



全国中等卫生职业教育卫生部“十一五”规划教材**配套教材**

供中等卫生职业教育各专业用

数学应用基础 学习指导及习题集

主编 张守芬 林虹伟



人民卫生出版社
PEOPLE'S MEDICAL PUBLISHING HOUSE



全国中等卫生职业教育卫生部“十一五”规划教材配套教材

供中等卫生职业教育各专业用

数学应用基础

学习指导及习题集

主 编 张守芬 林虹伟

副主编 刘淑云 刘家英

编 者 (以姓氏笔画为序)

史燕洁 (北京卫生学校)

刘宝山 (黑龙江省卫生学校)

刘家英 (重庆医药高等专科学校)

刘淑云 (黑龙江省林业卫生学校)

杨雯英 (河北省廊坊市卫生学校)

陈 芹 (辽宁省本溪市卫生学校)

张守芬 (辽宁省锦州市卫生学校)

张晓明 (山东省济南卫生学校)

林虹伟 (甘肃省卫生学校)

崔继元 (甘肃省定西市卫生学校)

戴雪玲 (安徽省阜阳卫生学校)

人 民 卫 生 出 版 社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学应用基础学习指导及习题集/张守芬等主编.
—北京: 人民卫生出版社, 2008. 3

ISBN 978-7-117-09902-8

I. 数… II. 张… III. 应用数学-专业学校-教学参考资料 IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 019049 号

数学应用基础学习指导及习题集

主 编: 张守芬 林虹伟

出版发行: 人民卫生出版社 (中继线 010-67616688)

地 址: 北京市丰台区方庄芳群园 3 区 3 号楼

邮 编: 100078

网 址: <http://www.pmph.com>

E-mail: pmph@pmph.com

购书热线: 010-67605754 010-65264830

印 刷: 北京市文林印务有限公司

经 销: 新华书店

开 本: 787×1092 1/16 印张: 6.25

字 数: 147 千字

版 次: 2008 年 3 月第 1 版 2008 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

标准书号: ISBN 978-7-117-09902-8/R·9903

定 价: 11.00 元

版权所有, 侵权必究, 打击盗版举报电话: 010-87613394

(凡属印装质量问题请与本社销售部联系退换)

前言

根据全国中等卫生职业教育卫生部“十一五”规划教材主编人会议精神;为了使《数学应用基础》课程教学更加切合卫生部新一轮教学大纲的要求,使教材的编写意图更加明确地展示,由《数学应用基础》参编人员共同编写了这本配套教材《数学应用基础学习指导与习题集》。

本书以教材的章节为序,每节列出学习目标,对教材中的重点、难点进行了较为详尽的分析并对学法给予指导。每节后配有随堂测评,形式分 A、B 两个层次。A 层次内容为基本知识训练;B 层次内容为创新能力应用,着重加深对学科内涵的理解,培养学生分析问题和解决问题的能力。每章附知识框架图及自我测评,供学习者在复习教材的基础上随时检测,自评学习效果。各章末列有参考答案,理清学生解题技巧和方法,达到举一反三的功效。

在本书编写中,卫生部教材办及各参编学校给予热情的支持和帮助,在此一并致谢!

由于编写时间仓促,所编内容难免有疏漏不妥之处,真诚期待同行专家及读者在使用过程中予以批评指正。

张守芬

2007. 10

目 录

第一章 集合	1
第一节 集合与集合的表示方法	1
第二节 集合之间的关系	3
第三节 集合之间的运算	4
知识框架图	6
本章自我测评	6
参考答案	8
第二章 函数	10
第一节 函数的概念	10
第二节 函数的表示法及在医学中的应用	12
第三节 函数的性质	15
知识框架图	18
本章自我测评	18
参考答案	21
第三章 指数函数与对数函数	24
第一节 指数与指数函数	24
第二节 对数与对数函数	26
附 指数函数与对数函数在医药上的应用	30
知识框架图	31
本章自我测评	31
参考答案	33
第四章 三角函数	35
第一节 角的概念的推广及角的度量	35
第二节 任意角的三角函数	38
第三节 三角函数的图像和性质	42
知识框架图	46
本章自我测评	46
参考答案	48
第五章 数列	51
第一节 数列	51

第二节 等差数列	53
第三节 等比数列	55
第四节 数列的应用	58
知识框架图	61
本章自我测评	61
参考答案	63
 第六章 排列与组合	66
第一节 分类计数原理与分步计数原理	66
第二节 排列	68
第三节 组合	70
知识框架图	73
本章自我测评	73
参考答案	75
 第七章 概率初步	77
第一节 随机事件的概率	77
第二节 互斥事件有一个发生的概率	80
第三节 相互独立事件同时发生的概率	83
知识框架图	87
本章自我测评	88
参考答案	90

第一章 集 合

第一节 集合与集合的表示方法

集合的概念及其基本理论成为集合论,是德国数学家康托尔在 19 世纪末创立的。它是近代数学的基础,许多重要的数学分支如数理逻辑、近世代数、实数函数、概率统计等都建立在集合论的基础上,集合论及其反映的数学思想,越来越广泛地渗透到自然科学中。本章集合的初步知识是学习、掌握和使用数学语言的基础,也是中专数学学习的出发点。

一、学习目标

1. 初步了解集合的概念,掌握常用数集及其表示方法。
2. 初步了解元素与集合之间的关系、有限集和无限集的概念。
3. 掌握集合的表示方法,能正确表示一些简单集合。

二、点击要点

1. 重点分析 本节重点是集合的基本概念。

集合是数学中的原始概念,我们不能用其他更基本的概念来给它下定义,就像平面几何中点、直线、平面等概念,就是不定义概念,我们只能作描述性的说明。教材中就分别取人、数、点、图形、物质五个实例引入集合的概念,从而使我们认识到集合是一些确定的不同的东西的总体,也就是教材中把集合描述为“某些确定的对象组成的整体”。

2. 难点释疑 集合的表示法是本节的重点也是难点。

(1) 列举法:使用列举法表示集合应注意以下几个问题:①元素间用“,”分隔;②元素不重复;③元素没有先后顺序;④一般用来表示有限集。对一些含有较多元素或无限个元素的集合,如果集合的元素有明显的规律,也可用列举法,例如:所有正偶数组成的集合,可表示为

$$\{2, 4, 6, \dots, 2n, \dots, \text{其中 } n \in \mathbf{N}^*\}$$

(2) 描述法: $\{x|p\}$ 其中 x 为该集合中元素的代号, p 是 x 所具有公共属性。描述法表示集合有两种,一种是用语言描述,例如: $\{\text{平行四边形}\}$; 另一种是用数学公式描述,例如: $\{x|3x-5=-2\}$ 。集合内元素公共属性不鲜明的不宜用描述法表示。

3. 学法指导

(1) 列举法和描述法是表示集合的两种不同的方法,究竟如何选用要看具体问题而定。

有些集合两种方法都可以,例如:“小于 5 的自然数组成的集合”用列举法表示为: $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, 用描述法表示为: $\{x|x < 5, x \in \mathbf{N}\}$; 有些集合只能用一种方法表示,例如:

“所有的三角形构成的集合”，只能用描述法表示，可以表示为： $\{\text{三角形}\}$ 。

(2) 在解题时注意区别 0 、 $\{0\}$ 与 $\emptyset$ 的区别： 0 是一个元素， $\{0\}$ 是一个单元素集，而 $\emptyset$ 表示空集，不含有任何元素。

三、随堂测评

A 组(基本知识训练)

1. 下列每组对象能否构成集合(在括号内填“能”或“不能”)。

- (1) 平面内的所有点； ()
- (2) 某卫校一年级全体女生； ()
- (3) 所有高大的树； ()
- (4) 无限接近零的数。 ()

2. 用适当方法表示下列集合，并说出是空集、有限集还是无限集。

- (1) 方程 $x^2 - 9 = 0$ 的解集；
- (2) 内角和大于 180° 的三角形；
- (3) 大于 10 的自然数；
- (4) 倒数等于它本身的实数。

3. 设 $M = \{1, 2, 3\}$ ，下面表示是否正确(在括号内填“ $\sqrt{}$ ”或“ $\times$ ”)。

- (1) $2 \notin M$ ； ()
- (2) $4 \notin M$ ； ()
- (3) $1 \in M$ ； ()
- (4) $1 \in M$ 或 $1 \notin M$ 。 ()

B 组(创新能力应用)

1. 把下列集合用另外一种形式表示出来。

- (1) $A = \{(x, y) | x + y = 3, x, y \in \mathbf{N}\}$ ；
- (2) $B = \{x | (x-1)^2(x-2) = 0\}$ ；
- (3) $C = \{\text{中国的首都}\}$ 。

2. 用适当符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空。

- (1) 0 $\{1, 2, 3\}$ ；
- (2) 1 $\emptyset$ ；
- (3) -3 $\mathbf{Q}$ ；
- (4) $\sqrt{2}$ $\mathbf{Q}$ ；
- (5) π $\mathbf{R}$ ；
- (6) 5 $\mathbf{Z}$ ；
- (7) -5 $\mathbf{N}$ ；
- (8) 0 $\mathbf{N}^*$ 。

第二节 集合之间的关系

一、学习目标

1. 熟悉集合的包含、相等关系的含义。
2. 理解子集、真子集的概念。
3. 了解空集的意义。

二、点击要点

1. 重点分析 本节的重点为理解子集、真子集及集合相等的概念,因为这些概念之间联系密切,并且都是从元素与集合关系出发来定义的。这些概念不仅是这节的主要内容,对后面有关知识也有很大的影响。要掌握这些内容,要紧抓元素与集合之间的关系,两个集合 $A \subseteq B, A \not\subseteq B, A \subset B$ 及 $A = B$, 都是从元素与集合之间的关系入手。要注意 $A \subseteq B$ 与 $A \subset B$ 的区别,要证 $A \subset B$, 需分两步,第一步, A 中的每一个元素都属于 B ; 第二步, B 中至少有一个元素不属于 A , $A = B$ 可从 A 的元素和 B 的元素完全一样去理解,也可从子集的角度,说明 $A \subseteq B$ 与 $B \subseteq A$ 同时成立即可。

2. 难点释疑 本节的难点是元素与子集、属于与包含之间的区别。

(1) 在学习子集、真子集的符号时,一定要注意符号的方向, $A \subseteq B$ 与 $B \supseteq A$ 是同义的, $A \subseteq B$ 与 $B \subseteq A$ 是不同的。

(2) 注意区分一些容易混淆的符号: ① $\in$ 和 $\subseteq$ 的区别: “ $\in$ ”表示元素与集合之间的关系, “ $\subseteq$ ”表示集合与集合之间的关系。例如 $1 \in \mathbf{N}, -1 \notin \mathbf{N}, \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{R}, \emptyset \subseteq \mathbf{N}$ 等。② a 与 $\{a\}$ 的区别: 一般地, a 表示一个元素, $\{a\}$ 表示只含有一个元素 a 的集合。例如 $1 \in \{0, 1, 2\}, 0 \in \{0\}, \{1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$ 。③ $\{0\}$ 与 $\emptyset$ 的区别: $\{0\}$ 是含有一个元素的集合, $\emptyset$ 是不含任何元素的集合, 两者关系为 $\emptyset \subset \{0\}$ 。

3. 学法指导

(1) 判定两个集合的关系时, 要从集合中的元素入手。

(2) 求一个给定集合的子集, 可以理解为求该集合的一部分元素或全部元素构成的新集合以及空集。需要注意的是空集是任一集合的子集, 任一非空集合的真子集。

三、随堂测评

A 组(基本知识训练)

1. 判断下列说法是否正确(在括号内填“ $\checkmark$ ”或“ $\times$ ”)。

- (1) 空集没有子集; ()
- (2) 任何集合至少有两个子集; ()
- (3) 空集是任何集合的真子集; ()
- (4) 若 $\emptyset \subset A$, 则 $A \neq \emptyset$. ()

2. 判断集合之间的关系。

- (1) $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d, e\}$;

(2) $A=\emptyset$; $B=\{\text{小于零的正整数}\}$;

(3) $A=\{\text{圆}\}$, $B=\{\text{半径等于1的圆}\}$;

(4) $A=\{x|x\leq 3, x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x|x\leq -1, x\in\mathbf{R}\}$ 。

3. 已知 $A=\{x|-1\leq x\leq 1, x\in\mathbf{Z}\}$, 求集合 A 的子集和真子集。

B 组(创新能力应用)

判断集合之间的关系。

(1) $A=\{1, 2, 4\}$, $B=\{x|x \text{ 是 } 8 \text{ 的约数}\}$;

(2) $A=\{x|x=3k, k\in\mathbf{N}\}$, $B=\{x|x=6m, m\in\mathbf{N}\}$;

(3) $A=\{x|x \text{ 是 } 4 \text{ 与 } 10 \text{ 的倍数}\}$, $B=\{x|x=20m, m\in\mathbf{N}^*\}$ 。

第三节 集合之间的运算

一、学习目标

1. 掌握交集、并集、补集的概念和性质。
2. 能正确进行集合的交、并、补运算。

二、点击要点

1. 重点分析 本节的重点是交集、并集、补集的概念。

(1) 集合 A 和集合 B 的交集是由两个集合的公共元素组成的, 这一元素既具有集合 A 中元素的特性, 又具有集合 B 元素的特性。例如: $A=\{\text{直角三角形}\}$, $B=\{\text{等腰三角形}\}$, $A\cap B=\{\text{等腰直角三角形}\}$ 。

集合 A 与集合 B 的并集是由集合 A 与集合 B 的元素合并起来构成的新集合, 其中元素具有集合 A 的特性或具有集合 B 的特性。例如: $A=\{\text{普护二班三好学生}\}$, $B=\{\text{普护二班团员}\}$, $A\cup B=\{\text{普护二班的三好学生或团员}\}$ 。

(2) 补集是相对于全集而言的, 如果全集不同, 同一个集合的补集也不相同; 离开了全集, 补集就不存在了, 因此求补集时, 一定要明确全集。例如: $U_1=\{\text{卫校学生}\}$, $U_2=\{\text{卫校护理专业学生}\}$, $A=\{\text{卫校护理二班学生}\}$, 则 $\complement_{U_1} A=\{\text{卫校非护理二班的学生}\}$, $\complement_{U_2} A=\{\text{卫校非护理二班的护理专业的学生}\}$ 。

2. 难点释疑 本节的难点是理解补集的含义, 以及集合的交、并、补的运算。在集合运算中要准确把握集合运算符号, 理解其真正含义。“ $\cap$ ”是交集的运算符, “ $\cup$ ”是并集运算符, “ $\complement_U A$ ”符号中, 注意 A 是 U 的子集, U 是全集。

3. 学法指导 求交集、并集和补集可以用维恩图来帮助思考,图 1-1 是两个集合之间关系的所有维恩图,你能指出下面各种情况的交集和并集吗?

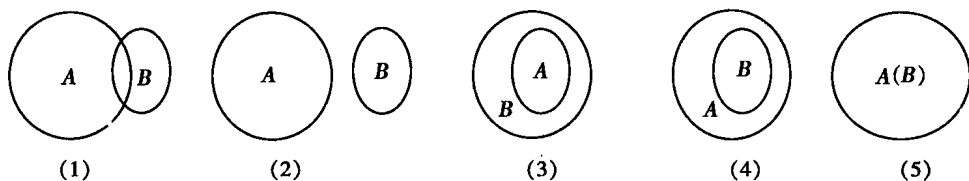


图 1-1

三、随堂测评

A 组(基本知识训练)

1. 已知 $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{c,d,e,f\}$, $C=\{e,f,g,h\}$,

求(1) $A \cap B, B \cap C, A \cap C, A \cap (B \cap C)$;

(2) $A \cup B, B \cup C, A \cup C, A \cup (B \cup C)$ 。

2. 已知 $A=\{x|x>-5\}$, $B=\{x|x \leq 2\}$, 求 $A \cap B, A \cup B$ 并用数轴表示。

3. 已知 $A=\{\text{平行四边形}\}$, $B=\{\text{四边形}\}$, 求 $A \cap B, A \cup B$ 。

4. 已知 $U=\{\text{三角形}\}$, $A=\{\text{直角三角形}\}$, $B=\{\text{钝角三角形}\}$, 求 $\complement_U A, \complement_U B$ 。

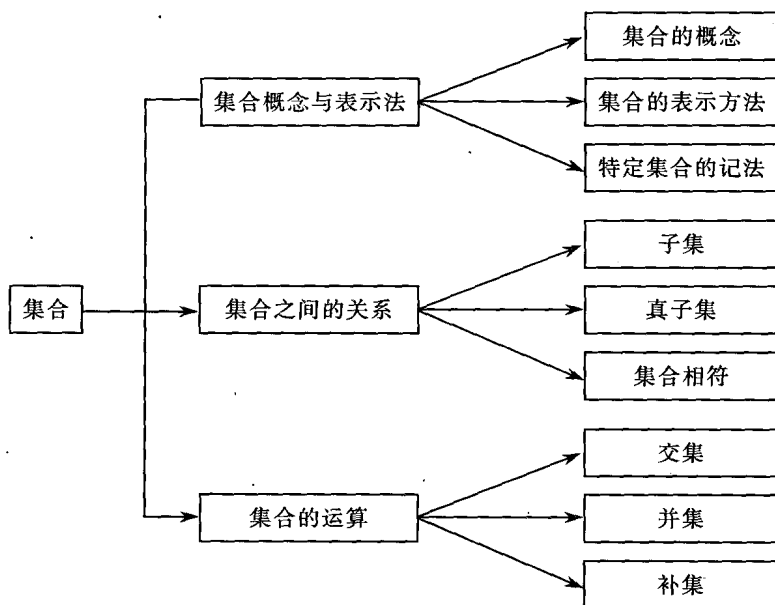
B 组(创新能力应用)

1. 已知 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{2, 4, 5, 6\}$, 则 B 集合中至少应该有哪几个元素?

2. 已知 $A=\{1,2,5\}$, $\complement_U A=\{3,4,6\}$ 求 U 。

3. 如果 $A=\{1,2,5\}$, $B=\{2,3,4,6\}$, 则 B 可能是 A 的补集吗?

知识框架图



本章自我测评(60 分钟)

一、用适当的符号($\in, \notin, \subseteq, \supseteq, =$)填空(20 分)

- $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$;
- $\emptyset \underline{\hspace{1cm}} \{1,2\}$;
- $\{1,2,3\} \underline{\hspace{1cm}} \{1,2\}$;
- $\{x|x+1=x+2\} \underline{\hspace{1cm}} \emptyset$;
- $-2 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$;
- $1.5 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$;
- $2 \underline{\hspace{1cm}} \{0,1,2\}$;
- $\mathbf{N} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$;
- $A \cap B = \{1,2\}$, 则 $1 \underline{\hspace{1cm}} A$;
- $A = \{x|x>0\}$, $B = \{x|x>1\}$, 则 $A \underline{\hspace{1cm}} B$ 。

二、判断下列叙述是否正确(20 分)

- x 是 A 的元素, 记作 $x \in A$;
- $\{1,2\}$ 的所有子集是 $\{1\}, \{2\}, \{1,2\}$;
- $\{a,b,c,d\} = \{d,c,a,b\}$;

4. $\{x|x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$;
5. $A\cup B=\{x|x\in A \text{ 且 } x\in B\}$;
6. $A\cap B=\{x|x\in A \text{ 或 } x\in B\}$;
7. $A\cap B\subseteq A$ 且 $A\cap B\subseteq B$;
8. 如果 $A\cup B=A$, 则 $B\subseteq A$;
9. $A\cap B=B\cap A$ 且 $A\cup B=B\cup A$;
10. $\complement_U A\cap A=U$.

三、选择题(24分)

1. 已知 $S=\{1,2,3\}$, 则 S 有()个子集.
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
2. 下列叙述不能构成集合的是().
(A) 全体自然数 (B) 所有三角形
(C) 某卫校全体学生 (D) 某班的所有好人
3. 如果 $S=\{x|x>-1\}$, 那么().
(A) $0\subseteq S$ (B) $\{0\}\in S$ (C) $\emptyset\in S$ (D) $\{0\}\subseteq S$
4. 如果 $X=\{x|x^2-x=0\}$, $Y=\{x|x^2+x=0\}$, 那么 $X\cap Y$ 等于().
(A) 0 (B) $\{0\}$ (C) $\emptyset$ (D) $\{-1,0,1\}$
5. 如果 $U=\{1,2,3,4,5\}$, $M=\{1,3,4\}$, $N=\{2,4,5\}$, 则 $\complement_U M\cap\complement_U N$ 等于().
(A) $\emptyset$ (B) $\{1,3\}$ (C) $\{4\}$ (D) $\{2,5\}$
6. $A\cap B=\{1,2\}$, $B=\{1,2,3,4\}$, 则 A 可能是().
(A) $\{1,2\}$ (B) $\{1,2,3\}$ (C) $\{1,2,4\}$ (D) $\{2,3,4\}$

四、用适当集合表示下列阴影部分(16分)

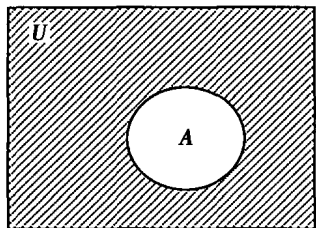


图 1-2

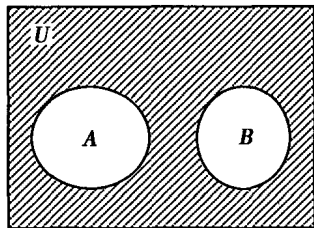


图 1-3

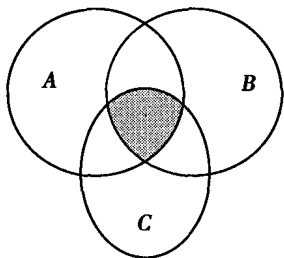


图 1-4

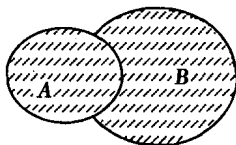


图 1-5

五、计算(20分)

1. 若 $U=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$, $A=\{0,1,2,3\}$, 求 $\complement_U A$;

如果 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 则 $\complement_U A$ 又等于什么?

2. 某班有学生 40 名, 参加了语文和数学两个课外兴趣小组, 参加语文小组的有 18 人, 参加数学小组的有 27 人。

(1) 如果每个同学至少参加一个课外兴趣小组, 求同时参加语文和数学两个兴趣小组的学生人数;

(2) 如果班级有 5 人两个小组都没参加, 求只参加一个兴趣小组的同学有多少人。

参 考 答 案

第一节 集合与集合的表示方法

A 组(基本知识训练)

- (1)能; (2)能; (3)不能; (4)不能。
- (1) $\{-3, 3\}$ 有限集; (2)空集; (3) $\{x|x>10, x \in N\}$ 无限集; (4) $\{-1, 1\}$ 有限集。
- (1) $\times$; (2) $\checkmark$; (3) $\checkmark$; (4) $\times$ 。

B 组(创新能力应用)

- (1) $\{(0, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 0)\}$; (2) $\{1, 2\}$; (3) $\{\text{北京}\}$ 。
- (1) $\notin$; (2) $\notin$; (3) $\in$; (4) $\notin$; (5) $\in$; (6) $\in$; (7) $\notin$; (8) $\notin$ 。

第二节 集合之间的关系

A 组(基本知识训练)

- (1) $\times$; (2) $\times$; (3) $\times$; (4) $\checkmark$ 。
- (1) $A \subsetneq B$; (2) $A = B$ (3) $A \supsetneq B$; (4) $A \supsetneq B$ 。
- 集合 A 的子集: $\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}, \{-1, 0, 1\}$; 真子集 $\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}$

B 组(创新能力应用)

- (1) $A \subsetneq B$; (2) $A \supsetneq B$; (3) $A = B$ 。

第三节 集合之间的运算

A 组(基本知识训练)

- (1) $A \cap B = \{c, d\}, B \cap C = \{e, f\}, A \cap C = \emptyset, A \cap (B \cap C) = \emptyset$;
(2) $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}, B \cup C = \{c, d, e, f, g, h\}$,

$$A \cup C = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}, A \cup (B \cup C) = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}.$$

2. $A \cap B = \{x | -5 < x \leq 2\}, A \cup B = \mathbf{R}$, 图略。

3. $A \cap B = A, A \cup B = B$ 。

4. $\complement_U A = \{\text{锐角或钝角三角形}\}, \complement_U B = \{\text{锐角或直角三角形}\}。$

B 组(创新能力应用)

1. B 中至少有 1 和 3 两个元素。

2. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}。$

3. 不能。

本章自我测评

- 一、1. $\in$; 2. $\subseteq$; 3. $\supsetneq$; 4. $=$; 5. $\in$; 6. $\notin$; 7. $\in$; 8. $\subseteq$; 9. $\in$;
10. $\supsetneq$ 。
- 二、1. $\checkmark$; 2. $\times$; 3. $\checkmark$; 4. $\checkmark$; 5. $\times$; 6. $\times$; 7. $\checkmark$; 8. $\checkmark$; 9. $\checkmark$;
10. $\times$ 。
- 三、1. C; 2. D; 3. D; 4. B; 5. A; 6. A。
- 四、1. $\complement_U A$; 2. $\complement_U (A \cup B)$; 3. $A \cap B \cap C$; 4. $A \cup B$ 。
- 五、1. (1) $\complement_U A = \{-3, -2, -1\}$; (2) $\complement_U A = \{4, 5\}$;
2. (1) $(18+27)-40=5$ (人), 两个小组都参加的有 5 人,
(2) $40-5=35$ (有 35 人参加兴趣小组),
 $(18+27)-35=10$ (人)两个小组都参加的有 10 人;
 $35-10=25$ (人)只参加一个小组的有 25。

(陈 芹)

第二章 函 数

世界上的事物是变化着的,一个事物常依赖于另一个事物(或几个事物)的变化而变化,函数的本质是变量以及它们之间的对应关系。

函数关系,内容丰富,外延广博,函数的基础知识在数学和其他许多学科中,特别是在医药学研究中有广泛的应用。

第一节 函数的概念

一、学习目标

1. 熟悉函数的概念,掌握求函数定义域的基本方法。
2. 能判断两个函数是否相同,会求简单函数的值域。
3. 了解区间的概念,能正确运用区间符号表示数集。

二、点击要点

1. 重点分析 函数的定义域、对应法则是函数的两个要素。

(1) 对应法则:在函数记号 $y=f(x)$ 中, f 代表对应法则。等式 $y=f(x)$ 表明,对于定义域中的任意 x ,在对应法则 f 的作用下,即可得到 y 。当情况比较简单时,对应法则 f 可用一个解析式来表示,但在许多问题中,对应法则 f 不可能用一个解析式来表示,这时就必须采用其他方法,如列表或图像等。

(2) 定义域:定义域是自变量 x 的取值范围,它是函数不可缺少的组成部分。定义域不同而解析式(对应法则)相同的函数,应看作是两个不同的函数。例如,二次函数 $y=x^2$,它的定义域通常是实数集,但当考察正方形的边长与面积的关系时,它的定义域是正实数集,显然,这两个函数是不同的函数,它们的不同也可从它们的图像相异来得到验证。一般地,如果不加说明,函数的定义域就是使函数的解析式有意义的实数 x 的集合,在实际问题中,还必须考虑自变量 x 所代表的具体的量的允许值范围。

2. 难点释疑 在函数 $y=f(x)$ 中,与自变量 x 的值对应的 y 值叫做函数值,函数值的集合叫做函数的值域。在多数情况下,一旦定义域和对应法则确定,函数的值域也就随之确定。因此定义域和对应法则为“ y 是 x 的函数”的两个条件,缺一不可。只有当两个函数的定义域和对应法则都分别相同时,这两个函数才是相同的函数,这就是说:①定义域不同,两个函数也就不同;②对应法则不同,两个函数也是不同的;③即使是定义域和值域都分别相同的两个函数,它们也不一定是同一函数,因为函数的定义域和值域不能唯一地确定函数的对应法则。例如, $y=x+1$ 与 $y=2x+1$,其定义域都是 $\mathbf{R}$,值域都是 $\mathbf{R}$,也就是说,这两个函数的定义域和值域相同,但它们的对应法则是不同的,因此不能说这两个函数是同一函数。

3. 学法指导

(1) 求函数定义域的方法

- 1) 当函数 $y=f(x)$ 用表格给出时, 函数的定义域是指表格中实数 x 的集合。
 2) 当函数 $y=f(x)$ 用图像给出时, 函数的定义域是指图像上所有点的横坐标组成的数集。

3) 当函数 $y=f(x)$ 用解析式给出时, 函数的定义域是指使解析式有意义的实数 x 的集合。①若 $f(x)$ 是整式, 则定义域为全体实数; ②若 $f(x)$ 是分式, 则定义域为使分母不为零的全体实数; ③若 $f(x)$ 是偶次根式, 则定义域为使被开方式为非负的全体实数; ④若 $f(x)=x^0$ 的定义域是 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 。

4) 当函数 $y=f(x)$ 由实际问题给出时, 函数的定义域由问题的实际意义确定。

(2) 怎样才能学好中专数学——模型观点: 中专数学与初中数学相比较, 无论是内容上还是学法上, 差异都很大。为了帮助同学们尽早进入最佳学习情景, 这里同大家谈一下模型观点。

数学模型就是一类数学问题的代表形式, 它的代表作用体现在一类问题的共性上。

例如: 反比例函数的模型是 $y=\frac{k}{x}$ (k 是常数, 且 $k \neq 0$), 它的共性有 $x \neq 0$; 图像是双曲线且关于原点对称, $k > 0$, 图像在第一、三象限; $k > 0$ 且 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小; 等等。

又如, 用描述法表示集合, 它的模型就是 $\{P \mid P \text{ 适合的条件}\}$ 。

(3) 判断两个函数是否相同的方法: 若定义域与对应法则分别相同, 则为相同函数, 否则为不同函数。

三、随堂测评

A 组(基本知识训练)

1. 下列图形 2-1 中, 能作为某个函数的图像的只能是()。

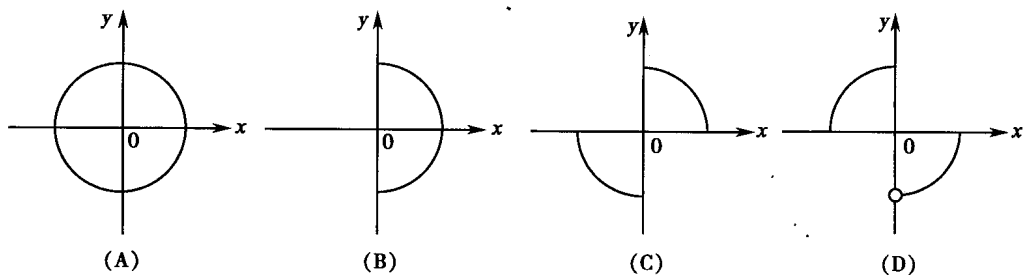


图 2-1

2. 若 $f(x)=2x+1$, 则 $f(-2)=$ _____, $f(a)=$ _____, $f(-x)=$ _____, $-f(x)=$ _____, $f(2x)=$ _____, $f[f(x)]=$ _____。

3. 已知变量 x 和 y 的关系式如下, 将它们改写成 $y=f(x)$ 的形式:

- (1) $4x-2y=1$; (2) $xy=3$;
 (3) $x+xy^3=1$; (4) $x+y+xy-1=0$ 。