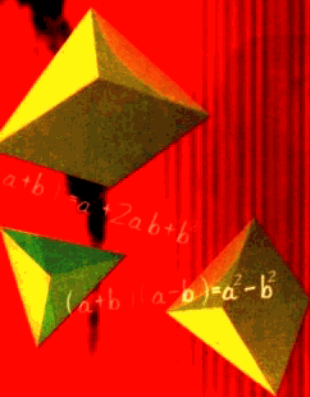


重点接力:

应用题 解题宝典

余仲宇 惠 华 阮新荣 编著



江西出版集团
江西教育出版社
JIANGXI EDUCATION PUBLISHING HOUSE



前言

做应用题很有意思,但又时常让人觉着有点烦,尤其怕分析处理各种错杂的数量关系,这是为什么?同时我们知道,数学学科的得失好坏直接影响到理化等自然科学学科的学习,影响到升学问题、大脑的思维品质和未来的前途,怎么办?!



重点接力：应用题解题宝典

事实上,分析、解答数学应用题不仅我们同学们有些怕,就是父母、老师们撞上了,也是一块让人担忧的“硬骨头”。因而,“怕应用题”不是几个人、几个班或几所学校的事。据反映,有80%~90%的人怕做应用题!那么要改变这种现状,大家应该怎么办呢?首先需要我们静下心来,分门别类,比较系统地进行点拨、训练。前些年,我们几位老师就曾为此编写过一本应用题解题指导书,书稿因其内容全、系统性与可读性强等几个特点,为出版社所首肯。现在,我们编写的这本《重点接力:应用题解题宝典》,以典型引路,辅以十余种方法介绍及拓展,图文并茂,既有趣又看得懂,便于大家透彻地理解掌握。

众所周知,数学教学一个极为重要的任务,就是培养我们运用所学知识解决各种实际问题的技能技巧,并由此提高我们的思维品质。然而各地的教学实践表明,许多同学平日里面对千变万化的应用题常常是乱碰乱撞,解题带有很大的盲目性,遇到难度较大的一些问题更如坠入云雾,束手无策。为帮助广大读者系统



地学习和巩固应用题相关的各类知识,提高分析问题、解决问题的能力,我们根据多年教学实践所积累的经验与体会,组织编写了这本指导书.其中,第一部分主要是向广大读者介绍几种较为有用的分析思考方法,重点帮助读者解决“拿到题目后不知该从何处着手”这个最最头痛的问题.这些分析方法,不但对解答应用问题有用,而且对今后进一步学习其他知识也是非常有益的.在第二、第三部分里,我们重点依据相关教材及各地的中考题型,精心编选了富有一定代表性、启发性的问题进行分类解析.另外,为便于读者及时巩固所学知识,我们还选配了一些相应的练习题(考虑到一部分读者自学的需要,在书后给出了参考答案).

本书具有内容全、选题典型、系统性与可读性强等几个特点,对广大青少年朋友开发智力、提高思维品质具有十分重要的现实意义.它既可供在校初中生阅读,课外(假期)培训教材使用,也可供有关教师及家长朋友授课辅导时参考.我们希望通过本书使广大青少年朋友学习时少走弯路,节省时间,切实提高学习效率.

参与本书编写工作的还有蒋信扬、徐华等老师,并先后得到了于秀源、张国旺、严楚吉、余巨龙、余志清、俞文灿、陆忠海、朱冬青、刘菊珍、章秀媛、汤红霞、连永华等许许多多朋友的关心、支持和帮助;尤其是江西教育出版社的朋友们为本书的编辑出版做了大量卓有成效的工作.另外,编写过程中我们还参阅了有关专家、学者的一些著述.借此机会,谨向他们一并表示衷心的感谢.最后,因编写时间仓促,书中缺漏及不妥之处在所难免,恳请广大读者赐教指正.

编著者



目录

第一编 打开应用题王国大门



重点
接力：
应用题
解题宝
典

第一章 应用题解题入门	(3)
1.1 应用题的特点	(3)
1.2 解应用题的一般步骤	(5)
1.3 两种最基本的解题方法	(26)
第二章 征服应用题的秘密武器	(31)
2.1 译式法	(31)
2.2 列表法	(36)
2.3 线示法	(43)
2.4 图解法	(48)
2.5 演示法	(55)
2.6 分解法	(62)
2.7 类比法	(68)
2.8 形积法	(75)
2.9 参数法	(80)
2.10 设“1”法	(86)
2.11 解法拓展与贯通	(91)



第二编 典型问题分类解析

第三章 交通行程问题	(97)
3.1 相遇问题	(97)
3.2 追及问题	(106)
3.3 环行问题	(118)
3.4 流速风速问题	(123)
3.5 变速及其他问题	(131)
第四章 工作工程问题	(139)
4.1 工作问题	(140)
4.2 工程问题	(146)
4.3 劳力调配问题	(153)
4.4 注水放水问题	(159)
第五章 科学配比问题	(166)
5.1 溶液配比问题	(166)
5.2 合金配比问题	(173)
5.3 比例分配问题	(180)
第六章 数学钟龄问题	(186)
6.1 数字问题	(186)



6.2	和差倍问题	(192)
6.3	增长率问题	(201)
6.4	时钟问题	(207)
6.5	年龄问题	(212)
第七章	几何形积问题	(216)
7.1	几何问题	(216)
7.2	等积变形问题	(221)



重点
接力：
应用
题解
题宝
典

第三编 经济生活问题集锦

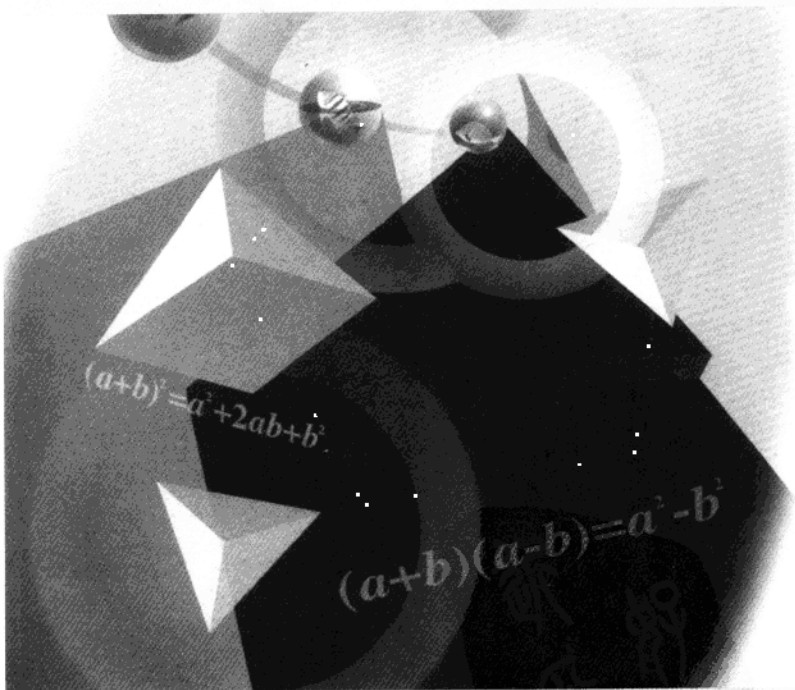
第八章	市场经济问题	(227)
8.1	市场与采购问题	(227)
8.2	生产与管理问题	(231)
8.3	制作与开发问题	(235)
8.4	促销与流通问题	(239)
8.5	资本与利税问题	(242)
8.6	数据与统计问题	(245)
第九章	日常生活问题	(250)
9.1	校园生活问题	(250)
9.2	社会生活问题	(253)
9.3	家庭生活问题	(257)



9.4 装修与设计问题.....	(261)
9.5 旅游与安全问题.....	(265)
9.6 气象与环保问题.....	(269)
第十章 趣题杂题	(273)
参考答案	(280)

第1编

打开应用题王国大门





第一章 应用题解题入门

中小学数学教学一个极为重要的任务,就是培养我们运用所学知识解决各种实际问题的技能技巧,提高和改善大脑的思维品质。然而有相当一部分同学怕做数学应用题,拿到试卷或打开作业本后就是不知从何处下手。应该看到,数学应用题不仅其条件千变万化,紧随其后的问题也常常是“变幻莫测”,让人如坠云雾般不知所措。那么要学会分析解答应用题,首先应该了解的是什么?应该掌握的又是什么?应用题教学的重要性究竟何在?如何破解其中的疑点与难点?



重点接力：应用题解题宝典



1.1 应用题的特点

应用题可以说是与我们生活密切相关,具有一定实用性的一类问题。它通常涉及到工业、农业、国防、科技以及日常生活各个方面,内容十分丰富。现行初中数学教材,从某种意义上来说就是以方程与思维训练为其主要内容的,其中列方程解应用题不仅能为我们学习理化及其他自然科学学科和信息处理等提供广泛的支持,而且还可以直接服务于现实生活。与此同时,学习、解答应用题是培养分析问题和解决问题能力的好题材。事实上,列方程解应用题需在错综复杂的数量关系中,去寻找已知与未知之间的内在联系,这就要求我们对问题中所涉及的各种数量关系作精细的分析,要求我们运用科学的方法进行正确的思维。因此,通过布列方程培养有关应用题的解题技能,可以提高和改善我们的思维品质,有效地解决理化等自然科学学科中的大量问题。无数事实表明,列方程解应用题在教学和生活中都占有十分重要的地位。



可以说,它是数学教学中的一个重点,同时也是教学实践中的一个难点,具体地说这“难教”、“难学”通常表现在以下几个方面:

(1)应用题与一般的化简题、计算题不同.计算题或化简题由运算符号直接指明运算方法和运算顺序;应用题一般只有具体的内容,而没有直接指明解题方法、运算顺序什么的,有时甚至连等量关系也是隐晦的.因此,解应用题比做计算题、化简题困难得多.

(2)布列方程并不像解方程那样有法可循,即使对于同一个题,由于思路不同,也可以列出不同的方程,一步考虑不到或思考不周,就会陷入困境之中.而且由于客观实际的内容是丰富多彩的,其形式又是千变万化的,反映在数量关系上更显得是多种多样,企图用一个公式或法则去解决它是不可能的.这就要求我们对具体问题作具体分析,而初学者对此的困难则是很大的.

(3)应用题来自实际,每一道题目都具有具体的内容,有反映工业、农业生产的,有反映国防、科学技术的,也有反映日常生活的,内容既具体又广泛.如果对所给应用题的内容不熟悉、不理解,我们就无法进行分析推理,从而无法列出方程.有时,一道应用题解不出来,往往是题目中所涉及到的好些东西我们不熟悉,无法弄清题意所造成的.而且,应用题大都使用有关名词、术语来表达题意.例如,关系词:“多”、“少”;“快”、“慢”;“提前”、“落后”;“超过”、“剩余”;“和”、“差”、“倍”;“增加”、“增加到”……专用词语:“亩产量”、“单价”、“速度”、“相遇”、“追及”、“环行”、“效率”、“浓度”、“超额”、“亏损”……如果对这些词语理解不透或对相应的基本数量关系模糊不清,题目就会做错.

然而,事物总是一分为二的,列方程解应用题虽然有这样或那样的困难,但是,我们应该认识到应用问题是很有趣的,解答应用题有时比参加一个游艺活动更有趣味.在教学中,我们可以适当地把常见的一些应有题进行归类,通过对典型例题的分析、解



答,逐步熟悉常见的数量关系,熟悉确立相等关系的一些语句,由此可揭示一些解题规律,发现一些解题技巧.这样,我们一旦掌握了各类应用问题的基本数量关系和常用的几种分析思考方法,就能像飞鸟那样,在应用题这个广阔的天地里任意翱翔.



1.2 解应用题的一般步骤

在小学数学里,我们解应用题通常使用的是算术方法,即根据题目给定的条件,先找出一个用四则运算符号把已知数联结而成的式子,然后,按运算顺序求出其结果,这个结果就是所求的未知数.

例 1 联桥村 2002 年粮食平均亩产量达到 680 千克,比 1957 年平均亩产量的 4 倍还多 80 千克,求这个村 1957 年的粮食平均亩产量.

解法一(算术方法):

由题意可知,从 680 千克中减去 80 千克刚好是 1957 年平均亩产量的 4 倍,从而 1957 年平均亩产量为:

$$\begin{aligned} & (680-80) \div 4 & \text{①} \\ & = 600 \div 4 \\ & = 150(\text{千克}). \end{aligned}$$

解法二(布列方程法):

设这个村 1957 年粮食平均亩产量为 x 千克.

由题意,得

$$680 = 4x + 80. \quad \text{②}$$

解这个方程得

$$\begin{aligned} 600 &= 4x, \\ x &= 150. \end{aligned}$$

答:这个村 1957 年粮食平均亩产量是 150 千克.





上面①式中把“倍数”作了“除数”；②式中才用“倍数”去“乘”。显然，②式较①式在思路更顺畅。这样，我们在解决实际问题时，就有了较四则运算更为简便的方法，并且可以解决一些算术方法不可能解决的实际问题。

由上例的解答可以看出，用布列方程的方法（亦称代数方法）解应用题，是先用字母代表题目中的某些未知数；再根据题中包含的已知数与未知数间的相等关系列出方程（或方程组）；解这个方程（组），求出未知数的值；最后根据问题的实际意义进行检验，得出所要求的结果。



显然，代数解法与算术解法是两种不同的解法，但二者并非毫无联系。事实上，利用代数解法列出方程后，如果不破坏原数据进行还原，用一个式子表示出所求的未知数（如 x ），那么这个式子往往就是算术解法中的算式。所以，二者不是互相孤立的，从某种意义上讲，算术解法是代数解法的基础，而又寓于代数解法之中，是代数解法的特殊情形，然而，二者的解题思路确有本质上的区别：

用算术方法解应用题时，只是已知数参与运算，而未知数始终是作为一个“目标”，不参与运算，处于被动求解的地位。其思维过程是由已知到未知，或是从未知到已知，已知数就是已知数，未知数就是未知数，未知数难以发挥其应有的作用。所以，用算术方法解应用题，算式不易列出，题目越复杂，思考求解就越困难。

用布列方程的方法解应用题，情况就不同了，未知数的地位起了变化。解题时，首先以字母代替未知数，让它们与已知数一起参与运算，通过代数式、等式来揭示题目中的数量关系。其思维过程则是由代数式到等式，或是从等式到代数式。这里，未知数一旦用字母来表示以后，就可以把他们作已知数看待，大胆地使用，使其发挥主动作用，这是列方程解应用题的一大优越性。

实际上，算术解法列式时，必须把求解的过程也考虑在内，思



考起来比较困难,显得“道路曲折”;而代数解法是把“列式”与“求解”分开,先不考虑解的过程,只须根据问题中的等量关系平辅直叙地列出方程,而解方程则是有规律可循的.因此,用布列方程的方法解应用题,思考比较单纯、易于掌握,是一种理想的方法.

列方程解应用题,一般有以下五个步骤:

1. 仔细审题

平时,我们看到一道应用题,不要匆匆忙忙拿起笔来就做,首先应该认真读题,弄清题目的意思,搞清题目的结构以及各数量之间的关系.一位科学家说过,回答一个你尚未弄清的问题是愚蠢的.如果没有仔细审题,把题目看错了或者把题意理解错了,就会列出错误的方程,从而得出错误的答案.所以,审题是解题的基础,我们对这一步骤必须给予足够的重视.

审题的时候,应注意默读,时间允许的话,可反复多读几遍,边读边思考.其中,第一次可以粗读,即作了解性的读题,了解题目中叙述的是一件什么事,属于何种类型?已知条件是什么,要求的问题是什么?第二次则应细读,具体分析题目所给的条件,认真弄清题目中关键性或易混淆词语的正确含意,明确题中涉及了哪些基本量,它们彼此之间有些什么关系,需要考察哪些变化过程或基本情况.这里可以引入适当的一些符号,画一个比较直观的示意图或做些简单的演示,也可以根据问题所涉及的基本量和所要考察的变化过程、基本情况,设计一张相应的数量关系表,以便把题目中的条件与问题清楚地表示出来.对于一些数量关系比较复杂的应用题,则可设法进行分解或作类比转化.在此,该特别注意的是一些关键词、易混词,例如:“与”、“比”、“是”、“一样”、“同时”、“分别”、“同向”、“相向”……“多”、“少”;“快”、“慢”;“提前”、“落后”;“超过”、“剩余”、“亏损”;“增加(是指超过原来基数的那部分,同义词有:增加了、增长、增长了、多、多了、提高、提高了等等)”、“增加到(是指原来基数与增加部分的和数,同义词有:



增加为、增长到、增长为、达到、提高到、提高为等等”、“减少(是指与原来基数相差的部分)”、“减少到(是指原数与减少数的差)”、“降低”、“降低到”……有关各类应用题特有的术语,我们将在后续章节中分别给出必要的解释。

例2 甲乙两人分别从相距 24 千米的 A、B 两地出发,相向而行.如果甲先出发 1 小时,那么他们在乙出发 2 小时后相遇;如果是同时出发,那么两人在离 A 地 9.6 千米处相遇,求甲乙两人各自的速度。



重点
接力：
应用题
解题宝
典

审题时,由“粗读”即可了解到这是一个行程方面的相遇型问题,涉及速度、时间、路程三个基本量,题中分两种情况进行考察(所考察的每个变化过程或基本情况,一般是由“若”或“如果”引出,而末尾则常标有符号“;”或“.”)。第二次阅读时,应对题目所给出的条件作具体的分析。

由“分别”应明确:甲是从 A 地出发,乙是从 B 地出发;

由“相向”、“相遇”应联想到两人行程之和与全程的关系,而全程已知;

由“先”可知,这个问题中甲所用时间比乙多;

由“同时”应注意到:相遇时,甲乙两人所行的时间相等;

由“离 A 地”可推知“离 B 地”。

这里可借用线示图(图 1.2-1)和数量关系表(表 1.2-1)来揭示其题设条件,以便进一步分析题意,寻找等量关系。

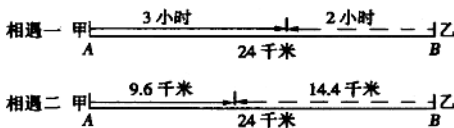


图 1.2-1

表 1.2-1

		速 度	时 间	路 程
相遇一	甲			
	乙			
相遇二	甲			
	乙			

事实上,审题工作是贯穿于整个解题过程之中的。这一点,我们可以在下面几个步骤的分析中清楚地看到。

2. 合理设元

我们在对题意有了比较深刻的理解后,就应考虑把题目所叙述的实际问题转化为代数问题来解决。一般可以选择一个适当的未知数作为基本未知数——元,假设它的值为 x (也可以用其他字母表示);随后,根据题目中的有关条件,用含 x 的代数式表示另一些未知数。这里,所设语句应尽可能完整,并要求注明单位。对于含有多个未知数的应用题,虽然可以把任何一个设为 x ,但是应注意避繁就简,使问题便于分析,列出的代数式、方程简单易解。

例如,对于“已知甲数比乙数小 3,而丙数是乙数的 $\frac{4}{5}$ ”,设乙数为 x 比较适宜,这是因为甲、丙两个数表述时都是以乙数作为标准的。

设元的方法有两种,直接设元法和间接设元法。对于一些比较简单的应用题,通常是采用直接设元法,即题目中问什么就设什么;有几个未知数,就设几个未知数。其优点是选元容易,检验方便,可直接得到结果。然而,一些比较复杂的应用题,直接设元往往不易列出方程,或虽能列出方程,但解起来比较麻烦,这时就应考虑采用间接设元法,即根据题目中的条件,设定与其他未知数都有密切关系的未知数作为基本未知数(不是直接要求的),待方程解出以后,再通过它间接地求出题目所问的未知量。如解数

字问题方面的应用题时,多用间接设元法,我们通常是把一个两位数的十位数字或个位数字设为 x ,而不是直接设所求两位数本身为 x ,否则,若设所求的两位数为 x ,那么其十位数字、个位数字就很难用 x 来表示了.但应注意,求得间接未知数后,还需进一步求出题目中所要求的量,不要误把间接未知数的值当成应用题的解.

例3 甲、乙两工厂,今年一月份计划共生产机床 360 台,结果两厂实际共生产机床 400 台.其中,甲厂完成了计划的 112%,乙厂完成了计划的 110%.那么今年一月份两厂各超额生产机床多少台?

这个题目所涉及的基本数量关系是:超额产量 = 实际产量 - 计划产量,实际产量 = 计划产量 $\times$ 实际产量占计划产量的百分率.如果能知道一月份各厂的实际产量和计划产量,那么问题就可解决了.由于题目中给定的生产率是对计划产量而言的,所以适宜间接设元,这里不妨设甲厂一月份计划生产机床 x 台.依题意可得关系表(表 1.2-2).

表 1.2-2

厂 别	计划产量	生产率	实际产量
甲 厂	x	112%	$112\%x$
乙 厂	$360-x$	110%	$110\%(360-x)$

在表 1.2-2 中,最后填入的一列是“实际产量”,对照题设,由尚未用上的已知条件——两厂实际共生产机床 400 台,可得方程

$$112\%x + 110\%(360-x) = 400.$$

解之,得

$$x = 200.$$

$$360 - x = 160.$$

即一月份甲、乙两厂的计划产量分别为 200 台、160 台,从而,