



21世纪 高等职业教育通用教材

应用高等数学 学习指导书

侯德庆 主编

上海交通大学出版社



2011年11月11日

2011年11月11日



2011年11月11日

2011年11月11日

2011年11月11日

01
98-C1

21 世纪高等职业教育通用教材

应用高等数学 学习指导书

侯德庆 主 编

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书是为了与高职院校《应用高等数学》教材配套而编的学习指导书。内容包括一元及多元函数的微积分、级数、空间解析几何、微分方程、线性代数、概率论与数理统计等。每一章采用“要点提示”方法加以简介,其后精选了大量“例题精解”,为便于学生自我测试,每章都安排了有“复习思考题与自我检查题”,并附有“提示与答案”。

本书可供高职院校学生学习高等数学包括线性代数、概率与统计时用,也可供教师教学时参考之用。

图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学学习指导书/侯德庆主编. —上海:上海交通大学出版社, 2004

21世纪高等职业教育通用教材

ISBN 7-313-03834-8

I. 应... II. 侯... III. 高等数学—高等学校: 技术学校—教学参考资料 IV. O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第078553号。

应用高等数学学习指导书

侯德庆 主编

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路877号 邮政编码200030)

电话: 64071208

出版人: 张天蔚

上海颀辉印刷厂印刷

全国新华书店经销

开本: 880mm × 1230mm 1/32 印张: 8.25 字数: 231千字

2004年9月第1版

2004年9月第1次印刷

印数: 1-3 050

ISBN7-313-03834-8/O · 167 定价: 14.00元

版权所有 侵权必究

21 世纪高等职业教育通用教材

编 审 委 员 会

主 任 名 单

(以姓氏笔划为序)

编审委员会顾问

叶春生 詹平华

编审委员会名誉主任

李 进 李宗尧

编审委员会主任

闵光太 潘立本

编审委员会常务副主任

东鲁红

编审委员会副主任

孔宪思	王俊堂	王继东	白玉江
冯拾松	匡亦珍	朱懿心	吴惠荣
李 光	李坚利	陈 礼	赵祥大
洪申我	饶文涛	秦士嘉	黄 斌
董 刚	薛志信		

序

发展高等职业教育,是实施科教兴国战略、贯彻《高等教育法》与《职业教育法》、实现《中国教育改革与发展纲要》及其《实施意见》所确定的目标和任务的重要环节;也是建立健全职业教育体系、调整高等教育结构的重要举措。

近年来,年轻的高等职业教育以自己鲜明的特色,独树一帜,打破了高等教育界传统大学一统天下的局面,在适应现代社会人才的多样化需求、实施高等教育大众化等方面,做出了重大贡献。从而在世界范围内日益受到重视,得到迅速发展。

我国改革开放不久,从1980年开始,在一些经济发展较快的中心城市就先后开办了一批职业大学。1985年,中共中央、国务院在关于教育体制改革的决定中提出,要建立从初级到高级的职业教育体系,并与普通教育相沟通。1996年《中华人民共和国职业教育法》的颁布,从法律上规定了高等职业教育的地位和作用。目前,我国高等职业教育的发展与改革正面临着很好的形势和机遇:职业大学、高等专科学校和成人高校正在积极发展专科层次的高等职业教育;部分民办高校也在试办高等职业教育;一些本科院校也建立了高等职业技术学院,为发展本科层次的高等职业教育进行探索。国家学位委员会1997年会议决定,设立工程硕士、医疗专业硕士、教育专业硕士等学位,并指出,上述学位与工程学硕士、医学科学硕士、教育学硕士等学位是不同类型的同一层次。这就为培养更高层次的一线岗位人才开了先河。

高等职业教育本身具有鲜明的职业特征,这就要求我们在改革课

程体系的基础上,认真研究和改革课程教学内容及教学方法,努力加强教材建设。但迄今为止,符合职业特点和需求的教材却还不多。由泰州职业技术学院、上海第二工业大学、金陵职业大学、扬州职业大学、彭城职业大学、沙洲职业工学院、上海交通高等职业技术学校、上海交通大学技术学院、上海汽车工业总公司职工大学、立信会计高等专科学校、江阴职工大学、江南学院、常州技术师范学院、苏州职业大学、锡山职业教育中心、上海商业职业技术学院、潍坊学院、上海工程技术大学等百余所院校长期从事高等职业教育、有丰富教学经验的资深教师共同编写的《21世纪高等职业教育通用教材》,将由上海交通大学出版社等陆续向读者朋友推出,这是一件值得庆贺的大好事,在此,我们表示衷心的祝贺。并向参加编写的全体教师表示敬意。

高职教育的教材面广量大,花色品种甚多,是一项浩繁而艰巨的工程,除了高职院校和出版社的继续努力外,还要靠国家教育部和省(市)教委加强领导,并设立高等职业教育教材基金,以资助教材编写工作,促进高职教育的发展和改革。高职教育以培养一线人才岗位与岗位群能力为中心,理论教学与实践训练并重,二者密切结合。我们在这方面的改革实践还不充分。在肯定现已编写的高职教材所取得的成绩的同时,有关学校和教师要结合各校的实际情况和实训计划,加以灵活运用,并随着教学改革的深入,进行必要的充实、修改,使之日臻完善。

阳春三月,莺歌燕舞,百花齐放,愿我国高等职业教育及其教材建设如春天里的花园,群芳争妍,为我国的经济建设和社会发展作出应有的贡献!

叶春生

前 言

为了提高高职院校“应用高等数学”这门重要基础课的教学质量,我们编写了这本《应用高等数学(上、下册)学习指导书》。

本书按《应用高等数学》的教学大纲及教材体系进行编写,内容包括空间解析几何、一元及多元函数、微积分、级数、微分方程、线性代数、概率论与数理统计等。为提高广大同学的数学解题能力,我们每章除列出重点难点及重要的基本概念外,把重点放在典型例题的分析讲解上,着重揭示数学解题的规律和方法,以帮助读者充分理解基本概念、基本方法以及计算技巧。此外,每章后还配置了“复习思考题”及“自测题”与解答,以便同学们练习。

参加本书编写的有侯德庆、徐玲、王洁明、贺向阳、倪华、刘志林等。由侯德庆、徐玲分别担任主编与副主编。在编写过程中,得到了上海交通大学、泰州职业技术学院、上海第二工业大学、江阴职业技术学院教师的热忱关心与支持,在此,我们表示诚挚的谢意。全书由朱长坤、张峰主审。

因水平有限,书中错误与疏漏之处在所难免,敬请读者指正。

编者

2004 年 7 月

目 录

1	向量代数与空间解析几何	1
1.1	基本要求	1
1.2	要点提示	1
1.3	例题精解	1
1.4	习题精选	7
	提示与答案	10
2	函数、极限与连续性	12
2.1	基本要求	12
2.2	要点提示	12
2.3	例题精解	14
2.4	习题精选	21
	提示与答案	25
3	微分学	26
3.1	基本要求	26
3.2	要点提示	27
3.3	例题精解	35
3.4	习题精选	44
	提示与答案	49
4	微分学的应用	52
4.1	基本要求	52
4.2	要点提示	52

4.3	例题精解	57
4.4	习题精选	63
	提示与答案	68
5	一元函数的积分学	70
5.1	基本要求	70
5.2	要点提示	70
5.3	例题精解	72
5.4	习题精选	80
	提示与答案	85
6	二元函数的积分学	87
6.1	基本要求	87
6.2	要点提示	87
6.3	例题精解	91
6.4	习题精选	98
	提示与答案	103
7	常微分方程	105
7.1	基本要求	105
7.2	要点提示	105
7.3	例题精解	108
7.4	习题精选	118
	提示与答案	122
8	级数	124
8.1	基本要求	124
8.2	要点提示	124
8.3	例题精解	128
8.4	习题精选	139

	提示与答案·····	144
9	行列式·····	147
	9.1 基本要求·····	147
	9.2 要点提示·····	147
	9.3 例题精解·····	149
	9.4 习题精选·····	154
	提示与答案·····	158
10	矩阵·····	160
	10.1 基本要求·····	160
	10.2 要点提示·····	160
	10.3 例题精解·····	163
	10.4 习题精选·····	168
	提示与答案·····	172
11	线性方程组·····	174
	11.1 基本要求·····	174
	11.2 要点提示·····	174
	11.3 例题精解·····	176
	11.4 习题精选·····	182
	提示与答案·····	186
12	随机事件及其概率·····	188
	12.1 基本要求·····	188
	12.2 要点提示·····	188
	12.3 例题精解·····	191
	12.4 习题精选·····	194
	提示与答案·····	198

13	随机变量及其分布	199
13.1	基本要求	199
13.2	要点提示	199
13.3	例题精解	202
13.4	习题精选	208
	提示与答案	212
14	随机变量的数字特征	215
14.1	基本要求	215
14.2	要点提示	215
14.3	例题精解	217
14.4	习题精选	223
	提示与答案	227
15	参数估计	229
15.1	基本要求	229
15.2	要点提示	229
15.3	例题精解	233
15.4	习题精选	238
	提示与答案	242
16	假设检验	244
16.1	基本要求	244
16.2	要点提示	244
16.3	例题精解	246
16.4	习题精选	249
	提示与答案	252

1 向量代数与空间解析几何

1.1 基本要求

本章分为两大部分：向量代数与空间解析几何。

向量代数部分要求：

① 理解空间直角坐标系的概念及向量、向量的模、向量的方向余弦的概念。

② 熟练掌握向量的数量积与向量积的运算；掌握两向量平行与垂直的充要条件以及两向量夹角的求法。

空间解析几何部分要求：

① 理解平面与直线方程，会根据已知条件建立平面方程及直线方程。

② 会根据向量垂直、平行的充要条件判定平面与平面、直线与直线、直线与平面位置关系，会求点到平面距离。

③ 能识别特殊的二次曲面。

1.2 要点提示

① 向量的数量积与向量积运算、向量间的关系。

② 建立平面、直线方程。

③ 判定面-面、线-线、面-线之间的位置关系及求点到平面的距离。

④ 识别二次曲面。

1.3 例题精解

例 1.1 设 $A(1, 2, 1)$, $B(3, 0, -1)$, 求向量 $\overrightarrow{AB}$ 的坐标表达式、

$\overrightarrow{AB}$ 的模、方向余弦以及 $\overrightarrow{AB}$ 方向上的单位向量的坐标表达式.

解 设 $\overrightarrow{AB}$ 与 Ox 轴, Oy 轴, Oz 轴正向的夹角依次为 α, β, γ , 由已知条件可知

(1) 因 $A(1, 2, 1), B(3, 0, -1)$, 所以 $\overrightarrow{AB} = \{3-1, 0-2, -1-1\} = \{2, -2, -2\}$;

(2) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{3}$;

(3) $\cos \alpha = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \cos \beta = \frac{-2}{2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \cos \gamma = \frac{-2}{2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;

(4) $\overrightarrow{AB}$ 方向上的单位向量的坐标表达式为 $\{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\} = \left\{\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right\}$.

例 1.2 设向量 $a = 5i + 2j - 2k, b = i + mj + 3k$, 且 a 与 b 垂直, 求 m .

解 向量 a, b 垂直的充要条件是 $a \cdot b = 0$. 由于 $a = \{5, 2, -2\}, b = \{1, m, 3\}$, 因此有 $5 \cdot 1 + 2 \cdot m + (-2) \cdot 3 = 0$, 故 $m = \frac{1}{2}$.

点评 向量 $a = \{a_1, a_2, a_3\}, b = \{b_1, b_2, b_3\}$.

① a 与 b 垂直的充要条件为 $a \cdot b = 0$ (1),

或 $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$ (2),

若 a, b 为抽象向量, 则常用 (1),

若 a, b 为坐标表达式, 则常用 (2);

② a 与 b 平行的充要条件为 $b = \lambda a$ ($\lambda \neq 0$ 常数) (3),

或 $a \times b = 0$ (4),

若 a, b 为抽象向量, 则常用 $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$,

若 a, b 为坐标表达式, 则常用 (4).

例 1.3 若 $A = 2a + b$, $B = a - 2b$, $|a| = 2$, $|b| = 1$, $\cos(a, b) = \frac{\pi}{3}$, 求:

(1) $|A \times B|$;

(2) $A \cdot B$.

解 (1) $A \times B = (2a + b) \times (a - 2b)$

$$= 2a \times a - 4a \times b + b \times a - 2b \times b = -5a \times b,$$

$$|A \times B| = |-5a \times b| = 5|a \times b| = 5|a||b|\sin(a, b)$$

$$= 5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \sin \frac{\pi}{3} = 5\sqrt{3};$$

(2) $A \cdot B = (2a + b) \cdot (a - 2b)$

$$= 2a \cdot a - 4a \cdot b + b \cdot a - 2b \cdot b$$

$$= 2|a|^2 - 3|a||b|\cos(a, b) - 2|b|^2$$

$$= 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cos \frac{\pi}{3} - 2 \cdot 1^2 = 3.$$

点评 $a \times b = -b \times a$, $a \cdot b = b \cdot a$.

例 1.4 求垂直于向量 $a = \{1, 3, 1\}$, $b = \{2, 2, 1\}$ 的单位向量.

解 由向量积的定义可知, 向量 $c = a \times b$ 是既垂直于向量 a , 又垂直于向量 b 的向量, 因此 $\pm \frac{c}{|c|}$ 即为所求向量.

$$c = a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} k$$

$$= i + j - 4k,$$

$$|c| = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2} = 3\sqrt{2},$$

$$\text{所求单位向量为 } \pm \frac{c}{|c|} = \left\{ \pm \frac{1}{3\sqrt{2}}, \pm \frac{1}{3\sqrt{2}}, \mp \frac{4}{3\sqrt{2}} \right\} =$$

$$\left\{ \pm \frac{\sqrt{2}}{6}, \pm \frac{\sqrt{2}}{6}, \mp \frac{2\sqrt{2}}{3} \right\}.$$

点评 例 1.1 指明求 $\overrightarrow{AB}$ 方向上的单位向量, 即指与 $\overrightarrow{AB}$ 同方向的

单位向量,故只有一个;例 1.4 所求的为单位向量,没指明方向,故有两个.

例 1.5 设平面 π 在平面 $\pi_1: x-2y+z-2=0$ 和平面 $\pi_2: x-2y+z-6=0$ 之间,它把平面 π_1 和 π_2 之间的距离分成 $1:3$,求平面 π 的方程.

解 设平面 π 上任意一点为 $M(x, y, z)$,由点到平面的距离公式,有

$$\frac{|x-2y+z-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}} : \frac{|x-2y+z-6|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}} = 1:3,$$

$x-2y+z=0$ 或 $x-2y+z-3=0$, 但 $x-2y+z=0$ 不合题意,故所求的平面方程为 $x-2y+z-3=0$.

例 1.6 一平面经过两点 $M(0, -1, 0)$ 与 $N(0, 0, 1)$, 且与 xOy 平面成 $\frac{\pi}{3}$ 角,求该平面方程.

解 利用平面方程的点法式,设所求的平面的法向量为 $\mathbf{n} = \{A, B, C\}$, 因该平面与 xOy 平面成 $\frac{\pi}{3}$ 角,故

$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}}{|\mathbf{n}| \cdot |\mathbf{k}|} = \frac{\{A, B, C\} \cdot \{0, 0, 1\}}{\sqrt{A^2+B^2+C^2} \cdot 1} = \frac{C}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}},$$

化简得

$$A^2 + B^2 - 3C^2 = 0. \quad (1)$$

又因为 $\mathbf{n} \perp \overrightarrow{MN}$, 故

$$\mathbf{n} \cdot \overrightarrow{MN} = \{A, B, C\} \cdot \{0, 1, 1\} = B + C = 0, \quad (2)$$

由(1), (2)解得 $A = \pm\sqrt{2}C$, $B = -C$, 故 $\mathbf{n}$ 可取为 $\mathbf{n} = \{\pm\sqrt{2}, -1, 1\}$, 因此所求的平面方程为

$$\pm\sqrt{2}(x-0) + (-1)(y+1) + 1 \cdot (z-0) = 0,$$

即 $\pm\sqrt{2}x - y + z - 1 = 0$.

例 1.7 求过点 $M(1, -1, 0)$ 且与平面 $\pi_1: \begin{cases} x + y + z = 3, \\ x + 2y + 4z = 5 \end{cases}$ 都平行的直线方程.

解 由于直线同时平行于两平面, 故其方向向量 l 同时垂直于两平面的法向量 $n_1 = \{1, 1, 1\}$, $n_2 = \{1, 2, 4\}$, 故取

$$\begin{aligned} l = n_1 \times n_2 &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} k \\ &= 2i - 3j + k, \end{aligned}$$

又直线过点 $M(1, -1, 0)$, 由直线的点向式方程可知所求直线方程为

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}.$$

例 1.8 求过点 $(2, -3, 4)$ 且垂直于两直线

$$\begin{aligned} l_1: & \begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+5}{2}, \\ \frac{x-8}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-2}{1} \end{cases} \\ l_2: & \end{aligned}$$

的直线方程.

解 设所求直线的方向向量为 $l = \{a, b, c\}$, 由于所求直线与两已知直线分别垂直, 故有

$$l \cdot l_1 = 0, \quad l \cdot l_2 = 0,$$

从而有

$$\begin{cases} a - b + 2c = 0, \\ 3a - 2b + c = 0, \end{cases}$$

解得一组解为

$$\begin{cases} a = 3, \\ b = 5, \\ c = 1, \end{cases}$$