(1) $A\cap B=\varnothing$；(2) $A\cup B=B$.

11. 设 $a>0,b>0$，解关于 $x$ 的不等式：$|ax-2|\geqslant bx$.

12. (04・辽宁)　设全集 $U=\mathbf{R}$.

(1) 解关于 $x$ 的不等式 $|x-1|+a-1>0(a\in\mathbf{R})$.

(2) 记 $A$ 为(1)中不等式的解集，集合 $B=\{x\mid \sin(\pi x-\dfrac{\pi}{3})+\sqrt{3}\cos(\pi x-\dfrac{\pi}{3})=0\}$，若 $(\complement_U A)\cap B$ 恰有3个元素，求 $a$ 的取值范围.

# 考点检测一

## 一、选择题

1.（06·福建） "$\tan\alpha=1$"是"$\alpha=\frac{\pi}{4}$"的（　　）

A. 充分而不必要条件　B. 必要不而充分条件

C. 充要条件　　　　D. 不充分也不必要条件

2.（06·安徽） 设集合 $A=\{x\mid|x-2|\leqslant 2\}$，$B=\{y\mid y=-x^2,-1\leqslant x\leqslant 2\}$，则 $\complement_R(A\cap B)$ 等于（　　）

A. $R$　B. $\{x\mid x\in\mathbf{R},x\neq 0\}$　C. 0　D. $\varnothing$

3.（06·安徽） "$x>3$"是"$x^2>4$"的（　　）

A. 必要不充分条件　B. 充分不必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4.（06·福建） 已知全集 $U=\mathbf{R}$，且 $A=\{x\mid|x-1|>2\}$，$B=\{x\mid x^2-6x+8<0\}$，则（$\complement_U A$）$\cap B$ 等于（　　）

A. $[-1,4]$　B. $(2,3)$　C. $(2,3]$　D. $(-1,4)$

5.（06·安徽） 设 $a,b\in\mathbf{R}$，已知命题 $p$：$a=b$；命题 $q$：$(\frac{a+b}{2})^2\leqslant\frac{a^2+b^2}{2}$，则 $p$ 是 $q$ 成立的（　　）

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充分必要条件　　　D. 既不充分也不必要条件

6.（06·湖北） 有限集合 $S$ 中元素的个数记做 $card(S)$．设 $A$、$B$ 都为有限集合，给出下列命题：

① $A\cap B=\varnothing$ 的充要条件是 $card(A\cup B)=card(A)+card(B)$；

② $A\subseteq B$ 的必要条件是 $card(A)\leqslant card(B)$；

③ $A\nsubseteq B$ 的充分条件是 $card(A)\leqslant card(B)$；

④ $A=B$ 的充要条件是 $card(A)=card(B)$．；

其中真命题的序号是（　　）

A. ③④　B. ①③　C. ①④　D. ②③

7.（06·湖南） "$a=1$"是"函数 $f(x)=|x-a|$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上为增函数"的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　　D. 既不充分也不必要条件

8.（06·湖南） 设函数 $f(x)=\frac{x-a}{x-1}$，集合 $M=\{x\mid f(x)<0\}$，$P=\{x\mid f'(x)>0\}$，若 $M\subsetneqq P$，则实数 $a$ 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,1)$　　　B. $(0,1)$

C. $(1,+\infty)$　　　D. $[1,+\infty)$

9.（06·江西） 下列四个条件中，$p$ 是 $q$ 的必要不充分条件的是（　　）

A. $p$：$a>b$，$q$：$a^2>b^2$

B. $p$：$a>b$，$q$：$2^a>2^b$

C. $p$：$ax^2+by^2=c$ 为双曲线，$q$：$ab<0$

D. $p$：$ax^2+bx+c>0$，$q$：$\frac{c}{x^2}+\frac{b}{x}+a>0$

10.（06·全国） 设集合 $M=\{x\mid x^2-x<0\}$，$N=\{x\mid|x|<2\}$，则（　　）

A. $M\cap N=\varnothing$　　B. $M\cap N=M$

C. $M\cup N=M$　　D. $M\cup N=\mathbf{R}$

11.（06·江西） 若 $a>0,b>0$，则不等式 $-b<\frac{1}{x}<a$ 等价于（　　）

A. $-\frac{1}{b}<x<0$ 或 $0<x<\frac{1}{a}$

B. $-\frac{1}{a}<x<\frac{1}{b}$

C. $x<-\frac{1}{a}$ 或 $x>\frac{1}{b}$

D. $x<-\frac{1}{b}$ 或 $x>\frac{1}{a}$

12.（06·上海） 若集合 $A=\{y\mid y=x^{\frac{1}{3}},-1\leqslant x\leqslant 1\}$，$B=\{y\mid y=2-\frac{1}{x},0<x\leqslant 1\}$，则 $A\cap B$ 等于（　　）

A. $(-\infty,1]$　B. $[-1,1]$　C. $\varnothing$　D. $\{1\}$

## 二、填空题

13.（06·上海） 已知集合 $A=\{-1,3,2m-1\}$，集合 $B=\{3,m^2\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 $m=$ ______.

14.（06·上海） 已知 $A=\{-1,3,m\}$，集合 $B=\{3,4\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 $m=$ ____.

15.（江苏） 不等式 $\log_2(x+\frac{1}{x}+6)\leqslant 3$ 的解集为______.

16. 不等式 $(a^2-1)x^2-(a-1)x-1<0$ 的解集是全体实数，则 $a$ 的取值范围是______.

## 三、解答题

17. (1) $A=\{y\mid y=-x^2+3x-2,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y\mid y=x^2-x,x\in\mathbf{R}\}$，求 $A\cap B$；

(2) $A=\{(x,y)\mid y=-x^2+3x-2,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)\mid y=x^2-x,x\in\mathbf{R}\}$，求 $A\cap B$.

18. 设集合 $A=\{x\mid x^2-2x+2m+4=0\}$，$B=\{x\mid x<0\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，求实数 $m$ 的取值范围.

19. 解关于 $x$ 的不等式：$\frac{x-1}{x-2}>\frac{1}{a}$，$a\in\mathbf{R}$.

20. (06 · 全国) 设 $a\in\mathbf{R}$，二次函数 $f(x)=ax^2-2x-2a$. 若 $f(x)>0$ 的解集为 $A$，$B=\{x\mid 1<x<3\}$，$A\cap B\neq\varnothing$，求实数 $a$ 的取值范围.

21. 解不等式 $|x^2-3|>2x$.

22. (04 · 上海) 记函数 $f(x)=\sqrt{2-\frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 $A$，$g(x)=lg[(x-a-1)(2a-x)]\ (a<1)$ 的定义域为 $B$.

(1) 求 $A$；

(2) 若 $B\subseteq A$，求实数 $a$ 的取值范围.

# 第2单元　函　　数

## §2.1　函数的概念与表示

**【知识梳理】**

1. 函数的表示方法有________、________、________三种.

2. 函数的三要素是________________.

3. 判断对应 $f:A\to B$ 是否为映射，即看________.

4. 由映射定义可看出，映射是________概念的推广，函数是一种特殊的映射，要注意构成函数的两个集合 $A$、$B$ 必须是________.

5. 集合 $A$ 有 $m$ 个元素，集合 $B$ 有 $n$ 个元素，则从集合 $A$ 到集合 $B$ 可以建立________个不同的映射.

**【小试牛刀】**

1. 下列各组函数表示同一个函数的是(　　)

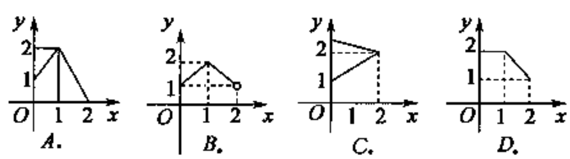
A. $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 与 $g(x)=x+1$

B. $f(x)=\sqrt{-2x^3}$ 与 $g(x)=x\sqrt{-2x}$

C. $f(x)=x$ 与 $g(x)=(\sqrt{x})^2$

D. $f(x)=x^2-2x-1$ 与 $g(t)=t^2-2t-1$

2. 设集合 $A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{y\mid 1\leqslant y\leqslant 2\}$，在下列各图中能表示从集合 $A$ 到集合 $B$ 的映射是(　　)




3. 设集合 $A$ 和 $B$ 都是自然数集 $N$，映射 $f:A\to B$，把集合 $A$ 中的元素 $n$ 映射到集合 $B$ 中的元素 $2^n+n$，则在映射 $f$ 下，象 20 的原象是(　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

4. 已知 $f(2x+1)=3x-4$，$f(a)=4$，则 $a=$________.

5. 已知 $f(x)=\begin{cases}x^2(x>0)\\ e(x=0)\\ 0(x<0)\end{cases}$，则 $f(f(-2))=$________.

**【典例剖析】**

例 1　(1) 已知 $f(x-2)=3x-5$，求 $f(x)$.

(2) 已知 $f(1-\cos x)=\sin^2 x$，求 $f(x)$.

(3) 已知 $f(x)$ 是二次函数，若 $f(0)=0$，$f(x+1)=f(x)+x+1$，试求 $f(x)$ 的表达式.

**选例意图**：求函数解析式常利用换元法，待定系数法.

例 2　已知 $(x,y)$ 在映射 $f$ 作用下的象是 $(x+y,xy)$

(1) 求 $(-2,3)$ 在 $f$ 作用下的象；

(2) 求 $(2,-3)$ 在 $f$ 作用下的原象.

**选例意图**：强化对映射概念的理解，弄清象与原象的概念

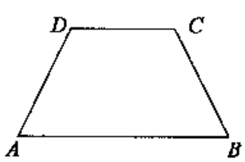
例 3　作出下列各函数图象

(1) $y=1-x$；(2) $y=2x^2-4x-3(0\leqslant x<3)$；

(3) $y=|x-1|$；(4) $y=\begin{cases}\dfrac{1}{x}(0<x<1),\\ x(x\geqslant 1).\end{cases}$

**选例意图**：函数的图象是函数的重要内容，特别是对常见函数的图象的做法，应做到熟练掌握

例 4　如图在梯形 $ABCD$ 中，$AB=10$，$CD=6$，$AD=BC=4$，动点 $P$ 从 $B$ 点开始沿着折线 $BC$、$CD$、$DA$ 前进至 $A$，若 $P$ 运动路程为 $x$，三角形 $PAB$ 的面积为 $y$. 写出 $y=f(x)$ 的解析式并求出函数的定义域.




**选例意图**：函数的简单应用，关键是找到两个变量的函数关系式，并根据实际问题的意义，指出其定义域.