



中等职业教育
金钥匙智慧丛书

丛书主编 赵普

知识指数: ★★★★★

实用指数: ★★★★★

(人教版)

完全攻略

学生用书

数学

海南出版社



中等职业教育
金钥匙智慧丛书

丛书主编 赵普

知识指数: ★★★★★

实用指数: ★★★★★

(人教版)

完全攻略

学生用书

数学

海南出版社

图书在版编目(CIP)数据

完全攻略. 数学/赵菁主编;—海口:海南出版社,
2006.7
(金钥匙智慧丛书)
ISBN 7-5443-1808-7

I. 完… II. 赵… III. 数学课—专业学校—教学
参考资料 IV. G718.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 086067 号

海南出版社出版
社址:海口市金盘开发区建设三横路 2 号
电话:0898-66820893
全国新华书店经销
邹平玉书印务有限公司
开本:787×1092mm 1/16
书号:ISBN 7-5443-1808-7/G·773
全套定价:150.00 元
(图书出现印装质量问题,经销商调换)

《完全攻略》让第一轮复习就接近高考

本丛书以提高学生学习兴趣，训练学生考试为主，形成学生训练—教师检查—发现问题—思考分析—剖析重点—巩固训练的复习体系。建议教师在运用本丛书时，注意以下几点。

以丛书带课本

从课本出发，围绕考纲，学、思、练有效的结合起本，布置任务—完成任务—点拨答疑。从而实现复习目的

以真题启思维

分析历年高考试题，找出规律线索，总结解题思路。

针对历年考试，考试纲要，进行查漏补缺，分析考试热点，追踪考试方向，提高考试的成绩。

以训练促能力

一轮复习是一项针对基础知识的系统工程。我们愿意在这项工程中充当好服务角色，但由于时间仓促，书中纰漏与不足，在所难免。真诚希望广大教师批评指正。

编者

2006年7月20日



目 录

第一章 集合与数理逻辑用语	(1)
1-1 集合与数理逻辑用语.....	(1)
1-2 集合的运算.....	(3)
1-3 命题联结词.....	(5)
1-4 充分条件与必要条件.....	(7)
完全攻略.....	(9)
第二章 不等式	(12)
2-1 不等式的性质及重要不等式.....	(12)
2-2 一元一次不等式(组)与一元二次不等式.....	(14)
2-3 分式不等式.....	(16)
2-4 绝对值不等式.....	(18)
完全攻略.....	(20)
第三章 集第	(23)
3-1 函数概念及其表示法.....	(23)
3-2 函数的定义域.....	(26)
3-3 函数的性质.....	(28)
3-4 一元二次函数的图象与性质.....	(31)
3-5 待定系数法.....	(34)
完全攻略.....	(36)
第四章 指第第第与对集第第	(42)
4-1 指数幂.....	(42)
4-2 指数函数.....	(44)
4-3 对数.....	(46)
4-4 对数函数.....	(48)
完全攻略.....	(51)
第五章 章列	(55)
5-1 数列的概念.....	(55)
5-2 等差数列.....	(57)
5-3 等比数列.....	(59)
完全攻略.....	(61)
第六章 平语内语	(66)
6-1 向量的线性运算(一).....	(66)
6-2 向量的线性运算(二).....	(69)
6-3 向量的直角坐标运算.....	(71)
6-4 中点公式、距离公式及平移公式.....	(72)
6-5 向量的内积运算.....	(74)
完全攻略.....	(76)
第七章 三角	(80)



目
录

7-1 角的概念推广及度量	(80)
7-2 任意角的三角函数	(83)
7-3 同角三角函数基本关系式	(85)
7-4 诱导公式	(87)
7-5 和角、差角、倍角公式	(89)
7-6 正弦函数、余弦函数与正切函数	(91)
7-7 正弦型函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$	(94)
7-8 函数 $y = f(\sin x)$	(96)
7-9 正、余弦定理及三角形面积公式	(98)
完全攻略	(100)
第八章 平第解析几何	(109)
8-1 直线方程(一)	(109)
8-2 直线方程(二)	(112)
8-3 两条直线的位置关系	(114)
8-4 曲线与方程和圆的方程	(116)
8-5 直线与圆的位置关系	(118)
8-6 椭圆	(120)
8-7 双曲线	(123)
8-8 抛物线	(126)
完全攻略	(129)
第九章 立体几何	(138)
9-1 平面的基本性质	(138)
9-2 空间中的两直线	(140)
9-3 直线和平面	(142)
9-4 空间两平面关系	(145)
9-5 空间向量	(148)
完全攻略	(151)
第十章 排列、组合与二项式定理	(158)
10-1 计算原理	(158)
10-2 排列 组合	(159)
10-3 排列与组合应用	(161)
10-4 二项式定理	(162)
完全攻略	(164)
第十一章 概章	(168)
11-1 随机事件与古典概率	(168)
11-2 概率的加法公式	(170)
11-3 概率的乘法公式	(171)
完全攻略	(173)

第一章 集合与数理逻辑用语

复习目标

1. 理解集合的概念,掌握集合的表示法,掌握集合的交、并、补运算.
2. 了解逻辑联结词“如果…,那么…”的意义,理解逻辑联结词“且、或、非”的意义.
3. 理解符号 $\subseteq, \supset, \varnothing, \not\subseteq, \not\supset, \cap, \cup, C_A, \in, \notin, \wedge, \vee, \neg, \exists, \forall, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ 的含义,并能用这些符号表示集合与集合、元素与集合、命题与命题之间的关系.
4. 能准确地判断一个命题是否是另一个命题的充分、必要、充要条件.

集合及其关系



1-1

要点积累

1. 理解集合与元素的概念,会正确判断元素与集合的关系,理解集合中元素的三个特征.
2. 理解子集、真子集、集合相等的概念,并能正确判断两个集合间的关系.
3. 理解空集的含义并能解决有关问题.
4. 掌握并正确应用两组符号: $\in, \notin$ 与 $\subseteq, \supset$.

巩固双基

一、集合的有关概念

1. 定义:一般地,我们把_____叫做集合,也简称集,构成集合的_____叫做这个集合的元素.
 2. 集合中的元素具有三个特征:①_____;
②_____;③_____.
 3. 元素与集合的关系用符号_____、_____表示.
 4. 几种常用数集及表示符号:(1) $\mathbf{N}$ 表示_____;
(2) $\mathbf{N}$ 或 $\mathbf{N}^*$ 表示_____;(3) $\mathbf{Z}$ 表示_____;
(4) $\mathbf{Q}$ 表示_____;(5) $\mathbf{R}$ 表示_____.
 5. 集合按元素的个数可分为:
(1)有限集:_____的集合;
(2)无限集:_____的集合.
- 注:特别地,当一个集合中_____时,我们把它称为空集,通常用符号_____表示.
6. 集合的表示方法:
(1)_____;(2)_____;(3)文氏图法.

二、集合与集合之间的关系:

1. 子集:对于两个集合 A 与 B ,如果_____.

那么集合 A 叫做集合 B 的子集,记作:_____或_____,读作_____或_____.

2. 真子集:如果_____,且_____,则集合 A 叫做集合 B 的真子集,记作_____或_____,读作_____或_____.
3. 相等:如果_____且_____,那么这两个集合相等,记作_____.
4. 空集是任何集合的_____,是非空集合的_____.

精选例题

例 1 下列说法正确的是()

- (A)质数的全体构成一个集合;
(B)某班高个子同学的全体构成一个集合;
(C)由数字 1,2,2,3 构成一个集合,这个集合可表示为{1,2,2,3};
(D)集合{1,4,5}和集合{5,4,1}表示不同集合.

选题意图 进一步理解集合中元素的三个特征:

- ①_____;②_____;③_____.

例 2 给出下面四个关系: $0.7 \notin \mathbf{Q}, 0 \in \{0\}, 0 \in \mathbf{Z}, \sqrt{3} \in \mathbf{R}$,其中正确的个数是()

- (A)4个 (B)3个 (C)2个 (D)1个

选题意图 本题考查元素与集合关系的符号表示及常用数集符号.

例 3 满足关系式 $\{2,3\} \subseteq A \subseteq \{1,2,3,4\}$ 的集合 A 的个数为_____.

选题意图 进一步理解子集的定义及子集的求法.

解析 因为 $\{2,3\} \subseteq A$,所以 A 中必有元素 2,3,又因为

$A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$, 所以 A 可以是以下集合:

点评: 当一个集合是另一个集合的真子集时, 仍然可用子集符号表示, 即: 真子集是子集的特殊情况. 由此可知若 $A \subseteq B$, 则 A 既可以与 B 相等也可以是 B 的真子集.

例 4 若集合 $A = \{x \in \mathbb{R} \mid ax^2 - 3x + 6 = 0\}$ 中有且只有一个元素, 求集合 A .

该题考查集合的表示方法及分类讨论思想.

解: 因为 A 中有且只有一个元素, 所以 $ax^2 - 3x + 6 = 0$ 只有一解.

若 $a = 0$ 时, 方程为 $-3x + 6 = 0$, 解得 $x = 2$ 满足条件;

若 $a \neq 0$ 时, 则必有 $\Delta = 9 - 24a = 0$, 解得 $a = \frac{3}{8}$, 将 $a = \frac{3}{8}$ 代入解方程得 $x = 2$.
故 $A = \{2\}$ 或 $A = \emptyset$.

课堂作业

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, 则 A 的非空真子集的个数是 ()

(A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8

2. 下列描述构成集合的是 ()

(A) 偶数的全体
(B) 全国的胖人
(C) 全国的著名歌唱家
(D) 与 0 接近的数的全体

3. 设 $M = \{x \mid x \geq 2\}$, $a = \sqrt{2}$, 则下列关系中正确的是 ()

(A) $\{a\} \subseteq M$ (B) $a \notin M$
(C) $a \subseteq M$ (D) $a \in M$

4. 方程 $x^2 + x - 6 = 0$ 的解集用列举法表示为 _____

5. 用符号 " $\in$ ", " $\notin$ ", " $\subseteq$ ", " $\supset$ ", " $=$ " 填空: ① -1 _____ $\mathbb{N}$;

② $\emptyset$ _____ $\mathbb{Z}$; ③ $\sqrt{2}$ _____ $\mathbb{Q}$; ④ $\{a\}$ _____ $\{a, b, c\}$;

⑤ $\{x \mid x^2 - 1 = 0\}$ _____ $[-1, 1]$.

巩固训练

1. 设集合 $A = \{x \mid x \geq \pi\}$, $a = 3$, 则下列关系正确的是 ()

(A) $a \subseteq A$ (B) $a \notin A$
(C) $\{a\} \in A$ (D) $\{a\} \subseteq A$

2. 下列描述不能构成集合的是 ()

(A) 全体平行四边形 (B) 某班高个子同学
(C) 小于 1 的所有整数 (D) 所有有理数

3. 满足关系式 $\{2, 3\} \subseteq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 M 的个数为 ()

(A) 5 个 (B) 6 个 (C) 7 个 (D) 8 个

4. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{x \mid x \in A\}$, 则集合 A 与集合 B 的关系为 ()

(A) $A = B$ (B) $A \notin B$ (C) $A \subseteq B$ (D) $A \supset B$

5. 集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 有 _____ 个子集; 有 _____ 个真子集; 有 _____ 个非空真子集.

6. 设集合 $P = \{x \mid x^2 - x - 6 = 0\}$, $Q = \{x \mid x - a \geq 0\}$, 若 $P \subseteq Q$, 求 a 的取值范围.

7. 如果集合 $A = \{x \mid x - 1 = 0\}$, $B = \{1\}$ 且 $A \subseteq B$, 求实数 a .

名师点评

1. 通过巩固训练 7 可以看出空集是集合运用中的一个 "陷阱", 其特殊性在解题中要特别注意: 若未指明是非空集合时, 要考虑到空集的可能性. 如: $A \subseteq B$, 则有 $A = \emptyset$ 或 $A \neq \emptyset$ 两种情况, 此时应分类讨论.

2. 通过例 4 的学习进一步理解: 集合用描述法表示时, 首先要搞清楚集合里的元素到底是什么, 这也是下一节进行集合运算的关键. 如例 4 中集合 A 中代表的元素是 $ax^2 - 3x + 6 = 0$ 的解集. 再如 $A = \{x \mid y = \frac{1}{x}\}$ 中的元素表

示的是函数 $y = \frac{1}{x}$ 的定义域.

3. 通过课堂作业 5 的学习进一步理解两大关系的本质区别: $\in$, $\notin$ 表示元素与集合的关系, $\subseteq$, $\supset$, $=$ 表示集合与集合的关系. 做题时要分类讨论思想适时运用, 这也是本节的重点题型及内容.

4. 通过巩固训练 6 体会数形结合解题方法的作用.



集合的运算



要点积累

1. 理解交集、并集、补集的概念,并能熟练地求给定集合的交集、并集、补集.
2. 熟练应用集合的交集、并集、补集的性质进行集合的有关运算.
3. 能熟练运用数轴和文氏图等进行集合的有关运算.

巩固双基

1. 交集

(1) 定义:由_____所组成的集合,叫做集合 A 与 B 的交集,记做_____,即: $A \cap B =$ _____.

(2) 性质:① $A \cap A =$ _____; ② $A \cap \emptyset =$ _____;
③ $A \cap B =$ _____; ④ 如果 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B =$ _____.

2. 并集:

(1) 定义:由_____所组成的集合,叫做集合 A 与 B 的并集,记做_____,即 $A \cup B =$ _____.

(2) 性质:① $A \cup A =$ _____; ② $A \cup \emptyset =$ _____;
③ $A \cup B =$ _____; ④ 如果 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B =$ _____.

3. 补集:

(1) 全集:在研究集合与集合之间的关系时,如果_____,那么称这个给定集合为这些集合的全集,通常用 U 表示.

(2) 补集:如果 A 是全集 U 的一个子集,由_____的集合,叫做 A 在 U 中的补集,记作 $C_U A$,即 $C_U A =$ _____.

(3) 补集性质:① $A \cap C_U A =$ _____, ② $A \cup C_U A =$ _____.

③ $C_U (C_U A) =$ _____.

精选例题

例1 设全集 $U = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 5\}$, $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则

- (1) $A \cap B =$ _____; (2) $A \cup B =$ _____;
(3) $C_U A =$ _____; (4) $C_U (A \cap B) =$ _____;
(5) $C_U A \cap B =$ _____.

解析: 加强学生对交集、并集、补集的理解,并会求集合的交集、并集、补集.

解析: $U = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 5\} =$ _____.

点评:在进行集合运算时,首先要搞清集合里的元素到底是什么,这是进行运算的关键.

例2 已知集合 $A = \{x | x - 1 > 0\}$, $B = \{x | x - 3 < 0\}$, 则下列正确的是()

- (A) $A \cup B = \{x | x < 3\}$ (B) $A \cup B = \{x | 1 < x < 3\}$
(C) $A \cap B = \{x | x > 1\}$ (D) $A \cap B = \{x | 1 < x < 3\}$

解析: 对由不等式的解构成的集合进行运算时,应当尽量借助数轴,利用高低线直观地表示,防止发生错误.

例3 已知集合 $A = \{3, 4, m^2 - 3m - 1\}$, $B = \{2m, -3\}$, 且 $A \cap B = \{-3\}$, 求 $A \cup B$.

解析: 进一步理解交集、并集的概念及运算时注意的事项.

解析:由题意知: $-3 \in A$, 即: $m^2 - 3m - 1 = -3$, 解得: $m = 1$ 或 $m = 2$.

当 $m = 2$ 时, $A = \{3, 4, -3\}$, $B =$ _____, $A \cap B =$ _____与 $A \cap B = \{-3\}$ 矛盾,不合题意;

当 $m = 1$ 时, $A = \{3, 4, -3\}$, $B =$ _____符合题意. 所以 $A \cup B =$ _____.

例4 已知集合 $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$, $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$, 求 $A \cap B$.

解析: 进一步理解集合中的元素这一概念,明确点集与数集的区别,并考查学生的综合解题能力.

分析:集合 A 可以理解为直线 $4x + y = 6$ 上所有点构成的集合,要求 $A \cap B$ 也就是求两直线的交点,即:联立方程组求解.

解析: $A \cap B = \{(x, y) | \begin{cases} 4x + y = 6 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}\} =$ _____.

点评: $A \cap B$ 中的元素是点,故不能漏掉小括号.

课堂作业

1. 设 M, N 为非空集合, 则 $M \cup N$ 中的元素 x 应满足的条件是()

- (A) $x \in M$ 或 $x \in N$ (B) $x \in M$ 且 $x \in N$
(C) $x \in M$ 且 $x \notin N$ (D) $x \in N$ 且 $x \notin M$

2. 设全集 $U = \mathbb{R}$, $M = \{x | -1 < x \leq 2\}$, 则 $C_U M =$ _____.



- (A) $\{x|x < -1 \text{ 或 } x \geq 2\}$ (B) $\{x|x \leq -1\}$
(C) $\{x|x \leq -1 \text{ 或 } x > 2\}$ (D) $\{x|x \geq 2\}$

3. 设集合 $A = \{(x, y) | x + 2y + 1 = 0\}$, $B = \{(x, y) | 3x - y - 4 = 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A) $\{-1, 1\}$ (B) $\emptyset$ (C) $\{(1, -1)\}$ (D) $\{(-1, 1)\}$

4. 设集合 $M = \{a, -1\}$, $N = \{0, 1\}$, 且 $M \cap N = \{1\}$, 则 $M \cup N =$ ()

- (A) $\{a, -1, 0, 1\}$ (B) $\{1, -1, 0, 1\}$
(C) $\{-1, 0, 1\}$ (D) 不确定

5. 设集合 $A = \{(x, y) | y = x^2\}$, $B = \{(x, y) | y = x + 2\}$, 求 $A \cap B$.

名师点评

1. 通过例 2 的学习, 思考利用数轴考查集合运算及集合与集合之间关系的优点: 一是直观形象; 二是不易发生错误.
2. 通过巩固训练 2 进一步理解: 要进行集合的运算必须首先要搞清集合中元素是什么.
3. 通过课堂作业 2 体会数形结合的解题方法直观形象性. 对于用不等式形式表示的集合 A 在求补集时, 要注意端点是在 A 中还是在 $C_U A$.
4. 通过例 3 的学习进一步理解 $A \cap B$ 里元素的特征: 既是 A 中的元素又是 B 中的元素, 这是解此类问题的突破口.

巩固训练

1. 设 $U = \{\text{三角形}\}$, $M = \{\text{锐角三角形}\}$, $N = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $C_U(M \cup N) =$ ()

- (A) $\{\text{三角形}\}$ (B) $\{\text{锐角三角形}\}$
(C) $\{\text{直角三角形}\}$ (D) $\{\text{钝角三角形}\}$

2. 设集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | -3 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} | -2 < x \leq 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A) $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ (B) $\{0, 1, 2\}$
(C) $\{-1, 0, 1, 2\}$ (D) $\{1, 2\}$

3. 设集合 $A = \{(x, y) | x + y = 1\}$, $B = \{(x, y) | x - 2y = 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A) $\{(-1, 2)\}$ (B) $\{-1, 2\}$
(C) $\{(2, -1)\}$ (D) $\{2, -1\}$

4. 设全集 $U = \{1, 2, a\}$, 集合 $A = \{3, b\}$, 且 $C_U A = \{1\}$, 则 a, b 的值等于 ()

- (A) 2, 3 (B) 3, 2 (C) 1, 2 (D) 3, 1

5. 设集合 $A = \{x | x^2 - 2px + q = 0\}$, $B = \{x | 2x^2 - px + q = 0\}$, 且 $A \cap B = \{-1\}$, 求 $A \cup B$.

命题联结词

1-3

要点积累

1. 会判断有关语句是否为命题.
2. 熟练掌握真值表并能准确判断有关命题的真假.
3. 能写出一些简单命题的非.

巩固双基

一、命题与量词

1. 命题的定义: _____ 叫命题.

注意: _____ 通常称为开句或条件命题, 开句不是命题.

2. 常用的两个量词:

- (1) 量词“存在”用符号 _____ 表示.
- (2) 量词“任意”用符号 _____ 表示.

二、联结词与真值表:

1. 一些命题可用联结词把它们联结起来构成一个新命题, 一般地, 设 p, q 是两个命题, 则

(1) “ p 且 q ”构成一个新命题, 记作 _____, 读作 _____.

(2) “ p 或 q ”构成一个新命题, 记作 _____, 读作 _____.

(3) 命题 p 的非(或否定)构成一个新命题, 记作 _____, 读作 _____ (或 _____).

(4) 用“如果...那么(则)...”联结构成一个新命题, 记作 _____, 读作 _____ (或 _____).

2. 真值表: $p \wedge q$ 的真值表可归纳为: _____ 为真, _____ 为假.

$p \vee q$ 的真值表可归纳为: _____ 为假, _____ 为真.

$\neg p$ 的真值表可归纳为: p 与 $\neg p$ 不能同 _____, 其中一个为真, _____ $p \rightarrow q$ 的真值表可归纳为: _____.

3. 德·摩根定律: (1) $\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$;

(2) $\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$.

精选例题

例1 判断下列语句是否是命题? 若是判断真假, 并说明理由.

- (1) $x^2 = 2$; (2) 若 $x = 3$, 则 $2x + 1 < 0$; (3) 请你到办公室!

解析:

(1) _____ 命题. 因为含有变量, 是开句;

(2) _____ 命题. 是假命题, 因为 $x = 3$ 时 $2x + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7 > 0$;

(3) _____ 命题. 因为这是一个 _____ 句.

点评: 要紧扣命题的概念判断. _____、_____、_____ 都不是命题.

例2 写出下列命题的非:

(1) $1 + 2 = 3$;

(2) $\sqrt{2}$ 是有理数;

(3) 全班同学不都是共青团员;

(4) 全班同学都不是共青团员.

解析: 会写一些简单命题的非.

解析: (1) _____;

(2) $\sqrt{2}$ _____ 有理数;

(3) 全班同学 _____ 共青团员;

(4) 全班同学 _____ 共青团员.

点评: 写此类命题的非, 关键是要掌握一些常用的互为否定的词, 如: ①相等 $\leftrightarrow$ 不相等; ②是 $\leftrightarrow$ 不是; ③大于 $\leftrightarrow$ 不大于 ($\leq$); ④小于 $\leftrightarrow$ 不小于 ($\geq$); ⑤都是 $\leftrightarrow$ 不都是 (至少有一个不是); ⑥都不是 $\leftrightarrow$ 至少有一个是; ⑦至少有一个 $\leftrightarrow$ 一个也没有; ⑧至多有一个 $\leftrightarrow$ 至少有两个;

⑨ $\exists \leftrightarrow \forall$; ⑩且 $\leftrightarrow$ 或.

例3 写出下列命题的非:

(1) 存在一个实数 x , 使 $2x^2 + 1 = 0$;

(2) 对任意实数 x , 都有 $x^2 > 0$.

解析: 掌握开句前加量词构成的新命题的非的写法.

解析: (1) _____, 都有 $2x^2 + 1 \neq 0$;

(2) 存在一实数 x , 使 _____.

点评: 写此类命题的非的关键: 一是要搞清命题的结构 (分前后两部分); 二是要将前后两部分同时否定.

例4 写出下列命题的非:

(1) 明天刮风且下雨;

(2) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解为 $x = 2$ 或 $x = -2$.

掌握由联结词构成新命题的非的写法.

解析: (1) 明天不刮风 _____ 不下雨;



(2) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解为 _____ 且 _____.

(或方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解不是 $x = 2$ 或 $x = -2$)

点评:一是要将前后两部分同时否定;二是要将联结词换为互为否定的联结词.

课堂作业

1. 下列句子不是命题的是()

- (A) $10 - 8 = 7$; (B) $x > 2$ 或 $x < -2$;
(C) 20 是 6 的倍数; (D) 矩形的对角线相等.

2. 命题 " $x \in A$ 且 $x \in B$ " 的非是()

- (A) $x \notin A$ 且 $x \notin B$ (B) $x \notin A$ 或 $x \notin B$
(C) $x \notin A$ 且 $x \in B$ (D) $x \in A$ 或 $x \in B$

3. 命题 $p: a^2 + b^2 < 0, q: a^2 + b^2 \geq 0$ 下列结论正确的是()

- (A) $p \vee q$ 为真 (B) $p \wedge q$ 为真
(C) $\neg p$ 为假 (D) $\neg q$ 为真

4. 设命题 $p: \emptyset = \{0\}; q: 7 > 3$. 则下列命题:

- (1) $p \vee q$ (2) $p \wedge q$ (3) $\neg p$ (4) $\neg q$

其中真命题的个数为()

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

5. "对任意实数 x , 都有 $2x^2 + 5x + 7 > 0$ " 的非是

(C) $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$

(D) $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$

6. " $3 \leq x < 5$ " 的非是 _____.

名师点评

1. 开句不是命题, 前面加上量词后才能成为命题.

2. 观察真值表, 总结出真值表的口诀: (1) $p \wedge q$: 真真才真, 其余为假 (2) $p \vee q$: 假假才假, 其余全真 (3) $\neg p$: 真假相反 (4) $p \leftrightarrow q$: 真假为假, 其余为真.

巩固训练

1. 命题 "A 中的队员都是北京人" 的非为()

- (A) A 中队员都是北京人
(B) A 中队员不都是北京人
(C) A 中队员都不是北京人
(D) 其它

2. 设命题 " $p \vee q$ " 是与命题 " $\neg p$ " 都是真命题, 则必有()

- (A) p 真 q 假 (B) p 假 q 真
(C) p 真 q 真 (D) p 假 q 假

3. 设命题 " p 或 q " 为真, " p 且 q " 为假, 则()

- (A) p 和 q 都假 (B) p 和 q 都真
(C) p 与 $\neg q$ 真假相同 (D) p 与 $\neg q$ 真假不同

4. 如果命题 " $\neg p$ 或 $\neg q$ " 是假命题, ① $p \wedge q$ 为真命题; ② $p \wedge q$ 为假命题; ③ $p \vee q$ 为真命题; ④ $p \vee q$ 为假命题. 其中说法正确的是()

- (A) ①③ (B) ②④ (C) ②③ (D) ①④

5. " $xy = 0$ " 的含义是()

- (A) $x = 0$ 或 $y = 0$ (B) $x = 0$ 且 $y = 0$





充分条件与必要条件



1-4

巩固双基

1. 当命题“若 p 则 q ”为真命题,我们就说 p 可推出 q , 记作: $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的 充分条件, q 是 p 的 必要条件.
2. 一般地, 如果 $p \Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的 充要条件, 简称 充要条件, 记作 $p \Leftrightarrow q$.

要点积累

1. 理解充分条件、必要条件、充要条件的概念, 区别并会使用符号: “ $\Rightarrow$ ”、“ $\Leftarrow$ ”等.
2. 能准确判断两个命题的充要关系.

精选例题

例1 判断下列各题中, p 是 q 的什么条件?

- (1) $p: x-2=0, q: (x-2)(x-3)=0$;
- (2) p : 四边形四边相等, q : 四边形是正方形;
- (3) $p: a>b, q: a^2>b^2$.

解析 本题主要训练判断命题 “ $p \Rightarrow q$ ”、“ $q \Rightarrow p$ ”的真假, 掌握判断充分条件、必要条件、充要条件的方法, 加深对充分条件、必要条件、充要条件的理解.

点评: 做此类题, 必须做到以下两步:

- ① 准确无误的判断出谁能推出谁, 这是关键中的关键, 若第一步出现错误, 则第二步就缺少了重要的保障.
- ② 熟练记住充分条件、必要条件、充要条件的定义, 对号入座.

例2 判断下列命题的真假:

- (1) $x^2-9=0$ 是 $x=3$ 的充分条件;
- (2) $x>0$ 是 $x>5$ 的必要条件;
- (3) $a-b=0$ 是 $a^2-b^2=0$ 的充要条件;
- (4) $c=0$ 是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 图象经过原点的充要条件.

解析 本例主要考查命题与充分条件、必要条件、充要条件的关系.

例3 已知 A 是 B 的充分条件, C 是 D 的必要条件, B 是 D 的充分条件, 则 D 是 C 的 充分条件 条件, D 是 A 的 必要条件 条件, A 是 C 的 必要条件 条件.

件.

解析 进一步理解充分条件、必要条件、充要条件的定义, 并借助 “ $\Rightarrow$ ” 与 “ $\Leftarrow$ ” 符号直观地表述命题之间的逻辑关系.

解析: 由题义知: $A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow D$, 故 D 是 C 的 充分条件, D 是 A 的 必要条件, A 是 C 的 必要条件.

课堂作业

1. 设命题 “若 p 则 q ” 是真命题, “若 q 则 p ” 是假命题, 则 p 是 q 的 ()
(A) 充分条件 (B) 必要条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
2. “ $a=0$ 且 $b=0$ ” 是 “ $a^2+b^2=0$ ” 的 ()
(A) 充分而不必要条件
(B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件
(D) 既不充分又不必要条件
3. “ $x=1$ ” 是 “ $x^2=1$ ” 的 ()
(A) 充分而不必要条件
(B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件
(D) 既不充分又不必要条件
4. “ $ab=0$ ” 的充要条件是 ()
(A) $a=0$ (B) $b=0$
(C) $a=0$ 且 $b=0$ (D) $a=0$ 或 $b=0$
5. “ $ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$ 有实根” 是 “ $ac<0$ ” 的 必要 条件.

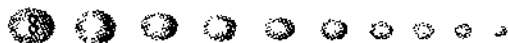
巩固训练

1. $|x|=|y|$ 是 $x=y$ 的 ()
(A) 充分且不必要条件
(B) 必要且不充分条件
(C) 充分且必要条件
(D) 既不充分也不必要条件
2. $\angle A=30^\circ$ 是 $\sin A=\frac{1}{2}$ 的 ()
(A) 充分而不必要条件
(B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件
(D) 既不充分又不必要条件

3. $a>0, b>0$ 是 $ab>0$ 的()
- (A)充分而不必要条件
(B)必要而不充分条件
(C)充要条件
(D)既不是充分条件也不是必要条件
4. " $x+1=0$ "是" $x^2-2x-3=0$ "的()
- (A)充分且不必要条件
(B)必要且不充分条件
(C)充分且必要条件
(D)既不充分也不必要条件
5. " $b^2=ac$ "是" a, b, c 成等比数列"的()
- (A)充分且不必要条件
(B)必要且不充分条件
(C)充分且必要条件
(D)既不充分也不必要条件

名师点评

借助" $\Rightarrow$ "与" $\Leftrightarrow$ "符号能够直观地表述命题之间的逻辑关系.



完全攻略



考点分析

集合与逻辑用语是每年的必考内容, 考点大约有以下几点:

1. 集合: 以集合的基本概念为基本的考查点, 主要考查:

(1) 能够正确判断元素与集合、集合与集合的关系, 熟练运用符号“ $\in$ ”、“ $\notin$ ”与“ $\subseteq$ ”、“ $\supseteq$ ”、“ $\subsetneq$ ”、“ $\supsetneq$ ”、“ $=$ ”解决有关问题.

(2) 会求给定集合的子集、真子集以及子集、真子集的个数.

(3) 理解符号“ $\cap$ ”、“ $\cup$ ”、“ $\complement A$ ”的含义, 会求给定集合的交集、并集、补集.

(4) 会用集合及集合的运算符号表示有关的阴影部分, 利用韦氏图或数轴进行集合的运算.

2. 逻辑用语: 以命题的定义、联结词的真值表为基本的考查点, 主要考查:

(1) 命题及命题真假的判断;

(2) 用联结词联结的两个命题所构成的新命题真假的判断;

(3) 会写有关命题的非.

3. 充要条件: 以充分不必要条件、必要不充分条件、充要条件的判断为基本的考查点, 主要考查:

(1) 准确判断给定的两个命题之间的逻辑关系, 即一个命题是另一个命题的什么条件.

(2) 理解“ $\Rightarrow$ ”、“ $\Leftrightarrow$ ”的含义, 正确运用该符号解决有关问题.

其中, 历年的高考热点为:

考试热点之一是集合, 主要考查以下两个方面:

(1) 两组符号的综合应用: 区别使用符号“ $\in$ ”、“ $\notin$ ”与“ $\subseteq$ ”、“ $\supseteq$ ”、“ $\subsetneq$ ”、“ $\supsetneq$ ”.

(2) 集合的运算: 求给定集合的交集、并集、补集. 通常二者取一, 题型为选择题, 题目简单, 变化不大.

考试热点之二是逻辑用语, 主要考查两个方面:

(1) 用逻辑联结词联结而成的复合命题的真假判断;

(2) 充分条件、必要条件的判定.

考题回放

1. 集合有关的概念

(1)【99年第1题】下列各关系表达正确的是()

(A) $3 \in \{0, 1, 2\}$

(B) $2 \subseteq \{0, 1, 2\}$

(C) $\emptyset \in \{0, 1, 2\}$

(D) $\emptyset \subseteq \{0, 1, 2\}$

解析: 该题考查的是元素与集合、集合与集合之间的关系, 正确理解符号的意义是解题的关键.

(2)【99年第2题】若 $M = \{x | \begin{cases} x+1 > 0 \\ x-4 < 0 \end{cases}\}$, $N = \{x | x^2 - 3x - 4 > 0\}$, 则下列各关系式正确的是()

(A) $M = N$

(B) $M \subseteq N$

(C) $M \cap N = \emptyset$

(D) $M \cup N = \mathbb{R}$

解析: 该题考查集合之间的关系和集合的运算, 并综合了一元一次不等式组 and 一元二次不等式的有关知识.

将集合化简得 $M = \underline{\hspace{2cm}}$, $N = \underline{\hspace{2cm}}$.

点评: 在解答该题时首先应当注意不等式组的解集是构成不等式组的两个不等式的解集的交集, 另外在解题过程中还要注意数轴的应用.

(3)【03年第19题】集合 $S = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 的所有子集的个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用数字作答).

点评: 如果一个集合中有 n 个元素, 则该集合的子集个数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

2. 集合的运算

(1)【00年第1题】设全集 $I = \{0, 1, 2\}$, 集合 $M = \{1, 2\}$, $N = \{0\}$, 则 $\complement_I(M \cap N)$ 是()

(A) $\emptyset$

(B) M

(C) N

(D) I

(2)【01年第1题】设集合 $M = \{1\}$, 集合 $N = \{1, 2\}$, 集合 $P = \{1, 2, 3\}$, 则 $(M \cup N) \cap P$ 是()

(A) $\{1, 2, 3\}$

(B) $\{1, 2\}$

(C) $\{1\}$

(D) $\{3\}$

(3)【02年第1题】已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B = ()$

(A) $\{1, 3, 4\}$

(B) $\{3, 4\}$

(C) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

(D) $\{2, 3, 4, 5\}$

(4)【03年第1题】如果集合 $M = \{0, 1\}$, $N = \{1, 2, 5\}$, 则 $M \cup N = ()$

(A) $\{0, 2, 5\}$

(B) $\{0, 1, 2, 5\}$

(C) $\{1\}$

(D) $\{1, 2, 5\}$

(5)【04年第1题】设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 4\}$, 则 $\complement_I A$ 是()

(A) $\{1, 4\}$

(B) $\{2, 3, 5\}$

(C) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

(D) $\emptyset$

(6)【05年第1题】已知集合 $A = \{a, b, c\}$, 集合 $B = \{a, c, d\}$, 则集合 $A \cap B$ 等于()

(A) $\{a, b, c, d\}$

(B) $\{a, c\}$

(C) $\{a\}$

(D) $\emptyset$

(7)[06年第1题]若全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$, 集合 $M=\{2,3\}$, 集合 $N=\{3,4\}$, 则集合 $C_U(M \cup N)$ 等于()

- (A) $\{1,3\}$ (B) $\{1,5\}$ (C) $\{3,5\}$ (D) $\{4,5\}$

点评:以上试题都出自集合的运算,并且题目较简单,其中有点难度的是补、交以及交、并的混合运算.

3. 命题真假的判定

(1)[03年第2题]如果命题 p 是假命题,命题 q 是真命题,则下列命题为真命题的是()

- (A) $\neg q$ (B) $p \wedge q$ (C) $p \vee q$ (D) $p \wedge \neg q$

(2)[05年第2题]设命题 $p:\pi$ 是有理数,命题 $q:3>2$. 则下列命题为真命题的是()

- (A) $\neg q$ (B) $p \wedge q$ (C) $p \vee q$ (D) $\neg p \wedge \neg q$

点评:此题型主要考查命题的真值表,如果对真值表掌握的好,很容易选出答案.

4. 充分、必要、充要条件的判断

(1)[99年第4题]若命题甲: $a=b$,命题乙: $|a|=|b|$,那么()

- (A)甲是乙的必要条件
(B)甲是乙的充分条件
(C)甲是乙的充要条件
(D)甲是乙既不充分也不必要条件

(2)[00年第3题]若命题甲: $a>0$,命题乙: $a^2>0$,则()

- (A)命题甲是乙的充要条件
(B)命题甲是乙的充分条件
(C)命题甲是乙的必要条件
(D)命题甲既不是乙的充分也不是必要条件

(3)[01年第2题]设 a, b 是实数,则 $a^2+b^2 \neq 0$ 的充要条件是()

- (A) $a \neq 0$ (B) $b \neq 0$
(C) $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ (D) $a \neq 0$ 或 $b \neq 0$

解析:此题有一定难度,需要考生更好地理解充分条件、必要条件和充要条件.

(4)[02年第2题]设命题甲: $a=0$,命题乙: $ab=0$,则()

- (A)甲是乙的充要条件
(B)甲是乙的必要条件
(C)甲是乙的充分条件
(D)甲既不是乙的充分也不是乙的必要条件

(5)[04年第2题]设 $a, b, c \in \mathbb{R}$, 则 $ac^2 > bc^2$ 是 $a > b$ 的()

- (A)充分条件但非必要条件
(B)必要条件但非充分条件

(C)充要条件

(D)既不充分也不必要条件

(6)[06年第4题] $x>5$ 是 $x>3$ 的()

- (A)充分不必要条件 (B)必要不充分条件
(C)充要条件 (D)既不充分也不必要条件

考漏补缺

1. 集合的概念及运算

例1 满足条件 $M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$ 的集合 M 的个数是()

- (A)4 (B)3 (C)2 (D)1

解析: $M = \{2, 3\}$ 或 $M = \{2\}$ 或 $M = \{3\}$ 或 $M = \emptyset$.

点评:此题集合 M 必为集合 $\{1, 2, 3\}$ 的子集,且必含有元素 $2, 3$.

例2 如图1-1, 已知集合 A, B 都是全集 U 的子集, 则图中阴影部分可表示为()

- (A) $C_U A \cup B$
(B) $C_U A \cap B$
(C) $C_U (A \cap B)$
(D) $A \cup C_U B$

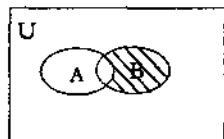


图 1-1

解析:因为阴影部分是 B 的一部分并且不在 A 中.

例3 若集合 $A = \{(x, y) | x+y=2\}$, $B = \{(x, y) | x-y=-4\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A) $\{-1, 3\}$ (B) $\{(-1, 3)\}$ (C) $\{1, 3\}$ (D) $\{(1, 3)\}$

解析:由方程组 $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=-4 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$.

故 $A \cap B = \{(-1, 3)\}$.

点评:在解答此题时要注意集合中代表元素的意义,即 A, B 分别是两个由平面上的点构成的集合,而不是数集.

2. 数理逻辑用语

例4 符号“ $\Rightarrow, \Leftrightarrow$ ”的应用

已知 p 是 q 的充分条件, s 是 r 的必要条件, p 是 s 的充要条件, 则 r 是 q 的()

- (A)充分条件但非必要条件
(B)必要条件但非充分条件
(C)充要条件
(D)既不充分也不必要条件

点评:此题如果不借助“ $\Rightarrow, \Leftrightarrow$ ”的直观性,可能引起思维的混乱,但是如果充分利用符号“ $\Rightarrow, \Leftrightarrow$ ”,很容易求解.

例5 写出下列命题的非

- (1) p : A 中的队员至少有一个是北京人;
(2) q : 明天刮风且下雨;



(3) r : 对任意实数 x , 都有 $x^2 > 0$.

点评: 对于命题的非, 更重要的是应用于概率部分的对立事件, 如果这一知识点掌握得好, 会对以后求对立事件的概率有很大帮助.

仿真模拟

一、选择题

1. 设 $M=\{a\}$, 则下列写法正确的是()
 (A) $a=M$ (B) $a \in M$ (C) $\in M$ (D) $a \subseteq M$
2. 设 $M=\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}$, $N=\{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x} < 1\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 (A) $\{1\}$ (B) $\{0\}$ (C) $\emptyset$ (D) $\{1, 0\}$
3. 若集合 $A=\{x \mid x^2 \leq 1\}$, $B=\{x \mid |x| \leq 1\}$, 则 A 与 B 的关系是()
 (A) $A \subset B$ (B) $A \subsetneq B$ (C) $A=B$ (D) $B \subsetneq A$
4. 如图 1-2, I 是全集, M, P, S 是 I 的三个子集, 则阴影部分所表示的集合是()
 (A) $(M \cap P) \cap S$
 (B) $(M \cap P) \cup S$
 (C) $(M \cap P) \cap C_S$
 (D) $(M \cap P) \cup C_P S$
5. 设全集 $U=\mathbb{R}$, $M=\{x \mid x \leq -1\}$, $N=\{x \mid x \leq 10\}$, 则 $C_U M \cup C_U N =$ ()
 (A) $\{x \mid x > -1\}$ (B) $\{x \mid x > -10\}$
 (C) $\emptyset$ (D) $\mathbb{R}$
6. 下列描述正确的是()
 (A) $a > b$ 是 $a^2 > b^2$ 的充分条件
 (B) $x > 3$ 是 $x > 5$ 的充分条件
 (C) x 是有理数是 x 是实数的充要条件
 (D) $a > b$ 是 $a+c > b+c$ 的充要条件
7. 若 p 是 r 的必要条件, s 是 r 的充分条件, 则 s 是 p 的()
 (A) 充分条件
 (B) 必要条件
 (C) 充要条件
 (D) 既不是充分也不是必要条件
8. 设 p 与 q 是两个命题, 若“ p 或 q ”的否是真命题, 则必有()
 (A) p 真 q 真 (B) p 假 q 真
 (C) p 真 q 假 (D) p 假 q 假
9. 下列命题中是真命题的是()
 (A) 20 能被 5 整除且能被 3 整除
 (B) 20 能被 5 整除或能被 3 整除
 (C) 20 不能被 5 整除且不能被 3 整除

(D) 20 不能被 5 整除或能被 3 整除

10. 若 A, B 是两个非空集合, “对于任意的 $x \in A$, 都有 $x \in B$ ”是“集合 A 是集合 B 的真子集”的()

- (A) 甲是乙的充要条件
 (B) 甲是乙的必要条件
 (C) 甲是乙的充分条件
 (D) 甲既不是乙的充分也不是乙的必要条件

二、填空题

11. 已知 $A = \{\text{矩形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

12. $x=2$ 是 $x^2=4$ 的 _____ 条件.

三、解答题

13. 已知 $A=\{x \mid x^2 - px + 15 = 0\}$, $B=\{x \mid x^2 + qx + r = 0\}$, 且 $A \cap B = \{3\}$, $A \cup B = \{2, 3, 5\}$, 求常数 p, q, r 的值.

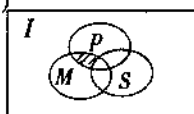


图 1-2