

2007年全国各类成人高考

高中起点升本、专科

数学应试模拟

(文史财经类)

付以伟 主编

2007年全国各类成人高考

高中起点升本、专科

数学应试模拟

(文史财经类)

主编 付以伟

参编 王玲华 肖瑜 刘涤非
李雪竹 田颖 石晓兵



高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学应试模拟. 文史财经类/付以伟主编. —北京:
高等教育出版社, 2007. 3

2007 年全国各类成人高考. 高中起点升本、专科

ISBN 978 - 7 - 04 - 021339 - 3

I. 数... II. 付... III. 数学 - 成人教育: 高等
教育 - 入学考试 - 习题 IV. G723. 46

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 030790 号

策划编辑 李 宁 责任编辑 雷旭波 封面设计 张志奇
责任校对 朱惠芳 责任印制 尤 静

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010 - 58581000		http://www.hep.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landrace.com
印 刷	北京铭成印刷有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787 × 1092 1/8	版 次	2007 年 3 月第 1 版
印 张	10.25	印 次	2007 年 3 月第 1 次印刷
字 数	250 000	定 价	17.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究
物料号 21339 - 00

出版前言

目 录

为了帮助广大考生复习备考,我们根据教育部2007年颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲(高中起点升本、专科)》所规定的考试内容及要求,组织作者对这套与《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲(高中起点升本、专科)》(第12版)《配套使用的模拟试卷进行了适当的修改和完善。

本书具有以下几个特点:

1. 全面覆盖复习考试大纲的知识点,严格按照大纲所规定的题型、内容和难易比例编制。
2. 在每套模拟试卷后,不仅给出了“参考答案”,而且还设有“解题指要”,即扼要指出该题所考查的能力、解题方法及考生解题时应注意的问题等,这对考生通过做题举一反三、融会贯通地掌握所学知识,将起到良好的作用。
3. 本套书的作者均为长期从事成人高考命题研究的专家、学者及一线辅导教师,他们熟谙成人高考命题的思路、原则和方法,具有丰富的命题经验。
4. 本套书为全真模拟试卷,便于考生在复习备考的强化冲刺阶段进行实战演练。

在此提请广大考生注意:应在全面、系统复习的基础上做模拟试题,切忌边做题边翻看后面的答案及解析内容;应严格按照考试大纲所规定的考试时间做题,做完试卷后再对照答案给自己评分。

预祝广大考生获得圆满成功!

高等教育出版社

2007年3月

数学(文史财经类)模拟试卷(一)	1
数学(文史财经类)模拟试卷(一)参考答案及解题指要	3
数学(文史财经类)模拟试卷(二)	9
数学(文史财经类)模拟试卷(二)参考答案及解题指要	11
数学(文史财经类)模拟试卷(三)	17
数学(文史财经类)模拟试卷(三)参考答案及解题指要	19
数学(文史财经类)模拟试卷(四)	23
数学(文史财经类)模拟试卷(四)参考答案及解题指要	25
数学(文史财经类)模拟试卷(五)	31
数学(文史财经类)模拟试卷(五)参考答案及解题指要	33
数学(文史财经类)模拟试卷(六)	39
数学(文史财经类)模拟试卷(六)参考答案及解题指要	41
数学(文史财经类)模拟试卷(七)	47
数学(文史财经类)模拟试卷(七)参考答案及解题指要	49
数学(文史财经类)模拟试卷(八)	55
数学(文史财经类)模拟试卷(八)参考答案及解题指要	57
数学(文史财经类)模拟试卷(九)	63
数学(文史财经类)模拟试卷(九)参考答案及解题指要	65
数学(文史财经类)模拟试卷(十)	71
数学(文史财经类)模拟试卷(十)参考答案及解题指要	73

数学(文史财经类)模拟试卷(一)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 85 分)

注意事项:

1. 答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目用铅笔涂写在答题卡上.
2. 每小题选出答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案,不能答在试题卷上.
3. 考试结束,监考人将本试卷和答题卡一并收回.
4. 在本试卷中, $\tan \alpha$ 表示角 α 的正切, $\cot \alpha$ 表示角 α 的余切.

一、选择题:本大题共 17 小题;每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- (1) 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则甲:“ $x > y$ ”是乙:“ $x^2 > y^2$ ”的
 - (A) 充分不必要条件
 - (B) 必要不充分条件
 - (C) 充分必要条件
 - (D) 既不充分也不必要条件
- (2) 设集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 < 0\}$, $B = \{x \mid |x - 2| > 2\}$, 则 $A \cap B =$
 - (A) $\{x \mid -1 < x < 0\}$
 - (B) $\{x \mid 0 < x < 3\}$
 - (C) $\{x \mid -3 < x < 0\}$
 - (D) $\{x \mid 0 < x < 1\}$
- (3) 下列给出的各函数中,为增函数的是
 - (A) $y = \sin x, x \in (0, \pi)$
 - (B) $y = -\cos x, x \in (0, \pi)$
 - (C) $y = \tan x, x \in (0, \pi)$
 - (D) $y = \cos x, x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$
- (4) 已知圆: $x^2 + y^2 = 5$ 与直线: $x - 2y + m = 0$ 相切,则实数 m 的值为
 - (A) 5
 - (B) -5
 - (C) ± 5
 - (D) $\pm 5\sqrt{5}$
- (5) 如图 1-1, 已知 A, B 是抛物线 $y^2 = \frac{1}{2}x$ 上的两点, A 点的纵坐标为 2, 且 OA 和 OB 垂直, 则直线 OB 的方程是
 - (A) $x + 2y = 0$
 - (B) $x + 4y = 0$
 - (C) $2x + y = 0$
 - (D) $4x + y = 0$
- (6) 已知函数 $f(x) = \log_3(x+1) + \log_3(5-x)$, 则 $f(x)$ 的
 - (A) 最大值为 3
 - (B) 最大值为 9
 - (C) 最大值为 2
 - (D) 最小值为 2

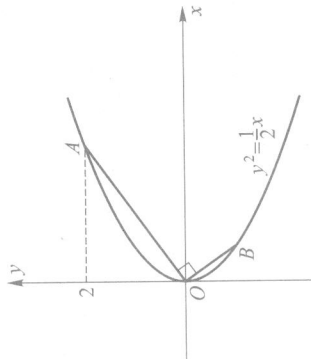


图 1-1

(7) 已知 $a = (1, -2)$, $b = (5, 8)$, $c = (2, 3)$, 则 $a \cdot (b \cdot c)$ 等于

- (A) (10, -48)
- (B) -38
- (C) (34, -68)
- (D) (-68, 34)

(8) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的两个焦点分别为 $F_1(-5, 0)$, $F_2(5, 0)$, 且其实轴长为 8, 则它的离心率是

- (A) $\frac{5}{8}$
- (B) $\frac{8}{5}$
- (C) $\frac{5}{4}$
- (D) $\frac{4}{5}$

(9) 函数 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x$ 在 $x = -1$ 处的切线方程为

- (A) $3x - y + 4 = 0$
- (B) $3x + y + 10 = 0$
- (C) $x + y + 2 = 0$
- (D) $3x - y + 2 = 0$

(10) 1 位老师与 6 位学生站在一起拍照, 要求老师站在中间, 并且有两位同学要求与老师站在一起, 则不同的站法种数为

- (A) $A_5^5 \cdot A_3^3$
- (B) $A_4^4 \cdot A_3^3$
- (C) $A_4^4 \cdot A_2^2$
- (D) A_4^4

(11) 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_4 a_7 = -512$, $a_3 + a_8 = 124$, 且其公比是整数, 则 a_{10} 的值是

- (A) 256
- (B) -256
- (C) 512
- (D) -512

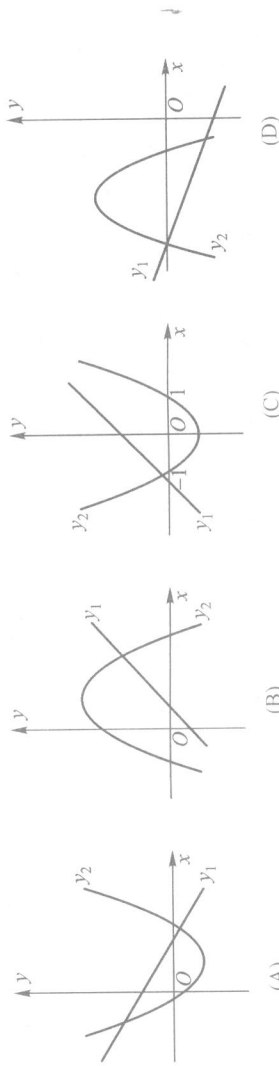
(12) 已知 $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ 且 $\cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{1}{5}$, 则 $\tan \alpha =$

- (A) $-\frac{4}{3}$
- (B) $-\frac{3}{4}$
- (C) $\pm \frac{4}{3}$
- (D) $\pm \frac{3}{4}$

(13) 我们把 3 枚硬币掷到地上, 其中至少有 1 枚是国徽朝上的概率为

- (A) $\frac{1}{8}$
- (B) $\frac{1}{4}$
- (C) $\frac{3}{4}$
- (D) $\frac{7}{8}$

(14) 下面给出两个函数: $y_1 = ax + b$ 和 $y_2 = ax^2 + bx + c$ (其中 $a \neq 0$), 它们的图像只可能是



(15) 已知函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 则下列命题中正确的是

(A) 它是奇函数

(B) 它的图像是由 $y = \sin 2x$ 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 得到的

(C) 它的图像关于直线 $x = -\frac{5}{12}\pi$ 成轴对称图形

(D) 它的单调增区间是 $[-\frac{5}{12}\pi, \frac{\pi}{12}]$

(16) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\cos A = -\frac{1}{2}$, 则角 $A =$

(A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°

(17) 已知圆 $x^2 + y^2 - 6x + Dy + 16 = 0$ 的圆心到原点的距离为 5, 则 D 的值为

(A) -8 (B) 8 (C) ± 8 (D) 3

第 II 卷 (非选择题 共 65 分)

注意事项:

1. 用钢笔或圆珠笔直接答在试卷中.
2. 答卷前将密封线内的项目填写清楚.

题号	二	三			总分
分数		22	23	24	25

得分	评卷人
----	-----

二、填空题: 本大题共 4 小题; 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上.

(18) 函数 $f(x) = x^2 - 4x - 1$ 在区间 $[-1, 4]$ 上的最大值为 _____, 最小值为 _____.

(19) $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边. 如果 $a^2 - b^2 - c^2 = bc$, 则角 $A =$ _____.

(20) 已知向量 $\mathbf{a} = (m, -2)$, 向量 $\mathbf{b} = (m+1, 2-m)$. 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $m =$ _____.

(21) 在对某种零件的直径检测时, 抽取了 10 个样品, 测得结果如下: 0.80, 0.79, 0.81, 0.81, 0.81, 0.80, 0.79, 0.82, 0.80, 0.81 (单位为 mm). 这次检测样本的平均数为 _____, 样本方差为 _____.

三、解答题: 本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤.

得分	评卷人
----	-----

(22) (本小题满分 12 分)

已知二次函数图像的顶点坐标为 $(2, -3)$, 且图像过点 $(0, 1)$.

(I) 求二次函数的解析式;

(II) 求该函数图像与直线 $y = x + 1$ 的交点坐标.

得分	评卷人
----	-----

(23) (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项为 $a, 6, 5a$. 求:

(I) 首项 a_1 和公差 d ;

(II) 第 10 项到第 20 项之和 $a_{10} + a_{11} + \cdots + a_{20}$.

得分	评卷人
----	-----

(24) (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 已知角 $A:B:C = 3:4:5$, $CD \perp AB$ 于 D , $AC = 10\sqrt{2}$.

(I) 求角 A, B, C 的大小;

(II) 求 CD 的长;

(III) 求 BC 的长.

得分	评卷人
----	-----

(25) (本小题满分 13 分)

已知 A 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上的一点, F 是它的焦点, O 为坐标原点. 联结并延长 AF 与抛物线交于 B , 联结并延长 AO 与抛物线的准线相交于 C .

(I) 求证 $BC \parallel x$ 轴;

(II) 若 A 的纵坐标为 4, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

一、选择题

(1) 【参考答案】 (D)

解 由“ $x > y$ ”不能推出“ $x^2 > y^2$ ”. 例如 $-2 > -3$, 但是 $(-2)^2 = 4$, $(-3)^2 = 9$, 所以 $(-2)^2 < (-3)^2$, 则甲不是乙的充分条件.

反之, 由“ $x^2 > y^2$ ”也不能推出“ $x > y$ ”. 例如 $(-4)^2 > 3^2$, 但是 $-4 < 3$, 说明甲不是乙的必要条件. 综上, 甲既不是乙的充分条件, 也不是乙的必要条件. 故选择(D).

【解题指要】 本题考查的知识点是对充分条件、必要条件和充分必要条件的理解及判断方法, 也涉及对不等式基本性质的了解.

判断甲是乙的什么条件时, 可先考察“甲 $\Rightarrow$ 乙”是否成立. 若成立, 则甲是乙的充分条件; 若不成立, 则甲不是乙的充分条件. 然后考察“乙 $\Rightarrow$ 甲”是否成立. 若成立, 则甲是乙的必要条件; 若不成立, 则甲不是乙的必要条件. 若甲既是乙的充分条件, 又是乙的必要条件, 则说甲是乙的充分必要条件; 若甲既不是乙的充分条件, 也不是乙的必要条件, 则说甲是乙的既不充分也不必要条件.

说“甲 $\Rightarrow$ 乙”成立时, 应以定理、性质为依据, 或通过计算来说明; 而说“甲 $\Rightarrow$ 乙”不成立时, 只需举出一个反例即可.

(2) 【参考答案】 (A)

解 解不等式如下:

$$x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3,$$

$$|x-2| > 2 \Rightarrow x-2 < -2 \text{ 或 } x-2 > 2 \Rightarrow x < 0 \text{ 或 } x > 4,$$

由此得出 $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$, $B = \{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$.

把它们分别表示在数轴上, 即可求得结果:

$$A \cap B = \{x \mid -1 < x < 0\}.$$

【解题指要】 本题考查的知识点有一元二次不等式的解法, 绝对值不等式的解法以及它们的解集在数轴上的表示, 还考查对两个集合交集的理解及求法.

(3) 【参考答案】 (B)

解 结合这几个函数的图像, 很容易可得出:

$$y = \sin x, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \text{ 时递增, } x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \text{ 时递减. 所以(A)错.}$$

$$y = \cos x, x \in (0, \pi) \text{ 时递减, 则 } y = -\cos x, x \in (0, \pi) \text{ 为增函数.}$$

故选择(B).

【解题指要】 本题主要考查最基本的三角函数在某区间上的单调性的知识. 解题的最好方法是结合它们的图像(简图)进行直观判断.(图像这里从略.)

(4) 【参考答案】 (C)

解法1 圆 $x^2 + y^2 = 5$ 的圆心为原点 $(0, 0)$, 半径为 $\sqrt{5}$. 由于 $x - 2y + m = 0$ 是圆的切线, 所以圆心

到该直线的距离应等于圆的半径, 因此有:

$$\frac{|0 - 2 \cdot 0 + m|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5},$$

解得 $|m| = 5$, 即 $m = \pm 5$.

解法2 由 $x - 2y + m = 0$ 得 $x = -m + 2y$.

代入圆的方程, 得

$$(-m + 2y)^2 + y^2 = 5,$$

整理得

$$5y^2 - 4my + m^2 - 5 = 0,$$

则

$$\Delta = 16m^2 - 4 \times 5(m^2 - 5) = 0,$$

即

$$-4m^2 = -100,$$

$$m^2 = 25,$$

所以

$$m = \pm 5.$$

【解题指要】 本题主要考查由方程所确定的圆的圆心坐标和半径的大小、直线与圆相切的条件等知识, 也考查对点到直线的距离公式的掌握.

圆的切线还可以理解为与圆只有一个公共点的直线, 于是可以通过方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x - 2y + m = 0, \end{cases}$ 将其消元后化为一元二次方程, 当该方程有两个相等的实数解时, 直线与圆一定相切. 如解法2.

(5) 【参考答案】 (D)

解 由已知条件, A 点在抛物线上. 设其坐标为 $(x_0, 2)$, 则 $2^2 = \frac{1}{2} \cdot x_0$, 所以 $x_0 = 8$, 即 A 的坐标

为 $(8, 2)$, 则直线 OA 的斜率 $k_{OA} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$. 因为 $OA \perp OB$, 所以直线 OB 的斜率 $k_{OB} = -4$, 又 OB 过原

点 O, 所以 OB 的方程为 $y = -4x$, 即 $4x + y = 0$.

故应选择(D).

【解题指要】 本题主要考查点在曲线上的充要条件是点的坐标满足曲线方程的知识, 还考查两条直线互相垂直的条件及其应用.

(6) 【参考答案】 (C)

$$\text{解 } f(x) = \log_3 [(x+1)(5-x)] = \log_3 (-x^2 + 4x + 5)$$

$$= \log_3 [- (x-2)^2 + 9].$$

因为

$$\begin{cases} x+1 > 0, \\ 5-x > 0 \end{cases} \Rightarrow -1 < x < 5,$$

所以当 $x = 2$ 时, $-(x-2)^2 + 9$ 取得最大值 9, 则 $f(x)$ 的最大值为 $\log_3 9 = 2$.

故选(C).

【解题指要】 本题主要考查对数函数的定义域、对数运算法则以及二次函数的最大值的求法等知识.

在解中配方法是常用的方法,一般遇到二次式时经常用到. $-(x-2)^2$ 能否等于零是关键,本题中,由于2在其定义域 $\{x|-1 < x < 5\}$ 中,所以 $x-2$ 可取零值.
故 $f(x)$ 的最大值为 $\log_3 9 = 2$.

(7) 【参考答案】 (C)

解 因为 $b = (5, 8), c = (2, 3)$,所以 $b \cdot c = 2 \times 5 + 3 \times 8 = 34$,

所以 $a \cdot (b \cdot c) = 34a = (34, -68)$. 故选(C).

【解题指要】 本题主要考查对平面向量的数量积及其坐标运算的掌握.

首先应明确,平面向量的数量积的结果是一个实数,其值为两个向量的横坐标之积与纵坐标之积的和,因此 $a \cdot (b \cdot c)$ 就是 a 与实数 $(b \cdot c)$ 的乘积.实数与向量相乘的结果仍是向量,其坐标就是用这个实数分别乘 a 的坐标所得结果,即若 $\lambda \in \mathbf{R}, a = (x, y)$,则 $\lambda a = a \cdot \lambda = (\lambda x, \lambda y)$.

值得注意的是,一般地, $a \cdot (b \cdot c) \neq (a \cdot b) \cdot c$.

(8) 【参考答案】 (C)

解 因为 $2a = 8, 2c = 10$,所以 $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4}$.

故选择(C).

【解题指要】 本题主要考查双曲线的几何性质:双曲线的离心率为 $e = \frac{c}{a}$,还考查实轴的概念.

在圆锥曲线中,椭圆的离心率是大于0而小于1的,双曲线的离心率大于1,抛物线的离心率等于1.这也是鉴别其结果是否正确的一个依据.因此在选项中首先应该排除的是(A)和(D).

(9) 【参考答案】 (A)

解 根据已知条件,先求函数的导数: $f'(x) = 3x^2 - 4x - 4$. 令 $x = -1$,得 $f'(-1) = 3(-1)^2 - 4(-1) - 4 = 3$,此即切线的斜率.再求出当 $x = -1$ 时的函数值 $f(-1) = (-1)^3 - 2(-1)^2 - 4(-1) = 1$,说明切点为 $(-1, 1)$. 所以切线方程为 $y - 1 = 3(x + 1)$,即为 $3x - y + 4 = 0$.

【解题指要】 本题主要考查函数在某一点处的导数的几何意义(即曲线在该点的切线的斜率)及直线方程的有关知识.

(10) 【参考答案】 (C)

解 因为老师站在中间,所以6位同学在老师两边各站3人.又由于其中有两位同学要与老师站在一起,那么这两位同学必须站在老师两侧.因此排列时可以先按照下面的顺序进行:首先把他们2人进行全排列(即站在老师左边或右边),有 A_2^2 种方法,再让其余4人站在4个位置上(进行全排列),共有 A_4^4 种方法.按分步计数原理可知应选择(C).

【解题指要】 本题主要考查分类计数原理、分步计数原理和排列、组合等基础知识及其简单应用.

解 题中最重要的的是分清排列与组合、分类与分步,对特殊情况应予以特殊考虑.通常是先考虑特殊的情况,再考虑一般的情况.

(11) 【参考答案】 (C)

解 由等比数列的性质可知 $a_4 \cdot a_7 = a_3 \cdot a_8 = -512$,于是有 $\begin{cases} a_3 \cdot a_8 = -512, \\ a_3 + a_8 = 124, \end{cases}$

所以 a_3 和 a_8 一定是一元二次方程 $x^2 - 124x - 512 = 0$ 的两个根.

因为 $x^2 - 124x - 512 = (x - 128)(x + 4)$,
解得 $x = 128$ 或 $x = -4$,

即 $\begin{cases} a_3 = 128, \\ a_8 = -4 \end{cases}$, 或 $\begin{cases} a_3 = -4, \\ a_8 = 128. \end{cases}$

由 $\begin{cases} a_3 = 128, \\ a_8 = -4 \end{cases}$, 由于 $a_8 = a_3 \cdot q^5$,即 $-4 = 128 \cdot q^5$,可得 $q = -\frac{1}{2}$ (舍).

由 $\begin{cases} a_3 = -4, \\ a_8 = 128 \end{cases}$, 可得 $q = -2$. 所以 $a_{10} = a_8 \cdot q^2 = 128 \cdot (-2)^2 = 512$. 故选(C).

【解题指要】 本题主要考查等比数列的基础知识,尤其是等比数列的性质.解中不必求出 a_1 ,只要掌握等比数列的定义,即可由 a_8 和 q 求得 a_{10} .

(12) 【参考答案】 (B)

解法1 如果 $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$,那么 $0 < \sin \alpha \leq 1, 0 \leq \cos \alpha < 1$,从而 $0 < \cos \alpha + \sin \alpha < 2$,与已知不符,所以 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$,因此

$$\tan \alpha < 0, \sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0.$$

又因为 $\cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{1}{5}$,

所以 $|\cos \alpha| > |\sin \alpha|$,即 $\left| \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right| < 1$,即 $|\tan \alpha| < 1$.

故只能选择(B).

解法2 因为

$$\cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{1}{5},$$

所以 $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 = \frac{1}{25}$,

即 $1 + 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{25}$,也即 $2\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{24}{25}$,

所以 $1 - 2\sin \alpha \cos \alpha = 1 + \frac{24}{25} = \frac{49}{25}$,

所以 $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \frac{49}{25}$,

则 $\sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{7}{5}$.

又因为 $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{1}{5}$,

所以 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ (否则 $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ 时, $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$,则 $\sin \alpha + \cos \alpha > 0$),
所以 $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$,

则 $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{7}{5}$. ②

由①②,得 $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

所以

$$\tan \alpha = -\frac{3}{4}.$$

【解题指要】 本题主要考查对同角三角函数关系式以及在各象限内三角函数值的符号的掌握情况.

两种解法相比较,当然解法 1 要简捷得多,计算量很小,其解法的关键在于由已知条件判断出 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 且 $|\sin \alpha| < |\cos \alpha|$, 其根据是异号两数 ($\sin \alpha$ 和 $\cos \alpha$) 相加时,其结果的符号应为绝对值较大者的符号.

解法 2 中可以看到,判断 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 也是关键,否则将会得出 $\tan \alpha = \pm \frac{3}{4}$.

(13) **【参考答案】** (D)

解法 1 本题可视为等可能事件的概率问题,即将 3 枚硬币掷到地上,总共可能出现 8 种结果 (每一枚硬币有且只有两个结果). 如果只有 1 枚是国徽朝上的,结果有 C_3^1 种,那么其概率为 $\frac{3}{8}$; 如果有 2 枚国徽朝上的,结果有 C_3^2 种,那么其概率为 $\frac{3}{8}$; 如果 3 枚国徽都朝上,共有 C_3^3 种,那么其概率为 $\frac{1}{8}$. 所谓至少有 1 枚国徽朝上,包含着上述三类之总和,故其概率为

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}.$$

解法 2 也可利用互斥事件的概率来计算. 即至少有 1 枚国徽朝上的对立事件为国徽均朝下,而投掷 3 枚硬币国徽都朝下的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$. 所以至少有 1 枚硬币国徽朝上的概率为 $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

解法 3 把 3 枚硬币掷到地上的所有结果列出来,“上”表示国徽朝上,“下”表示国徽朝下,则结果为:

上上上,上上下下,上下上,上下下,下上上,下下上,下下下

共 8 种. 观察可知,1 枚“上”的概率为 $\frac{3}{8}$, 2 枚“上”的概率为 $\frac{3}{8}$, 3 枚“上”的概率为 $\frac{1}{8}$, 故至少 1 枚“上”的概率为 $\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

【解题指要】 本题主要考查对随机事件及其概率的理解,并会用相应的公式进行计算.

求解本题,关键在于分析是哪一种类型的概率问题,而后再采取相应的计算方法 (如解法 1 或解法 2). 解法 3 则是用列举法,举出一切可能情况,并从中挑出满足要求的情况,而后得出结果.

(14) **【参考答案】** (D)

解 (A) $y_1 = ax + b$ 中的 $a < 0$, 而 $y_2 = ax^2 + bx + c$ 的图像开口向上, 所以 $a > 0$. 显然矛盾.

(B) $y_1 = ax + b$ 中的 $a > 0$, 而 $y_2 = ax^2 + bx + c$ 中的 $a < 0$, 矛盾.

(C) $y_1 = ax + b$ 中的 $a > 0, b > 0$, 而 $y_2 = ax^2 + bx + c$ 中的 $a > 0$, 但 $b = 0$, 所以也矛盾.

(D) $y_1 = ax + b$ 中的 $a < 0, b < 0, y_2 = ax^2 + bx + c$ 中, 显然 $a < 0$, 又图像顶点在 y 轴左侧, 所以

$-\frac{b}{2a} < 0$. 由于 $a < 0$, 所以 $b < 0$. 可见 y_1 和 y_2 中 a, b 符号一致. 故应选择 (D).

【解题指要】 本题主要考查一次函数 $y = kx + b$ 中 k 和 b 的几何意义及二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的系数对其图像的影响, 尤其是二次函数图像顶点的横坐标与 a, b 的关系, 即顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 由 $-\frac{b}{2a}$ 的符号确定顶点在 y 轴的左、右侧.

(15) **【参考答案】** (C)

解 (A) 显然它不是奇函数, 不能认为有“ $\sin$ ”符号的函数就是奇函数. 故 (A) 错误.

(B) 图像的平移, 是要看函数式中的自变量 x 的变化情况. $\sin(2x + \frac{\pi}{3}) = \sin[2(x + \frac{\pi}{6})]$, 说明 x 的变化是由 x 变为 $x + \frac{\pi}{6}$. 因此 $\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图像是把 $\sin 2x$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$. 一般说来,

$\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像是将 $\sin \omega x$ 的图像沿 x 轴方向平移了 $-\frac{\varphi}{\omega}$ 而得到的. 故 (B) 错误.

(C) 过 $\sin x$ 的每一个最大值点或最小值点 (即使 $\sin x = 1$ 或 -1 的点) 作 x 轴的垂线, 都是其函数图像的对称轴. 把 $x = -\frac{5}{12}\pi$ 代入, $\sin(2x + \frac{\pi}{3}) = \sin[2 \times (-\frac{5}{12}\pi) + \frac{\pi}{3}] = \sin(-\frac{\pi}{2}) = -1$. 故 (C) 正确.

(D) 函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 在区间 $[-\frac{5}{12}\pi, \frac{\pi}{12}]$ 上是单调递增的, 但函数的单调递增区间有无穷多个: $[k\pi - \frac{5}{12}\pi, k\pi + \frac{\pi}{12}]$, 其中 $k \in \mathbf{Z}$. 故 (D) 不正确.

答案应选 (C).

(16) **【参考答案】** (C)

解 因为 $\triangle ABC$ 中 $0^\circ < A < 180^\circ$, 又因为 $\cos A = -\frac{1}{2} < 0$, 所以 A 一定是钝角, 故淘汰 (A) 和

(B). 又因为 $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ 时, $\alpha = 60^\circ$, 所以 $\cos A = \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{1}{2}$, 所以 $A = 120^\circ$. 故选择 (C).

【解题指要】 本题主要考查特殊角的三角函数值、三角函数值的符号及诱导公式等知识.

(17) **【参考答案】** (C)

解 把方程配方得 $(x-3)^2 + (y+\frac{D}{2})^2 = -7 + \frac{D^2}{4}$, 所以圆心为 $(3, -\frac{D}{2})$. 由已知条件可得

$$\sqrt{3^2 + (-\frac{D}{2})^2} = 5, \text{ 即 } 9 + \frac{D^2}{4} = 25, \text{ 所以 } D^2 = 4 \times 16, \text{ 即 } D = \pm 8.$$

故选择 (C).

【解题指要】 本题主要考查两点间的距离公式、由圆的一般方程确定其圆心的坐标的方法以及配方法等知识. 本题也可以不通过配方直接写出圆心坐标 $(3, -\frac{D}{2})$.

二、填空题

(18) 【参考答案】 4, -5

解 $f(x) = (x-2)^2 - 5$, 其中 $x \in [-1, 4]$,
所以 $x=2$ 时, 函数取得最小值 -5.

当 $x=-1$ 时, $f(-1)=4$; 当 $x=4$ 时, $f(4)=-1$. 所以 $x=-1$ 时, 函数取最大值 4.
值得注意的是二次函数不是单调函数, 不能误认为自变量取值越大, 函数值就越大.

【解题指要】 本题主要考查对二次函数在某区间上最大值、最小值的求解以及配方法的掌握情况.

题中 $x \in [-1, 4]$, 对称轴在该区间中, 而其最大值应在区间边界值上去找, 所以计算出 $f(-1)$ 和 $f(4)$ 作比较而得最大值, 从而得到答案.

(19) 【参考答案】 120°

解 由 $a^2 - b^2 - c^2 = bc$ 变形为 $b^2 + c^2 - a^2 = -bc$.

两边同除以 $2bc$, 得

$$\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = -\frac{1}{2},$$

即

$$\cos A = -\frac{1}{2},$$

所以

$$A = 120^\circ.$$

【解题指要】 本题主要考查余弦定理及特殊角三角函数值等知识.

余弦定理有两种形式:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos A \quad \text{用来求边;}$$

$$cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad \text{用来求角.}$$

本题给出边之间的关系, 求角, 因此应想到利用余弦定理的另一种形式, 此即变形的方向.

(20) 【参考答案】 -4 或 1

解 因为

$$a = (m, -2), b = (m+1, 2-m),$$

而 $a \perp b$ 的充要条件是 $a \cdot b = 0$, 所以

$$a \cdot b = m(m+1) + (-2) \cdot (2-m) = 0,$$

$$m^2 + 3m - 4 = 0,$$

解之得 $m = -4$ 或 $m = 1$.

【解题指要】 本题主要考查向量数量积的坐标表示、两向量垂直的条件等知识及解方程的能力.

(21) 【参考答案】 0.801, 0.000 129

解 样本平均数

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(0.80 + 0.79 + \cdots + 0.81) = 0.801.$$

样本方差

$$s^2 = \frac{1}{10}[(\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \cdots + (\bar{x} - x_{10})^2]$$

$$= \frac{1}{10}[(0.80 - 0.80)^2 + (0.80 - 0.79)^2 + \cdots + (0.80 - 0.81)^2] \\ = 0.000\ 129.$$

【解题指要】 本题主要考查对样本平均数、样本方差的概念的理解与应用计算器解题的能力.

三、解答题

(22) 【参考答案】 解 (I) 设二次函数为 $y = a(x-2)^2 - 3$.

由图像过点 $(0, 1)$, 知 $1 = a(0-2)^2 - 3$, 解得 $a = 1$. 所以函数解析式为

$$y = (x-2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1.$$

(II) 将 $y = x + 1$ 代入二次函数的方程, 得

$$x + 1 = x^2 - 4x + 1,$$

即 $x^2 - 5x = 0$, 解得 $x = 5$ 或 0 , 所以交点坐标为 $(5, 6)$ 和 $(0, 1)$.

【解题指要】 本题主要考查二次函数的基础知识及通过解方程组求曲线交点的方法.

已知二次函数图像的顶点 (m, n) , 则其函数式为 $y = a(x-m)^2 + n$. 由此可知其图形的对称轴方程是 $x = m$. 当 $a > 0$ 时, 函数最小值为 n ; $a < 0$ 时, 函数最大值为 n .

二次函数的一般式为 $y = ax^2 + bx + c$. 本题若用一般式, 则解题过程较繁. 因此可根据条件来选择函数式.

(23) 【参考答案】 (I) 解 因为 $a, 6, 5a$ 是等差数列的前 3 项, 所以 $a + 5a = 2 \times 6$. 解之得 $a = 2$, 即 $a_1 = 2$, 则

$$d = 6 - a_1 = 6 - 2 = 4.$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 2 + 9 \times 4 = 38,$$

$$a_{20} = a_1 + 19d = 2 + 19 \times 4 = 78,$$

$$\text{所以} \quad a_{10} + \cdots + a_{20} = \frac{a_{10} + a_{20}}{2} \times 11$$

$$= \frac{38 + 78}{2} \times 11 \\ = 638.$$

解法 2 因为 $a_{10} + \cdots + a_{20} = S_{20} - S_9$, 而

$$S_{20} = 20a_1 + \frac{20 \times 19}{2}d = 20 \times 2 + \frac{20 \times 19}{2} \times 4 = 800,$$

$$S_9 = 9a_1 + \frac{9 \times 8}{2}d = 9 \times 2 + \frac{9 \times 8}{2} \times 4 = 162,$$

所以

$$a_{10} + \cdots + a_{20} = 638.$$

【解题指要】 本题主要考查等差数列的相关知识和解题能力, 要求对公差、通项公式及前 n 项和的公式很好地掌握, 其解法也比较灵活.

第(II)问中解法 1 是把 a_{10} 当作首项, a_{20} 作为末项, 则项数为 11. 解法 2 中是从前 20 项中减去前 9 项的和, 所用的求和公式的两种形式可自由选择.

(24) 【参考答案】 解 (I) 设角 $A = 3x, B = 4x, C = 5x$,

$$\text{则} \quad 3x + 4x + 5x = 180^\circ,$$

解得
所以

$$x = 15^\circ, \\ A = 45^\circ, B = 60^\circ, C = 75^\circ.$$

(II) 如图 1-2, 由 $AC = 10\sqrt{2}, A = 45^\circ, CD \perp AB$ 可知:

$$CD = AC \cdot \sin 45^\circ = 10.$$

(III) 由正弦定理, 知 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$, 即

$$BC = \frac{10\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{20\sqrt{3}}{3}.$$

图 1-2

【解题指要】 本题主要考查直角三角形中的边角关系——锐角三角函数和斜三角形中的边角关系——正弦定理等知识, 考查解题能力.

解题时应画出示意图, 从图中找出对应关系, 以免出现不必要的错误.

(25) 【参考答案】 (I) 证 如图 1-3. 由已知, 焦点 $F(1, 0)$, 准线方程为 $x = -1$.

$$\text{设 } A\left(\frac{y_1^2}{4}, y_1\right), B\left(\frac{y_2^2}{4}, y_2\right), C(-1, y_3).$$

因为 A, F, B 三点共线, 所以

$$k_{AB} = k_{AF},$$

$$\frac{y_1 - y_2}{\frac{y_1^2}{4} - \frac{y_2^2}{4}} = \frac{y_1 - 0}{\frac{y_1^2}{4} - 1},$$

即

$$\frac{1}{y_1 + y_2} = \frac{y_1}{y_1^2 - 4},$$

也即

$$y_1^2 + y_1 y_2 = y_1^2 - 4,$$

所以

$$y_2 = -\frac{4}{y_1}.$$

因为 A, O, C 三点共线, 所以

$$k_{OA} = k_{OC},$$

即

$$\frac{y_1}{\frac{y_1^2}{4}} = \frac{y_3}{-1},$$

所以

$$y_3 = -\frac{4}{y_1} = y_2,$$

即 B 和 C 的纵坐标相同, 所以 $BC \parallel x$ 轴.

(II) 解 若 A 点的坐标为 $(x_1, 4)$, 则 $4^2 = 4x_1$, 解得 $x_1 = 4$, 即 $A(4, 4)$.

由 (I) 知 B, C 的纵坐标为 $-\frac{4}{4} = -1$, 所以

$$B\left(\frac{1}{4}, -1\right), C(-1, -1),$$

$$|BC| = \frac{1}{4} - (-1) = \frac{5}{4},$$

且 BC 边上的高 $= 4 - (-1) = 5$, 所以

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} \times 5 = \frac{25}{8},$$

即所求 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{25}{8}$.

【解题指要】 本题主要考查抛物线的基础知识、三点共线的条件及其应用以及综合解题能力.

解答本题时, 由于要证 $BC \parallel x$ 轴只需说明 B, C 的纵坐标相同即可, 因此设法求出 B, C 的纵坐标 y_2 和 y_3 . 又由于 A, F, B 和 A, O, C 分别共线, 而三点 A, F, B 共线时必有 AB 的斜率与 AF 的斜率相同, 因此可将 y_2 和 y_3 求出, 从而问题可以得到解决.

本题还可利用下面的方法求解.

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则有

$$\begin{cases} y_1^2 = 4x_1, \\ y_2^2 = 4x_2. \end{cases}$$

①-②, 得

$$y_1^2 - y_2^2 = 4(x_1 - x_2),$$

所以 $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{4}{y_1 + y_2}$, 此即直线 AB 的斜率,

所以 AB 的方程为

$$y - y_1 = \frac{4}{y_1 + y_2}(x - x_1).$$

因为点 $F(1, 0)$ 在直线 AB 上, 所以

$$0 - y_1 = \frac{4}{y_1 + y_2}(1 - x_1),$$

即

$$-y_1 = \frac{4}{y_1 + y_2}\left(1 - \frac{y_1^2}{4}\right),$$

则

$$-y_1^2 - y_1 y_2 = 4 - y_1^2,$$

所以

$$y_2 = -\frac{4}{y_1}.$$

以下同参考答案中的解法.

其实这两种方法的本质是一样的.

设 $A\left(\frac{y_1^2}{4}, y_1\right)$, 就是把 $A(x_1, y_1)$ 和 $y_1^2 = 4x_1$ 联合而成. 但在解法中, 设 $A\left(\frac{y_1^2}{4}, y_1\right)$ 可减少一个方程.

若设 A 的横坐标为 x_1 , 则其纵坐标不好表示, 因为表示纵坐标时, 还需要开方, 给解题带来麻烦, 所以通常不这样设.

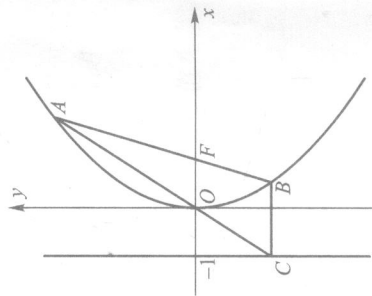


图 1-3

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

BC 第 1 号

数学(文史财经类)模拟试卷(二)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

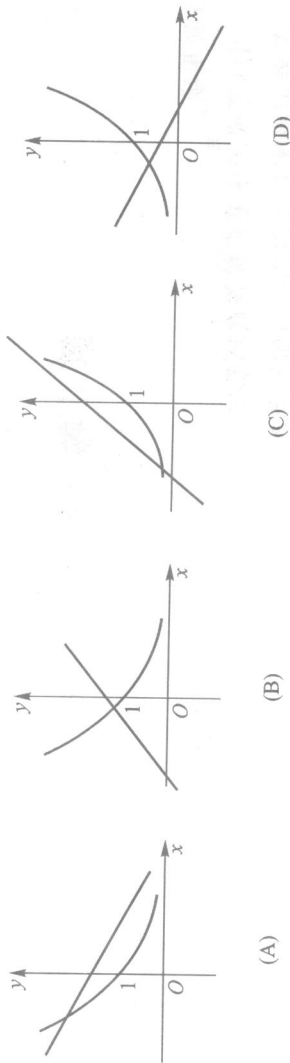
第 I 卷(选择题 共 85 分)

注意事项:

1. 答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目用铅笔涂写在答题卡上.
2. 每小题选出答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案,不能答在试题卷上.
3. 考试结束,监考人将本试卷和答题卡一并收回.
4. 在本试卷中, $\tan \alpha$ 表示角 α 的正切, $\cot \alpha$ 表示角 α 的余切.

一、选择题:本大题共 17 小题;每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- (1) 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 5, 8, 9\}$, 则 $A \cap \complement_U B =$
(A) $\{2, 4, 8, 9\}$ (B) $\{5\}$ (C) $\{1, 3, 5, 6, 7\}$ (D) $\{1, 3, 7\}$
- (2) 下列给出的四个数:① $\sin 200^\circ$, ② $\cos(-50^\circ)$, ③ $\tan 100^\circ$, ④ $\cot(-100^\circ)$, 其中值为正数的是
(A) ①和③ (B) ②和④ (C) ①和④ (D) ②和③
- (3) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 命题甲:“ $a > b$ ”, 命题乙:“ $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ”, 则甲是乙的
(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- (4) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3 = 3$, 则下列推断中, 正确的是
(A) $a_5 = 5$ (B) $S_5 = 15$ (C) $S_3 = 6$ (D) S_5 的值不确定
- (5) $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数指的是
(A) $f(0) = 0$ (B) $f(-3) = -f(3)$
(C) $f(-x) + f(x) = 0, x \in \mathbf{R}$ (D) $f(-x) = f(x), x \in \mathbf{R}$
- (6) 已知 $1 < x < 10, m = \lg x, n = (\lg x)^2, p = \lg x^2$, 则 m, n, p 三者的大小关系是
(A) $m < n < p$ (B) $m < p < n$
(C) $n < p < m$ (D) $n < m < p$
- (7) 两个函数 $y = ax + b$ 和 $y = b^x$ 在同一坐标系中的大致图像只能是



- (8) 一个箱子中有 100 个乒乓球, 其中一等品 97 个, 二等品 3 个. 现从中任意取出 5 个乒乓球, 其中恰有两个二等品的抽取方法种数为
(A) $C_{100}^5 \cdot C_3^2$ (B) $C_{100}^5 \cdot C_{97}^3$ (C) $C_{97}^3 \cdot C_3^2$ (D) $C_{97}^3 + C_3^2$
- (9) 过点 $A(-2, 3)$ 作直线 l , 使之与直线 $x + y + 1 = 0$ 垂直, 则直线 l 的方程为
(A) $x + y - 1 = 0$ (B) $x - y - 5 = 0$
(C) $x + y + 5 = 0$ (D) $x - y + 5 = 0$
- (10) 已知向量 a, b 满足条件 $|a| = 2, |b| = 3, a$ 与 b 的夹角为 60° , 则 $|2a + b| =$
(A) 13 (B) $\sqrt{13}$ (C) 37 (D) $\sqrt{37}$
- (11) 从集合 $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 中任意取三个元素排成一列, 其中构成三位偶数的概率是
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{13}{30}$ (C) $\frac{13}{25}$ (D) $\frac{3}{5}$
- (12) 已知圆心在点 $(3, -2)$, 半径为 5 的圆的方程是
(A) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 25$ (B) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 5$
(C) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 5$ (D) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$
- (13) 已知椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m-1} = 1$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则实数 m 的值为
(A) 3 (B) 7 (C) 3 或 7 (D) 3 或 9
- (14) 抛物线 $y = 8x^2$ 的准线方程为
(A) $x = -2$ (B) $x = 2$ (C) $y = -\frac{1}{32}$ (D) $y = \frac{1}{32}$
- (15) 已知二次函数 $y = x^2 + ax + 1$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上为递增函数, 则实数 a 的取值范围是
(A) $a \geq -2$ (B) $a \leq -2$ (C) $a \geq -1$ (D) $a \leq -1$
- (16) 已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{1}{5}$, 则 $\sin 2\alpha =$
(A) $-\frac{24}{25}$ (B) $-\frac{26}{25}$ (C) $-\frac{12}{25}$ (D) $\frac{12}{25}$
- (17) 设 $x \in \mathbf{R}$, 下列各函数中, 其最小值为 2 的函数是

(A) $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$)

(B) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ ($x \neq 0$)

(C) $f(x) = \sin x + \frac{1}{\sin x}$ ($x \neq k\pi, k \in \mathbf{Z}$)

(D) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$ ($x \in \mathbf{R}$)

第Ⅱ卷(非选择题 共 65 分)

注意事项:

1. 用钢笔或圆珠笔直接答在试卷中.
2. 答卷前将密封线内的项目填写清楚.

题号	二	三			总分
		22	23	24	
分数					

得分	评卷人
----	-----

二、填空题:本大题共 4 小题;每小题 4 分,共 16 分.把答案填在题中横线上.

- (18) 已知 $\log_2 x = 3$, 则 $x^{\frac{1}{2}} =$ _____.

(19) 不等式 $\left| 3 - \frac{1}{2}x \right| > 1$ 的解集是_____.

(20) 过两点 $A(-1, 3)$ 和 $B(2, -3)$ 的直线的斜率 $k =$ _____.

(21) 在一次初三学生体检中,从某个班抽取了 6 名同学的身高,他们依次为 162, 157, 180, 168, 164, 165(cm), 则该样本的平均数为 $\bar{x} =$ _____ (cm).

三、解答题:本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤.

得分	评卷人
----	-----

(22) (本小题满分 12 分)

在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3, a_3 + a_{11} = 40$.

- (I) 求公差 d 及通项公式;
- (II) 求它的前 13 项的和.

得分	评卷人
----	-----

(23) (本小题满分 12 分)

已知锐角三角形 ABC 中, $\cos A = \frac{1}{\sqrt{10}}, \sin B = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

- (I) 求 $\cos C$ 的值;
- (II) 若边 $AB = 10$, 求 AC 的值.

得分	评卷人
----	-----

(24) (本小题满分 12 分)

已知椭圆的焦点在 x 轴上, 中心在坐标原点, 短轴长为 $2\sqrt{2}$, 离心率 $e = \frac{\sqrt{6}}{3}$. 椭圆与 x, y 轴正半轴的交点分别为 A, B .

- (I) 求椭圆的标准方程;
- (II) 求过原点到直线 AB 的距离.

得分	评卷人
----	-----

(25) (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x$.

- (I) 求函数图像在原点处的切线方程;
- (II) 求函数的单调区间;
- (III) 求函数的极值.

数学(文史财经类)模拟试卷(二) 参考答案及解题指要

一、选择题

(1) 【参考答案】 (D)

解 先求得 $\complement_U B = \{1, 3, 6, 7\}$.

又 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, 所以 $A \cap \complement_U B = \{1, 3, 7\}$.

故应选择(D).

【解题指要】 本题主要考查对集合的交集、补集的概念的理解和实际运算能力.

首先要分清符号“ $\cap$ ”和“ $\cup$ ”. $A \cap B$ 是 A, B 共同元素组成的集合, $A \cup B$ 是 A, B 的所有元素组成的集合. 若将二者混淆, 本题则可能误选(C).

其次要弄清 $\complement_U A$ 的含义, 它是指全集 U 中除集合 A 以外的元素组成的集合.

(2) 【参考答案】 (B)

解 200° 是第三象限角, 而第三象限角的正弦值为负;

-50° 是第四象限角, 其余弦值为正;

100° 是第二象限角, 其正切值为负;

-100° 是第三象限角, 其余切值为正.

故选择(B).

【解题指要】 本题主要考查对各象限内的角的三角函数值符号的判断.

根据各三角函数的定义, 可得出以下规律: 第一、二象限角的正弦值为正; 第一、四象限角的余弦值为正; 第一、三象限角的正切值和余切值均为正. 除此以外的三角函数值的符号均为负. 各象限角的三角函数值的符号是一个基本的、而且非常重要的知识, 它贯穿在整个平面三角中, 应给予足够的重视, 并熟练地掌握.

(3) 【参考答案】 (B)

解 因为 a 和 b 都是实数, $a > b$ 不能保证 a, b 都是非负数, 因此不能保证 $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{b}$ 都有意义, 所以甲 $\Rightarrow$ 乙, 则知甲不是乙的充分条件; 另一方面, $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 时, $\sqrt{a}, \sqrt{b}$ 都有意义, 所以 $\sqrt{a}, \sqrt{b}$ 都是非负数, 它们的平方仍保持原来的大小关系, 即 $a > b$, 这就说明乙 $\Rightarrow$ 甲, 即甲是乙的必要条件.

故选择(B).

【解题指要】 本题主要考查对充分条件、必要条件、充要条件的理解及判断的方法, 即若 $A \Rightarrow B$, 则 A 是 B 的充分条件; 若 $B \Rightarrow A$, 则 A 是 B 的必要条件. 说 $A \Rightarrow B$, 应有理论依据; 说 $A \Rightarrow B$, 只需举出反例.

本题中, 说甲 $\Rightarrow$ 乙, 可举出反例, 如 $3 > -1$, $\sqrt{-1}$ 无意义.

(4) 【参考答案】 (B)

解 由等差数列的基本性质可知 $a_1 + a_5 = a_2 + a_4 = 2a_3$, 而

$$S_5 = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5 = \frac{2a_3}{2} \cdot 5 = 3 \cdot 5 = 15,$$

故选择(B).

【解题指要】 本题主要考查等差数列的基本性质、前 n 项和公式及其简单应用. 基本性质是指: 在等差数列中, 若 $m + n = k + l$, 则 $a_m + a_n = a_k + a_l$, 即项数之和相等的两项之和也必然相等.

(5) 【参考答案】 (C)

解 由奇函数的定义知, 对任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(-x) = -f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 即 $f(-x) + f(x) = 0, x \in \mathbf{R}$.

【解题指要】 本题主要考查对奇函数概念的理解与掌握. 对函数定义域内的每一个值(或说任意一个值), 都有 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数. $f(-x) + f(x) = 0$ 与 $f(-x) = -f(x)$ 是等价的.

(6) 【参考答案】 (D)

解 因为 $1 < x < 10$, 所以 $0 < \lg x < 1$.

$$n = (\lg x)^2 = \lg x \cdot \lg x < \lg x = m,$$

$$p = \lg x^2 = 2\lg x > \lg x = m.$$

故选择(D).

【解题指要】 本题主要考查以 10 为底的对数函数的基本性质, 即是增函数, 所以当 $1 < x < 10$ 时, $\lg 1 < \lg x < \lg 10$, 即 $0 < \lg x < 1$. 本题还考查了对数运算法则: $\lg x^2 = 2\lg x$.

(7) 【参考答案】 (C)

解 由于函数 $y = ax + b$ 是一次函数, 其图像是直线, 且 b 是其纵截距(即直线与 y 轴交点的纵坐标).

而 $y = b^x$ 是指数函数, 其图像特征是恒过 $(0, 1)$ 点. 当底数 $b > 1$ 时, 函数为增函数, 而当 $0 < b < 1$ 时, 函数为减函数.

(A) 中由直线可知 $b > 1$, 而由 b^x 的图像可知是减函数, 即 $0 < b < 1$, 显然不正确; (B) 与 (A) 同样不正确; (C) 中两函数的图像反映出 b 值一致; (D) 中两图像反映的 b 值不一致.

故应选择(C).

【解题指要】 本题主要考查一次函数和指数函数的性质及其图像特征. 在同一坐标系中的两个函数式, 相同的字母 b 的取值范围也应一致. 这是判断图形是否正确标准.

(8) 【参考答案】 (C)

解 所取的 5 个乒乓球中, 一等品来自 97 个乒乓球, 二等品来自另外 3 个乒乓球, 所以其中恰有 2 个二等品的抽取方法为 $C_{97}^3 \cdot C_3^2$. 故应选择(C).

【解题指要】 本题主要考查排列组合知识及其应用. 由于从 100 个乒乓球中抽取 5 个是与顺序无关的, 所以是组合问题; 又由于抽出的 5 个球中有一等品和二等品之分, 因此实际上可视为两个步骤来完成的, 因此用分步计数原理(即乘法). 分清排列还是组合, 分清是用分类记数还是用分步记数, 这是解决有关排列组合问题的两个关键问题.

(9) 【参考答案】 (D)

解 因为直线 $x+y+1=0$ 的斜率为 -1 , 所以直线 l 的斜率为 1 . 选项中只有 (B), (D) 的斜率为 1 , 故排除 (A), (C). 又因为直线 l 过点 $(-2, 3)$, 点 $(-2, 3)$ 的坐标满足 (D), 不满足 (B), 故选择 (D).

【解题指要】 本题主要考查对两条直线垂直的相关性质以及点在直线上的充要条件的掌握. 本题还可以用正面解法, 即由两条直线垂直知 l 的斜率为 1 , 然后可得直线 l 的点斜式方程 $y-3=1 \cdot (x+2)$, 再整理为一般式 $x-y+5=0$. 故选择 (D).

(10) 【参考答案】 (D)

解 如图 2-1, $2\mathbf{a} + \mathbf{b} = \overrightarrow{OC}$.

因为 $\angle AOB = 60^\circ$, 所以 $\angle OAC = 120^\circ$.

在 $\triangle OAC$ 中, 利用余弦定理得

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{OC}|^2 &= |\overrightarrow{OA}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 - 2|\overrightarrow{OA}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos \angle OAC \\ &= 4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 37, \end{aligned}$$

即 $|2\mathbf{a} + \mathbf{b}| = \sqrt{37}$, 故选择 (D).

【解题指要】 本题主要考查向量、向量的模、向量的加法运算等知识及利用余弦定理求三角形的某条边长的方法.

值得注意的是, 两向量之和是以这两个向量为邻边的平行四边形的对角线表示的向量 (或者用三角形法则), 此时, 和向量所对的角不是原来两个向量的夹角, 而是该夹角的补角 (如图 2-1 所示), 忽视了这一点就会出现不该出现的错误. 另一方面, 用余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ 求得的是 a^2 的值, 而向量的模应取其算术平方根.

(11) 【参考答案】 (B)

解 从 M 中任取三个数排成一列, 可组成 A_3^6 个不同的排列. 三位偶数的个数为 A_3^2 (0 在个位) 和 $2(A_3^2 - A_4^1)$ (2 或 4 在个位), 所以其概率为

$$\frac{A_3^2 + 2(A_3^2 - A_4^1)}{A_3^6} = \frac{52}{120} = \frac{13}{30}.$$

故选择 (B).

【解题指要】 本题主要考查等可能事件的概率及其计算.

从 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 中任选三个元素排成一列, 每个排列出现的可能性都相等, 而且这些排列并非都是三位数. 然而所求概率的事件是三位偶数, 所以其概率为 $\frac{\text{三位偶数的个数}}{\text{三个元素排列的个数}}$.

列中, 0 可以在最前面, 而三位数中 0 不能在最前面. 另外末位数是偶数数字的数才是偶数, 所以应考查末位是 0, 2, 4 的三位数共有多少个. 应注意的是 0 在未位时, 剩余数中没有 0, 而 2 或 4 在未位时, 剩余数中有 0, 并且 0 不能在首位, 故 2 在未位的三位数共有 $A_3^2 - A_4^1$ 个.

(12) 【参考答案】 (D)

解 因为圆心为 $(3, -2)$, 半径 $r=5$, 所以圆的方程为

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25.$$

【解题指要】 本题主要考查圆的标准方程 (也称圆心半径式), 即若圆心坐标为 (a, b) , 半径为

r , 则其方程为 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

(13) 【参考答案】 (D)

解 ① 若 $4 > m-1 > 0$, 则 $c^2 = 4 - (m-1)$, $a=2$, 所以

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5-m}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

即 $5-m=2$, 解得 $m=3$.

② 若 $m-1 > 4$, 则 $c^2 = m-1-4$, $a = \sqrt{m-1}$, 所以

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{m-5}}{\sqrt{m-1}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

可得 $\frac{m-5}{m-1} = \frac{1}{2}$, 解得 $m=9$.

故选择 (D).

【解题指要】 本题主要考查椭圆标准方程的两种形式和椭圆的离心率, 考查运算能力和解决问题的能力.

本题中, 若 $4 > m-1 > 0$, 则 $a^2=4$, $b^2=m-1$, 所以 $c^2=4-(m-1)=5-m$, 此时焦点在 x 轴上, 而离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5-m}}{2}$.

若 $m-1 > 4$, 则 $a^2=m-1$, $b^2=4$, 所以 $c^2=m-1-4=m-5$, 此时焦点在 y 轴上, 离心率 $e = \frac{c}{a} =$

$$\frac{\sqrt{m-5}}{\sqrt{m-1}}.$$

(14) 【参考答案】 (C)

解 首先把抛物线方程化为标准方程: $x^2 = \frac{1}{8}y$, 它表示顶点在原点, 焦点在 y 轴正半轴上的抛

物线, $2p = \frac{1}{8}$, 所以 $\frac{p}{2} = \frac{1}{32}$, 即准线方程为 $y = -\frac{1}{32}$.

故选择 (C).

【解题指要】 本题主要考查抛物线的标准方程 (四种形式) 和基本性质 (准线方程).

解题中首先应把方程化为标准方程 $x^2 = 2py$ 的形式 (因为有 x^2 项), 所以 $2p = \frac{1}{8}$, 从而得出正确结果.

(15) 【参考答案】 (A)

解 先配方: $y = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + 1 - \frac{a^2}{4}$, 可知其图像的对称轴为 $x = -\frac{a}{2}$.

画出其图像的草图 (图 2-2), 即可得出 $-\frac{a}{2} \leq 1$, 解得 $a \geq -2$.

故选择 (A).

【解题指要】 本题主要考查二次函数的单调区间以及配方法和数

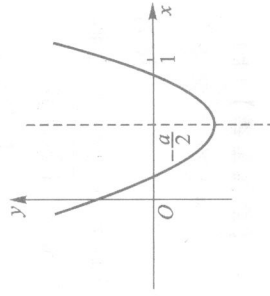


图 2-2

形结合的思想在解题中的应用.

要保证函数在区间 $[1, +\infty)$ 上为递增函数,则要求二次函数图像的对称轴在 $x=1$ 的左边,为此首先应对二次函数进行配方.配方时要求熟练而准确.画出草图是为了把抽象思维转化为形象思维,提高直观性,便于思考.

(16)【参考答案】 (A)

解 把 $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{1}{5}$ 两边平方,得

$$\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{1}{25},$$

$$2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{25} - 1, \sin 2\alpha = -\frac{24}{25}.$$

【解题指要】 本题主要考查同角三角函数关系、二倍角的正弦公式及解决问题的能力.

由于 $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$,所以只需将已知条件平方即可得出 $\sin 2\alpha$ 及 $\sin^2 \alpha$ 与 $\cos^2 \alpha$ 的和.由 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$,即可得 $\sin 2\alpha$ 的值.

如果已知 $\sin \alpha - \cos \alpha$ 的值,用同样方法可得出 $\sin 2\alpha$ 的值,只是需要注意符号.例如: $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{3}$,则 $1 - 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{9}$,所以 $\sin 2\alpha = \frac{8}{9}$.

(17)【参考答案】 (B)

解 由于(A),(C)中 x 和 $\sin x$ 的值均可能是负数,应排除.(D)中, $\sqrt{x^2+2} + \frac{1}{\sqrt{x^2+2}} \geq 2$,当且

仅当 $\sqrt{x^2+2} = \frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$ 时取到等号,而此时有 $x^2+2=1$,这是不可能的,即对任何 $x \in \mathbf{R}$, $\sqrt{x^2+2} +$

$\frac{1}{\sqrt{x^2+2}} \geq 2$ 中都不能取等号,故(D)也应排除.(B)中当 $x = \pm 1$ 时能取到最小值2.

故应选择(B).

【解题指要】 本题主要考查基本不等式及其应用.

利用基本不等式 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)求最大值(最小值)时,必须具备三个条件:①各项都是非负数;②和或乘积是常数;③等号能取到.本题的各选项中两项乘积均为常数(即都满足条件②),但(A),(C)不满足条件①,(D)不满足条件③,所以只有(B)正确.

二、填空题

(18)【参考答案】 $\frac{\sqrt{2}}{4}$

解 由 $\log_2 x = 3$ 得 $x = 2^3 = 8$,所以

$$x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

【解题指要】 本题主要考查指数式与对数式的转换及有理指数幂的意义与运算.

a, b, N 三者的关系:指数式为 $a^b = N$,则对数式为 $b = \log_a N$.关于有理指数幂,指的是 $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$.

$x^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{x^n}$ (其中 $x > 0, x \neq 1$).

(19)【参考答案】 $\{x | x < 4 \text{ 或 } x > 8, x \in \mathbf{R}\}$

解 原不等式等价于 $\left| \frac{1}{2}x - 3 \right| > 1$,等价于 $\frac{1}{2}x - 3 < -1$ 或 $\frac{1}{2}x - 3 > 1$,解之得 $x < 4$ 或 $x > 8$.

【解题指要】 本题主要考查含绝对值不等式的解法,即设 $c > 0$,则 $|ax+b| < c$ 等价于 $-c < ax+b < c$, $|ax+b| > c$ 等价于 $ax+b < -c$ 或 $ax+b > c$.

另一方面, $|b-ax| = |ax-b|$,因此解题时应首先将不等式中 x 的系数化为正数,以减少进一步解题时可能出现的错误.

此外,解集 $\{x | x < 4 \text{ 或 } x > 8, x \in \mathbf{R}\}$ 还可以用区间来表示,即 $(-\infty, 4) \cup (8, +\infty)$.

(20)【参考答案】 -2

解 因为 $A(-1, 3), B(2, -3)$,所以

$$k_{AB} = \frac{3 - (-3)}{-1 - 2} = -2.$$

【解题指要】 本题主要考查由直线上的两点坐标求直线斜率的公式的应用,即若直线上有已

知两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,则直线的斜率 $k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$,也可写成 $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

(21)【参考答案】 166

解 $\bar{x} = \frac{1}{6}(162 + 157 + 180 + 168 + 164 + 165) = 166$.

【解题指要】 本题主要考查样本平均数的概念及计算方法.

三、解答题

(22)【参考答案】 解 (I) 由 $a_3 + a_{11} = 40$,得 $a_1 + 2d + a_1 + 10d = 40$.

又因为 $a_1 = 3$,所以 $12d = 40 - 6$,解得 $d = \frac{17}{6}$,所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1) \cdot \frac{17}{6} = \frac{17}{6}n + \frac{1}{6},$$

即

$$d = \frac{17}{6}, a_n = \frac{17}{6}n + \frac{1}{6}.$$

(II) 因为

$$a_1 + a_{13} = a_3 + a_{11} = 40,$$

$$S_{13} = \frac{a_1 + a_{13}}{2} \cdot 13 = \frac{40}{2} \cdot 13 = 260.$$

【解题指要】 本题主要考查等差数列的通项公式、前 n 项和公式及其应用,也考查了方程思想和等差数列的基本性质.

欲求公差 d ,就应根据已知条件列出关于 d 的方程或方程组,解之即可.

求数列的前 n 项和时,可利用等差数列的性质使解题过程得到简化,如上述解法.

本题在求数列的前13项和时还可以用基本公式求解:

$$S_{13} = \frac{a_1 + a_{13}}{2} \cdot 13 = \frac{3 + \frac{17}{6} \times 13 + \frac{1}{6}}{2} \cdot 13 = 260,$$