

[美] 蒋中一 著  
[加] 凯尔文·温赖特

# 数理经济学的 (第4版) 基本方法

FUNDAMENTAL METHODS  
OF MATHEMATICAL ECONOMICS

刘学 顾佳峰 译 / 刘学 审校



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

# 数理经济学的基本方法

(第4版)

[美] 蒋中一 [加] 凯尔文·温赖特 著

刘 学 顾佳峰 译

刘 学 审校



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

北京市版权局著作权合同登记 图字:01-2005-4916号  
图书在版编目(CIP)数据

数理经济学的基本方法(第4版)/(美)蒋中一,(加)凯尔文·温赖特著;刘学,顾佳峰译. —北京:北京大学出版社,2006.11

ISBN 7-301-10004-3

I. 数… II. ①蒋… ②温… ③刘… ④顾… III. 数理经济学  
IV. F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第128810号

书 名:数理经济学的基本方法(第4版)

著作责任者:[美]蒋中一 [加]凯尔文·温赖特 著 刘学 顾佳峰 译  
责任编辑:朱启兵

标准书号:ISBN 7-301-10004-3/F·1275

出版发行:北京大学出版社

地 址:北京市海淀区成府路205号 100871

网 址:<http://www.pup.cn>

电 话:邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752926  
出版部 62754962

电子邮箱:em@pup.pku.edu.cn

印 刷 者:北京中科印刷有限公司

经 销 者:新华书店

890mm×1240mm A5 27.625印张 795千字

2006年11月第1版 2006年11月第1次印刷

定 价:52.00元

---

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024 电子邮箱:fd@pup.pku.edu.cn

## 作者简介

**蒋中一 (Alpha C. Chiang)**

美国康涅狄格大学荣誉教授。

**凯尔文·温赖特 (Kevin Wainwright)**

任教于加拿大西蒙·弗雷泽大学 (Simon Fraser University) 经济系及大不列颠哥伦比亚技术学院 (British Columbia Institute of Technology) 商学院, 并担任大不列颠哥伦比亚技术学院工商管理学士学位项目主任。

## 译者简介

**刘学**

北京大学光华管理学院教授, 卫生经济与管理学系副系主任。

**顾佳峰**

北京大学光华管理学院博士, 现任教于北京大学教育学院。

## 内 容 简 介

本书是一本经典的数理经济学教科书,自首次出版以来已获得国内外使用者的广泛认可。本书涵盖以下主要内容:静态(均衡)分析、比较静态分析、最优化问题、动态分析,全书结合数学方法在经济学中的应用,由浅入深、循序渐进地阐述了矩阵代数、导数与微分、积分学、微分方程与差分方程、最优控制理论等经济学中使用的主要数学方法。全书省略了过于艰深的数学证明,而将重点放在数学方法的经济应用上,书中穿插了大量的例题与习题,从而适用于致力于学习基本数学方法的经济专业的学生,也适于学生自学。在保持以前版本的主要目的、风格、结构的基础上,本版(第4版)主要做了以下改进:一是将数学规划问题放在第13章(“最优化问题”部分的最后一章),定名为“最优化问题的其他主题”;二是新增了关于最优控制理论的内容(第20章);另外,对部分习题也进行了重新编排,使其在帮助巩固所学知识的同时,更能激发学生的自信,给予学生更好地表现能力的机会。

## 译者序

在当代各门学科中,经济学已经成为应用数学知识最为普遍、最为深入的学科之一。有效地掌握数学理论和方法,已成为步入经济学殿堂的一个必备条件。

蒋中一(Alpha C. Chiang)先生所著的《数理经济学基本方法》,是美国很多大学长期应用的优秀数理经济学教材。它的最大特点在于把经济分析循序渐进的发展过程(从静态分析、比较静态分析到最优化问题、动态分析等)与数学方法和工具由易到难、由简到繁的深化过程(从矩阵代数、微积分、微分方程到差分方程和最优控制等)有机地结合起来,通过大量的经济分析例证,使学习者能够深入浅出、系统完整地掌握理解经济学所需要的数学知识和方法,在避免为深奥的数学推导所困扰的同时,真正欣赏和体验现代经济学的美妙。没有深厚的数学功底和渊博的经济学知识,是不可能达到这种完美的境界的。这里,我们要再次向蒋中一先生表示敬意。

《数理经济学基本方法》第四版在保持第三版的基本结构以及内容的浅显易懂性和可读性的同时,对内容做了很多重要的修改:关于数学规划问题现在被放在第13章,取名为“最优化问题的其他主题”,在第20章增加了最优控制理论,同时还对许多章节的细节包括习题等,结合现代经济学的发展,进行了大量的改进,更便于读者学习和理解。

在《数理经济学基本方法》第四版即将付印之际,北京大学出版社约我写个序言,唤起我对第三版翻译过程的回忆。毕竟站在译者角度,翻译第三版的工作量和难度要比第四版大得多,特别是第四版的翻译还有了一个新的合作者——顾佳峰博士的加入。第三版的翻译工作始于1997年,正值我在光华管理学院攻读博士学位之际。伏案三年,五百字的稿纸写了接近两千页。为了避免数学公式抄写时出现错误,也为了出版社打印书稿时更便于识别数学符号,我把原稿

复印下来,然后将公式部分剪切下来,粘贴在稿纸中预留的位置上。而这个剪切和粘贴的工作,则是我太太和当时仅有四岁的儿子共同完成的。儿子的责任感和专注,让我感动,更让我骄傲。

第三版在 2001 年出版以后,国内许多大学采用这本书作为教材,商务印书馆重印了很多次,译者在这里向使用这本书的朋友和同学表示诚挚的谢意。另外,还有部分读者给我发信,纠正翻译中的部分不当之处,这里在感谢的同时,也期望读者依然能够继续指出这一版翻译中的错误,以便为以后的完善提供保证。另外,我们还要向北京大学出版社的责任编辑朱启兵先生表示谢意,他对本书部分译法的极具专业性的修改建议以及在其他方面所付的辛苦和贡献,已经远远超过了责任编辑正常的工作范围。当然,翻译中的错误和不当,完全由译者承担。

刘 学

2006 年温暖的初冬于北京大学光华管理学院

## 序 言

本书是为那些致力于学习基本数学方法的经济专业的学生而写的。这些数学方法已成为正确理解当前经济文献的必不可少的工具。不幸的是,对于多数学生而言,学习数学恰如服食苦口良药:必要而且难以回避,却又非常艰涩。这种被称之为“数学焦虑症”的态度的根源,我们相信很大程度上在于数学不当的陈述方式。在“简洁即美”的信念的驱使下,数学解释有时只是为了清晰而过于简洁,从而使学生感到困惑,产生一种认为自身知识不足的错误意识。过分正式的表述,如果不能伴以直观的解释,或者“贴切”的证明,就会挫伤学生学习的动力;内容水平的参差不齐也会使某些数学问题表现得比它们实际的难度要大。最后,过分复杂的练习题往往会击垮学生的信心,而不是激发他们思考。

基于以上认识,我们作了极大努力以缩小导致数学焦虑症的问题。在可能的范围内,我们对有关内容进行了耐心而又明晰的解释,并审慎地采用了一种非正式的“读者友好”的方式。在顺序的安排上,我们力图预测并且回答那些学生在阅读时,心中有可能提出的问题。为强调数学对经济学的价值,我们让经济学家的分析需要驱动对相关数学方法的学习,然后立即以适当的经济模型演示说明这种数学方法。而且,一系列数学工具的介绍也是认真地建立在循序渐进的基础之上的。我们首先介绍基本的数学工具,以作为后面要讨论的更复杂的工具的阶梯。在合适的场合,还采用图形解释以对代数的结果予以直观的支持。此外,我们设计了一些练习题。这些练习题更能帮助读者巩固自己所掌握的知识,并激发自信心,而不是那种有可能不小心挫伤并吓跑初学者的挑战。

本书涵盖如下主要经济分析的内容:静态(或均衡)分析、比较静态学、最优化问题(静态学的一种特例)、动态学和动态优化。为掌握上述内容,本书介绍了如下数学方法:矩阵代数、微积分、微分方程、差



分方程和最优控制理论。由于书中介绍了大量宏观、微观经济模型,所以,本书对那些已受过数学训练,但需要一个向导,引导其由数学王国步入经济学殿堂的人来说,也是极有裨益的。基于同样的原因,本书不仅可以作为数学方法的教科书,而且也可以作为学习宏观经济理论、微观经济理论、经济增长与经济发展理论等课程的补充读物。

尽管依然保持了前几版的主要目的、风格、结构,本版还是作了如下几个重要修改:关于数学规划问题现在被放在第 13 章,名为“最优化问题的其他主题”,该章有两个主题:不等式约束下的优化问题和包络定理。在前一个主题下,库恩-塔克条件以与上一版类似的形式得到发展。但是,通过经济应用,比如尖峰定价和配额等例子使库恩-塔克条件得到进一步强化。第二个主题与包络定理、最大值函数和对偶的发展有关。通过在多个经济模型中应用包络定理,我们推导出罗伊恒等式、谢泼德引理和霍特林引理等重要结论。

本版新增的第二个内容是第 20 章“最优控制理论”。该章的目的是为了向读者介绍基本的最优控制理论,并通过自然资源经济和最优增长理论的例子来证明其如何应用在经济分析中。这部分主要的内容来自《动态优化基础》(*Elements of Dynamic Optimization*)中的优化控制理论,这本书也是由蒋中一编写(最初由麦格劳-希尔(McGraw-Hill)在 1992 年出版,现在由魏兰出版社(Waveland Press)出版),在那本书中详细阐述了优化控制及其先导课程变分法。

另外,本版还有其他改进:在第 3 章,我们扩展了通过因子法来求解高阶多项式方程的方法(3.3 节)。在第 4 章,增加了关于马尔可夫链的新内容。在第 5 章,我们介绍了通过阶梯矩阵来检查矩阵的秩(5.1 节),并把霍金斯-西蒙条件和里昂惕夫投入-产出模型联系在一起(5.7 节)。在经济应用方面,增加了许多例子和现存的应用。在 5.6 节,叙述了 IS-LM 模型的线性形式,在 8.6 节将其扩展到封闭和开放经济体,以此证明比较静态分析对于一般问题的适用性。其他的增加包括期望效用和风险偏好(9.3 节),包含 C-D 生产函数的利润最大化模型(11.6 节)和两阶段代际选择模型(12.3 节)。最后,习题被重新编辑,给予学生一个更好的表现能力的机会。

## 致 谢

在写作本书的过程中,我们应当向许多人表示感谢。首先是应当向那些数学家和经济学家表示感谢,他们的原创工作构成了本书的基础;其次,许多学生多年来的努力和提出的问题帮助形成了本书的思路和方法。

本书的前三版得益于下列人士(按字母顺序排序)的评论和建议:南希·S. 巴雷特(Nancy S. Barret)、托马斯·伯恩伯格(Thomas Birnberg)、E. J. 布思(E. J. R. Booth)、查尔斯·E. 巴特勒(Charles E. Butler)、罗伯特·格罗尔·凯里(Robert Grower Carey)、埃米莉·蒋(Emily Chang)、劳埃德·R. 科恩(Lloyd R. Chen)、加里·康奈尔(Gary Cornell)、哈拉尔德·迪克森(Harald Dickson)、约翰·C. H. 费(John C. H. Fei)、沃伦·L. 费希尔(Warren L. Fisher)、罗杰·N. 福尔瑟姆(Roger N. Folsom)、丹尼斯·R. 赫夫利(Dennis R. Heffley)、杰克·赫什雷菲尔(Jack Hirshleifer)、詹姆斯·C. 萧(James C. Hsiao)、荣凯军(Ki-Jun Jeong)、乔治·康多(George Kondor)、威廉·F. 洛特(William F. Lott)、保罗·B. 曼彻斯特(Paul B. Manchester)、彼得·摩根(Peter Morgan)、马克·纳洛夫(Mark Nerlove)、J. 弗兰克·夏普(J. Frank Sharp)、艾伦·G. 斯利曼(Alan G. Sleeman)、丹尼斯·斯塔里夫(Dennis Starleaf)、亨利·Y. 万(Herry Y. Wan, Jr.)和叶周南(Chiou-Nan Yeh)。

对于本版,我们诚挚地感谢下列人士的建议和思想,他们是:柯特·L. 安德森(Curt L. Anderson)、戴维·安多尔菲托(David Andolfatto)、詹姆斯·巴思盖特(James Bathgate)、C. R. 伯奇霍尔(C. R. Birchenhall)、迈克尔·鲍(Michael Bowe)、约翰·卡森(John Carson)、郑基文(Kimoon Cheong)、郑用升(Youngsub Chun)、卡姆兰·M. 达德克哈(Kamran M. Dadkhah)、罗伯特·德洛姆(Robert Delorme)、帕特里克·埃默森(Patrick Emerson)、罗杰·尼尔斯·福尔

瑟姆(Roger Nils Folsom)、保罗·戈姆(Paul Gomme)、特里·希普斯(Terry Heaps)、苏珊娜·赫尔本(Suzanne Helburn)、梅尔文·尤古(Melvin Iyogu)、荣凯军(Ki-Jun Jeong)、罗比·琼斯(Robbie Jones)、约翰·凯恩(John Kane)、金亨镐(Heon-Goo Kim)、乔治·康多(George Kondor)、古慧雯(Hui-wen Koo)、斯蒂芬·莱森(Stephen Layson)、布恩·T. 利姆(Boon T. Lim)、安东尼·M. 马里诺(Anthony M. Marino)、理查德·迈尔斯(Richard Miles)、彼得·摩根(Peter Mogan)、拉斐尔·埃尔南德斯·努涅斯(Rafael Hernandez Nunez)、亚历克斯·帕纳吉德斯(Alex Panayides)、王兴贺(Xinghe Wang)和汉斯·奥拉夫·威斯曼(Hans-Olaf Wieseemann)。

我们对萨拉·邓恩(Sarah Dunn)表示深深的谢意,她作为打字员、校对者和研究助理提供了富有能力和奉献精神的工作。我们同样要对本书出版过程中丹尼斯·波顿(Denise Potten)所表现出的努力和逻辑技巧表示感谢。最后,我们向麦格劳-希尔公司的露西利·萨顿(Lucille Sutton)、布鲁斯·金(Bruce Gin)和露西·马林斯(Lucy Mullins)表示诚挚的谢意,因为他们处理本书手稿时表现出来的耐心和努力。当然,本书的最终版本和任何错误都由作者本人负责。

### 对如何使用本书的建议

由于本书的内容是按数学工具循序渐进的演化顺序来组织的,所以学习本书的理想方式当然是按本书的具体展开顺序来进行。不过,阅读顺序的某些调整是允许的:在完成一阶差分方程后(第15章),读者可以直接进入最优控制理论(第20章)。但是,如果直接从第15章到第20章,读者可以先看19.5节,那里处理两变量相位图。

如果比较静态不是主要问题,那么读者可以跳过一般函数模型的比较静态分析(第8章),从第7章直接跳到第9章。但是,在这种情况下,有必要忽略第11.7节、第12.5节的比较静态部分和第13章的对偶的讨论。

蒋中一(Alpha C. Chiang)

凯尔文·温赖特(Kevin Wainwright)

# 目 录

## 第一篇 导 论

<b>第 1 章 数理经济学的实质</b> .....	(3)
1.1 数理经济学与非数理经济学 .....	(3)
1.2 数理经济学与经济计量学 .....	(5)
<b>第 2 章 经济模型</b> .....	(7)
2.1 数学模型的构成 .....	(7)
2.2 实数系 .....	(10)
2.3 集合的概念 .....	(11)
2.4 关系与函数 .....	(18)
2.5 函数的类型 .....	(24)
2.6 两个或两个以上自变量的函数 .....	(30)
2.7 一般性水平 .....	(32)

## 第二篇 静态(或均衡)分析

<b>第 3 章 经济学中的均衡分析</b> .....	(37)
3.1 均衡的含义 .....	(37)
3.2 局部市场均衡——线性模型 .....	(38)
3.3 局部市场均衡——非线性模型 .....	(42)
3.4 一般市场均衡 .....	(49)
3.5 国民收入分析中的均衡 .....	(56)
<b>第 4 章 线性模型与矩阵代数</b> .....	(59)
4.1 矩阵与向量 .....	(60)
4.2 矩阵运算 .....	(63)
4.3 对向量运算的注释 .....	(72)

4.4	交换律、结合律、分配律 .....	(82)
4.5	单位矩阵与零矩阵 .....	(86)
4.6	矩阵的转置与逆 .....	(90)
4.7	有限马尔可夫链 .....	(96)
<b>第5章</b>	<b>线性模型与矩阵代数(续)</b> .....	(101)
5.1	矩阵非奇异性的条件 .....	(101)
5.2	用行列式检验非奇异性 .....	(108)
5.3	行列式的基本性质 .....	(115)
5.4	求逆矩阵 .....	(121)
5.5	克莱姆法则 .....	(127)
5.6	克莱姆法则在市场模型和国民收入 模型中的应用 .....	(132)
5.7	里昂惕夫投入-产出模型 .....	(138)
5.8	静态分析的局限性 .....	(149)

### 第三篇 比较静态分析

<b>第6章</b>	<b>比较静态学与导数的概念</b> .....	(153)
6.1	比较静态学的性质 .....	(153)
6.2	变化率与导数 .....	(154)
6.3	导数与曲线的斜率 .....	(157)
6.4	极限的概念 .....	(159)
6.5	关于不等式和绝对值的题外讨论 .....	(167)
6.6	极限定理 .....	(171)
6.7	函数的连续性与可微性 .....	(174)
<b>第7章</b>	<b>求导法则及其在比较静态学中的应用</b> .....	(182)
7.1	一元函数的求导法则 .....	(182)
7.2	相同变量的两个或两个以上函数的求导法则 .....	(186)
7.3	包含不同自变量的函数的求导法则 .....	(197)
7.4	偏微分 .....	(202)
7.5	导数在比较静态分析中的应用 .....	(207)
7.6	雅可比行列式的注释 .....	(213)

<b>第 8 章 一般函数模型的比较静态分析</b> .....	(217)
8.1 微分 .....	(218)
8.2 全微分 .....	(224)
8.3 微分法则 .....	(227)
8.4 全导数 .....	(230)
8.5 隐函数的导数 .....	(235)
8.6 一般函数模型的比较静态学 .....	(249)
8.7 比较静态学的局限性 .....	(265)

#### 第四篇 最优化问题

<b>第 9 章 最优化:一类特殊的均衡分析</b> .....	(269)
9.1 最优值与极值 .....	(269)
9.2 相对极大值和极小值:一阶导数检验 .....	(271)
9.3 二阶及高阶导数 .....	(277)
9.4 二阶导数检验 .....	(285)
9.5 麦克劳林级数与泰勒级数 .....	(295)
9.6 一元函数相对极值的 $n$ 阶导数检验 .....	(305)
<b>第 10 章 指数函数与对数函数</b> .....	(311)
10.1 指数函数的性质 .....	(312)
10.2 自然指数函数与增长问题 .....	(317)
10.3 对数 .....	(325)
10.4 对数函数 .....	(330)
10.5 指数函数与对数函数的导数 .....	(335)
10.6 最优时间安排 .....	(342)
10.7 指数函数与对数函数导数的进一步应用 .....	(347)
<b>第 11 章 多于一个选择变量的情况</b> .....	(352)
11.1 最优化条件的微分形式 .....	(352)
11.2 两个变量函数的极值 .....	(355)
11.3 二次型——偏离主题的讨论 .....	(363)
11.4 具有多于两个变量的目标函数 .....	(378)
11.5 与函数凹性和凸性相关的二阶条件 .....	(384)

11.6	经济应用 .....	(401)
11.7	最优化的比较静态方面 .....	(415)
<b>第 12 章</b>	<b>具有约束方程的最优化</b> .....	(420)
12.1	约束的影响 .....	(420)
12.2	求稳定值 .....	(422)
12.3	二阶条件 .....	(430)
12.4	拟凹性与拟凸性 .....	(440)
12.5	效用最大化与消费需求 .....	(454)
12.6	齐次函数 .....	(464)
12.7	投入的最小成本组合 .....	(473)
<b>第 13 章</b>	<b>最优化问题的其他主题</b> .....	(488)
13.1	非线性规划和库恩-塔克条件 .....	(488)
13.2	约束规范 .....	(501)
13.3	经济应用 .....	(509)
13.4	非线性规划中的充分性定理 .....	(516)
13.5	极大值函数和包络定理 .....	(521)
13.6	对偶和包络定理 .....	(529)
13.7	一些结论性评论 .....	(538)

## 第五篇 动态分析

<b>第 14 章</b>	<b>动态经济学与积分学</b> .....	(541)
14.1	动态学与积分 .....	(541)
14.2	不定积分 .....	(543)
14.3	定积分 .....	(553)
14.4	广义积分 .....	(562)
14.5	积分的经济应用 .....	(565)
14.6	多马增长模型 .....	(573)
<b>第 15 章</b>	<b>连续时间:一阶微分方程</b> .....	(578)
15.1	具有常系数和常数项的一阶线性微分方程 .....	(578)
15.2	市场价格的动态学 .....	(583)
15.3	可变系数和可变量 .....	(588)

15.4	恰当微分方程 .....	(592)
15.5	一阶一次非线性微分方程 .....	(598)
15.6	定性图解法 .....	(602)
15.7	索洛增长模型 .....	(606)
<b>第 16 章</b>	<b>高阶微分方程 .....</b>	<b>(612)</b>
16.1	具有常系数和常数项的二阶线性微分方程 .....	(612)
16.2	复数和三角函数 .....	(621)
16.3	复根情况的分析 .....	(634)
16.4	具有价格预期的市场模型 .....	(641)
16.5	通货膨胀与失业的相互作用 .....	(646)
16.6	具有可变项的微分方程 .....	(653)
16.7	高阶线性微分方程 .....	(656)
<b>第 17 章</b>	<b>离散时间：一阶差分方程 .....</b>	<b>(662)</b>
17.1	离散时间、差分与差分方程 .....	(662)
17.2	解一阶差分方程 .....	(664)
17.3	均衡的动态稳定性 .....	(670)
17.4	蛛网模型 .....	(675)
17.5	一个具有存货的市场模型 .....	(680)
17.6	非线性差分方程——定性图解法 .....	(684)
<b>第 18 章</b>	<b>高阶差分方程 .....</b>	<b>(691)</b>
18.1	具有常系数和常数项的二阶线性差分方程 .....	(692)
18.2	萨缪尔森乘数-加速数相互作用模型 .....	(700)
18.3	离散时间条件下的通货膨胀与失业 .....	(707)
18.4	推广到可变项和高阶方程 .....	(713)
<b>第 19 章</b>	<b>联立微分方程与差分方程 .....</b>	<b>(722)</b>
19.1	动态方程组的起源 .....	(722)
19.2	解联立动态方程 .....	(725)
19.3	动态投入-产出模型 .....	(735)
19.4	对通货膨胀-失业模型的进一步讨论 .....	(743)
19.5	双变量相位图 .....	(749)
19.6	非线性微分方程组的线性化 .....	(760)



<b>第 20 章 最优控制理论</b> .....	(769)
20.1 最优控制的特性 .....	(769)
20.2 其他终止条件 .....	(778)
20.3 自治问题 .....	(784)
20.4 经济应用 .....	(786)
20.5 无限时间跨度 .....	(790)
20.6 动态分析的局限性 .....	(796)
<b>附录 I 希腊字母</b> .....	(798)
<b>附录 II 数学符号</b> .....	(799)
<b>附录 III 主要参考文献</b> .....	(802)
<b>附录 IV 部分习题答案</b> .....	(807)
<b>附录 V 索引</b> .....	(828)