

○ 策 划 北京弘哲教育研究中心

弘哲书系
HONGZHE SHUXI

○ 总主编 滕 纯

Dianjin Xunlian

点金训练

适用于新课标人教B版

高中数学

必修 5

广西教育出版社
四川教育出版社

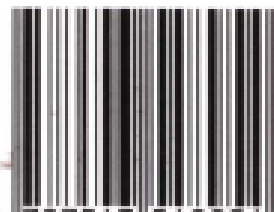
总主编 滕 纯
责任编辑 李 燕
特约编辑 范振洋

第一套梯度训练分层最详细的书

| 配套科目 | 适用版本 | 适用模块 |
|--------|--------------------------|-------|
| 高中语文 | 人教版\粤教版\江苏教育版 鲁人版\语文版 | 必修\选修 |
| 高中数学 | 人教A版\人教B版\北师大版 江苏教育版 | 必修\选修 |
| 高中英语 | 人教版\外研版\译林版 北师大版 | 必修\选修 |
| 高中物理 | 人教版\粤教版\沪科版\鲁科版 | 必修\选修 |
| 高中化学 | 人教版\江苏教育版\鲁科版 | 必修\选修 |
| 高中生物 | 人教版\江苏教育版 | 必修\选修 |
| 高中思想政治 | 人教版 | 必修\选修 |
| 高中历史 | 人教版\岳麓版\人民版 | 必修\选修 |
| 高中地理 | 人教版\中图版\鲁教版\湘教版 | 必修\选修 |

装帧设计 / SOAN 设计(附后)品牌机构

ISBN 978-7-5435-4895-4



9 787543 548954 >

定价: 11.50元

点金训练

适用于新课标人教B版

高中数学必修 5

策 划 北京弘哲教育研究中心
总主编 滕 纯 (中央教科所前副所长 研究员)
主 编 韩继新
编 者 王兆国 孙致军 孙孟森
李雪风 张玉娟

广西教育出版社
四川教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

点金训练：人教 B 版·高中数学·5：必修/滕纯主编.
南宁：广西教育出版社，2007.7
ISBN 978-7-5435-4895-4

I. 点… II. 滕… III. 数学课—高中—习题
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 090972 号

责任编辑 李 燕
特约编辑 范振洋
封面设计 魏 晋
版式设计 李艳青
责任校对 戴 颖
责任印制 肖 林
出 版 广西教育出版社 四川教育出版社
(南宁市鲤湾路 8 号 邮政编码 530022)
发 行 四川新华文轩连锁股份有限公司
印 刷 北京华戈印务有限公司印刷
版 次 2007 年 7 月第 1 版
印 次 2007 年 7 月北京第 1 次印刷
成品规格 210mm×295mm
印 张 7.5
字 数 150 千
印 数 0001—4000
定 价 11.50 元

ISBN 978-7-5435-4895-4/G·3951

如发现印装质量问题，请与本社调换。电话：(0771) 5865797



随着课改的不断深入,为了充分阐释课程标准的要求,鼓励、引导学生在共同发展中富有个性、自主地学习,我们特约北京、山东、江苏、广东等课改省份及教育发达地区百余位特、高级教师精心打造、倾力编写了这套《点金训练》丛书。它将优化训练与答案详解融为一体,针对课堂作业、课后自测、阶段评估的学习过程设置梯级习题,能让你练得巧妙、学得扎实!本丛书具有如下特色:

☆**梯度、分级** 丛书特有的“梯级集训”模式,极大地优化了思维的发散性和学习的层次感。丛书课节训练按AB卷编写。A卷为课堂针对训练,按“双基再现”“变式活学”和“实践演练”分类优化;B卷为课外提升训练,按“理解整合”“拓展创新”“综合探究”和“高考模拟”梯度编排。着重体现了课堂作业和课后练习的功能。在题目编排难度上由易到难,用“★”(1~5个)标识;在课堂同步性上设置课节训练、单元训练、模块训练三部分,让学生在学习的每个阶段都可获得能力提升。这些匠心独运的设计让你仿佛置身于一个广阔而奇妙的演练场。这里处处充满乐趣和挑战,让你大展拳脚,练就一身绝世“武功”。

☆**科学、质优** 丛书集训练过程的“学、练、测”于一体,化方法、能力、创新于一炉,融山东、江苏、广东等地优质教育资源于一书,汇百余名特、高级教师智慧于一身,将会带给你全程的学习指导,点亮你学海航行的明灯。

☆**轻负、稳健** 丛书题量适中,题型丰富,题目经典,各梯度间循序渐进,层次性和难易度适当,使你能有选择地做题,练得充分、精当。同时,丛书大力引入原创题、变式题、探究题,增强题目的独创性、新颖性和时代感,使你训练得心应手、扎实有效。答案中点拨到位,警示思维误区,点击解题关键,令人有茅塞顿开之感。

☆**高能、高分** 在同步训练中链接高考,引入最新高考真题和模拟题,引导你走进高考、感受高考,帮助你适应高考、决胜高考。

《点金训练》是一艘带领师生畅游蔚蓝学海的旗舰。通过亲切的指导、耐心的训练、愉快的测试、精当的评价,相信《点金训练》会让每一位“航海员”都获得属于自己闪光耀眼的奖牌!那么还等什么呢,现在就和《点金训练》一起开始你激动人心,充满意趣和挑战的“点金”之旅吧!

中央教科所前副所长 研究员



目 录

第一章 解三角形

| | |
|---------------|---|
| 1.1 正弦定理和余弦定理 | 1 |
| 1.1.1 正弦定理 | 1 |
| A卷(课堂针对训练) | 1 |
| B卷(课外提升训练) | 2 |
| 1.1.2 余弦定理 | 4 |
| A卷(课堂针对训练) | 4 |
| B卷(课外提升训练) | 5 |
| 1.2 应用举例 | 7 |
| A卷(课堂针对训练) | 7 |
| B卷(课外提升训练) | 8 |

第二章 数列

| | |
|---------------------|----|
| 2.1 数列 | 11 |
| 2.1.1 数列 | 11 |
| A卷(课堂针对训练) | 11 |
| B卷(课外提升训练) | 12 |
| 2.1.2 数列的递推公式(选学) | 14 |
| A卷(课堂针对训练) | 14 |
| B卷(课外提升训练) | 15 |
| 2.2 等差数列 | 17 |
| 2.2.1 等差数列 | 17 |
| A卷(课堂针对训练) | 17 |
| B卷(课外提升训练) | 18 |
| 2.2.2 等差数列的前 n 项和 | 20 |
| A卷(课堂针对训练) | 20 |
| B卷(课外提升训练) | 21 |
| 2.3 等比数列 | 23 |
| 2.3.1 等比数列 | 23 |
| A卷(课堂针对训练) | 23 |
| B卷(课外提升训练) | 24 |
| 2.3.2 等比数列的前 n 项和 | 26 |
| A卷(课堂针对训练) | 26 |
| B卷(课外提升训练) | 27 |

第三章 不等式

| | |
|--------------------------------|----|
| 3.1 不等关系与不等式 | 30 |
| 3.1.1 不等关系与不等式 | 30 |
| A卷(课堂针对训练) | 30 |
| B卷(课外提升训练) | 31 |
| 3.1.2 不等式的性质 | 32 |
| A卷(课堂针对训练) | 32 |
| B卷(课外提升训练) | 33 |
| 3.2 均值不等式 | 35 |
| A卷(课堂针对训练) | 35 |
| B卷(课外提升训练) | 36 |
| 3.3 一元二次不等式及其解法 | 38 |
| A卷(课堂针对训练) | 38 |
| B卷(课外提升训练) | 39 |
| 3.4 不等式的实际应用 | 41 |
| A卷(课堂针对训练) | 41 |
| B卷(课外提升训练) | 42 |
| 3.5 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题 | 45 |
| 3.5.1 二元一次不等式(组)所表示的平面区域 | 45 |
| A卷(课堂针对训练) | 45 |
| 3.5.2 简单线性规划 | 46 |
| A卷(课堂针对训练) | 46 |
| B卷(课外提升训练) | 48 |



第一章 解三角形



1.1 正弦定理和余弦定理



1.1.1 正弦定理

A卷(课堂针对训练)



双基再现

1. ★在 $\triangle ABC$ 中,下列等式总能成立的是

()

A. $a \cos C = c \cos A$

B. $b \sin C = c \sin A$

C. $a b \sin C = b c \sin B$

D. $a \sin C = c \sin A$

2. ★在 $\triangle ABC$ 中, $A=60^\circ, a=4\sqrt{3}, b=4\sqrt{2}$,
则 ()

A. $B=45^\circ$ 或 135°

B. $B=135^\circ$

C. $B=45^\circ$

D. 以上答案都不对

3. ★在 $\triangle ABC$ 中,若 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$,
则 $\triangle ABC$ 是 ()

A. 1

B. 等边三角形

C. 顶角为 120° 的等腰三角形

D. 以上均不正确

4. ★★在 $\triangle ABC$ 中, $a=\sqrt{5}, b=\sqrt{15}, A=30^\circ$,则 ()

A. $c=2\sqrt{5}$

B. $c=\sqrt{5}$

C. $c=2\sqrt{5}$ 或 $\sqrt{5}$

D. 以上都不对

5. ★★在 $\triangle ABC$ 中,已知 $b=12, A=45^\circ, B=30^\circ$,则 $a=$ _____. (结果保留两位有效数字)

6. ★★若三角形的三个内角之比为 $1:2:3$,
则该三角形的三边长之比为_____.

7. ★★在 $\triangle ABC$ 中,已知 $c=\sqrt{3}, A=45^\circ, B=60^\circ$,求 b .

8. ★★在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 5 : 6$,且 $a+b+c=30$,求 a .



变式活学

9. ★★(教材练习A第2题的变式)在 $\triangle ABC$ 中, $a:b:c=3:4:5$,求 $\frac{2\sin A - \sin B}{\sin C}$ 的值.

10. ★★(教材练习B第3题的变式)在 $\triangle ABC$ 中,若 $a \cos A = b \cos B$,求证: $\triangle ABC$ 是等腰三角形或直角三角形.





实践演练

11. ★★已知一片三角形麦地 ABC , 现要测量其面积. 已测得 $B=30^\circ$, $AB=c$, $AC=b$ ($b < c$), 求 $\triangle ABC$ 的面积.

12. ★★★外国船只除特许者外, 不得进入离我国海岸线 d n mile 以内的海域. 如图 1-1-1, 设 B 和 C 是我国的两个设在海边的观测站, B 与 C 之间的距离为 m n mile, 海岸线是过 B, C 的直线. 一外国船只在 A 点处, 现测得 $\angle ABC = \alpha$, $\angle ACB = \beta$. 试求 α, β 满足什么关系时, 就应向未经特许的外国船只发出警告?

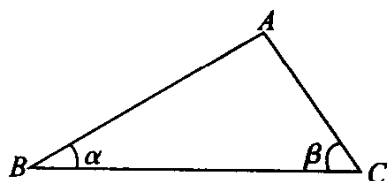


图 1-1-1

B 卷(课外提升训练)



理解整合

- ★★在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=8$, $B=60^\circ$, $C=75^\circ$, 则 ()
 A. $b=4\sqrt{2}$ B. $b=4\sqrt{3}$
 C. $b=4\sqrt{6}$ D. $b=\frac{32}{3}$
- ★★在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C$, 则 $\triangle ABC$ 为 ()
 A. 直角三角形
 B. 等腰三角形
 C. 等边三角形
 D. 等腰三角形或直角三角形
- ★在 $\triangle ABC$ 中, $A > B$, 下列四个不等式中不一定正确的是 ()
 A. $\sin A > \sin B$ B. $\cos A < \cos B$
 C. $\sin 2A > \sin 2B$ D. $\cos 2A < \cos 2B$
- ★★★ $\triangle ABC$ 中, $B=30^\circ$, $c=150$, $b=50\sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()
 A. 等腰三角形或直角三角形
 B. 直角三角形
 C. 等腰三角形
 D. 等腰直角三角形
- ★★在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=18$, $b=20$, $A=150^\circ$, 则这个三角形的解的情况是 ()
 A. 有一解 B. 有两解
 C. 无解 D. 不能确定

- ★★已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3}{2}$, $b=2$, $c=\sqrt{3}$, 则 ()
 A. $A=30^\circ$ B. $A=60^\circ$
 C. $A=30^\circ$ 或 150° D. $A=60^\circ$ 或 120°
- ★★在 $\triangle ABC$ 中, $a=5$, $b=3$, $C=120^\circ$, 则 $\sin A : \sin B$ 的值是_____.
- ★★在 $\triangle ABC$ 中, $b=3$, $c=3\sqrt{3}$, $B=30^\circ$, 则 $a=_____$.
- ★★★在 $\triangle ABC$ 中, $a=x$, $b=2$, $B=45^\circ$, 若三角形有两解, 则 x 的取值范围是_____.
- ★★★★在 $\triangle ABC$ 中, $\frac{b^2-c^2}{a^2} \sin 2A + \frac{c^2-a^2}{b^2} \sin 2B + \frac{a^2-b^2}{c^2} \sin 2C$ 的值为_____.
- ★★已知在 $\triangle ABC$ 中, $A=45^\circ$, $AB=\sqrt{6}$, $BC=2$, 求其他边和角.
- ★★★★在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 且 $c=10$, 又知 $\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{b}{a} = \frac{4}{3}$, 求 a, b 及 $\triangle ABC$ 的内切圆半径.



拓展创新

13. ★★★已知 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{4}(b^2 + c^2)$,其中 $AC=b, AB=c$,求 $\triangle ABC$ 的三个内角的大小.

14. ★★★★★如图 1-1-2 所示,一艘船以 32.2 n mile/h 的速度向正北航行,在 A 处看灯塔 S 在船的北偏东 20° 方向上,30 min 后航行到 B 处,在 B 处看灯塔 S 在船的北偏东 65° 方向上,求灯塔 S 和 B 处的距离.(结果保留两位有效数字)

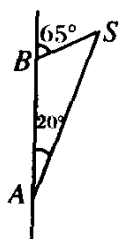


图 1-1-2

15. ★★★已知 A, B, C 是 $\triangle ABC$ 的三个内角, a, b, c 为其对边,向量 $m = (-1, \sqrt{3}), n = (\cos A, \sin A)$,且 $m \cdot n = 1$.

(1) 求 A;

(2) 若 $\vec{AB} = (2, 1), \frac{\cos B}{\cos C} = \frac{b}{c}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



综合探究

16. ★★★已知在 $\triangle ABC$ 中, $BC=a, CA=b,$

$AB=c$, 且 $\frac{\tan A}{\tan B} = \frac{\sqrt{2}c-b}{b}$, 求 A.

17. ★★★★★在 $\triangle ABC$ 中, 求证: $\frac{\cos 2A}{a^2} -$

$$\frac{\cos 2B}{b^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}.$$

18. ★★★★★在锐角 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边, $A < B < C, B = 60^\circ$, 并且满足 $\sqrt{(1 + \cos 2A)(1 + \cos 2C)} = \frac{1}{2}(\sqrt{3} -$

1). 求: (1) A 和 C 的大小; (2) $\frac{a + \sqrt{2}b}{c}$ 的值.



高考模拟

19. ★★(2006 · 湖北)在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = \frac{4\sqrt{3}}{3}, b = 4, A = 30^\circ$, 则 $\sin B =$ _____.

20. ★★(2005 · 湖北)在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan B = \sqrt{3}, \cos C = \frac{1}{3}, AC = 3\sqrt{6}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

21. ★★(2005 · 江苏)在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{3}, BC = 3$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为 ()

A. $4\sqrt{3}\sin\left(B + \frac{\pi}{3}\right) + 3$

B. $4\sqrt{3}\sin\left(B + \frac{\pi}{6}\right) + 3$

C. $6\sin\left(B + \frac{\pi}{3}\right) + 3$

D. $6\sin\left(B + \frac{\pi}{6}\right) + 3$



1.1.2 余弦定理

A卷(课堂针对训练)



双基再现

- ★已知 $\triangle ABC$ 的三边分别是2,3,4,则此三角形是 ()
A. 锐角三角形 B. 钝角三角形
C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形
- ★在 $\triangle ABC$ 中,若 $B=30^\circ, A=105^\circ$,则 $AB:AC$ 的值是 ()
A. 2:1 B. $\sqrt{2}:1$
C. $1:\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}:2$
- ★★在 $\triangle ABC$ 中,已知 $a:b:c=3:5:7$,则这个三角形的最小外角为 ()
A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°
- ★★在 $\triangle ABC$ 中,已知 $b=\sqrt{2}, c=1, B=45^\circ$,则 ()
A. $a=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ B. $a=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$
C. $a=\sqrt{2}+1$ D. $a=3-\sqrt{2}$
- ★在 $\triangle ABC$ 中,若 $a^2+ab=c^2-b^2$,则 $C=$ _____.
- ★★在 $\triangle ABC$ 中,若 $B=30^\circ, AB=2\sqrt{3}, AC=2$,则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.
- ★★在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\sin A=\frac{3}{5}, \sin A+\cos A<0, a=3\sqrt{5}, b=5$,求 c .

- ★★在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别表示角 A, B, C 的对边,若 $a=2b\cos C$,试判断 $\triangle ABC$ 的形状.



变式活学

- ★★(教材例1的变式)在 $\triangle ABC$ 中,已知 $a=5, b=4, \cos C=\frac{1}{2}$,求三角形中最大角的余弦值.
- ★★(教材例3的变式)已知三角形的顶点 $O(0,0), A(1,1), B(4,2)$,试判断 $\triangle AOB$ 的形状.



实践演练

- ★牵牛星和织女星分别距地球17 l. y. 和26 l. y.,从地球上观察这两颗星的张角为 34° ,你知道这两颗星之间的距离大约是多少吗?(1 l. y. = 9.46×10^{15} m)
- ★★★如图1-1-3,某渔轮在航行中不幸遇险,发出呼救信号.我海军舰艇在A处

获悉后,测出该渔轮在方位角为 45° , 距离为 10 n mile 的 C 处, 并测得渔轮正沿方位角为 105° 的方向, 以 9 n mile/h 的速度向离渔轮 5 n mile 的小岛靠拢. 若海军舰艇最大航速为 21 n mile/h , 问海军舰艇有无必要前往营救? 说明理由.

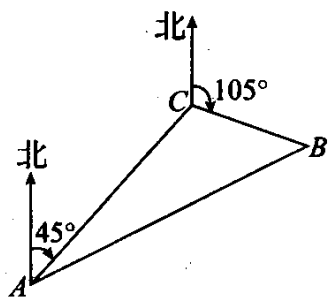


图 1-1-3

B 卷(课外提升训练)



理解整合

- ★★在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$, 则 ()
 A. $C=30^\circ$ B. $C=60^\circ$
 C. $C=45^\circ$ 或 135° D. $C=120^\circ$
- ★★在 $\triangle ABC$ 中, 已知 a 比 b 长 2, b 比 c 长 2, 且最大角的正弦值是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 ()
 A. $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{15}{4}$
 C. $\frac{21\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{35\sqrt{3}}{4}$
- ★★若 $\triangle ABC$ 的三条边长分别是 3, 4, 6, 则它的较大的锐角的平分线分三角形所得的两个三角形的面积比是 ()
 A. 1:1 B. 1:2
 C. 1:4 D. 3:4
- ★★在 $\triangle ABC$ 中, 下列表达式表示常数的是 ()
 ① $\sin(A+B) + \sin C$; ② $\cos(A+B) + \cos C$;
 ③ $\tan \frac{A+C}{2} \tan \frac{B}{2}$; ④ $\cos \frac{B+C}{2} \sec \frac{A}{2}$.
 A. ①③ B. ③④
 C. ②③ D. ②④
- ★★已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边, 若满足等式 $(a+b-c)(a+b+c) = ab$, 则角 C 的大小为 ()
 A. 60° B. 90° C. 120° D. 150°
- ★★已知三角形的两边长之差为 2, 夹角的余弦值为 $\frac{3}{5}$, 面积为 14, 那么这两边长分别是 ()
 A. 3 和 5 B. 4 和 6
 C. 6 和 8 D. 5 和 7

- ★★已知三角形的三边长分别为 $a, b, \sqrt{a^2 + b^2} + ab$, 则最大的内角是_____.
- ★★★三角形的两条边长分别为 3 cm, 5 cm, 其夹角的余弦是方程 $5x^2 - 7x - 6 = 0$ 的根, 则此三角形的面积是_____.
- 等腰三角形的底边长为 6, 腰长为 12, 其外接圆半径为_____.
- ★★★★如图 1-1-4, 在四边形 $ABCD$ 中, 已知在 $AD \perp CD$, $AD = 10$, $AB = 14$, $\angle BDA = 60^\circ$, $\angle BCD = 135^\circ$, 求 BC 的长.

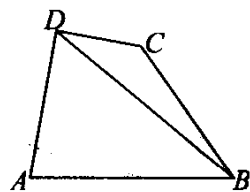


图 1-1-4



拓展创新

- ★★★★在 $\triangle ABC$ 中, $A = 135^\circ$, $|\vec{BC}|^2 = 10$, $|\vec{AB}| + |\vec{AC}| = 2 + \sqrt{2}$, 试求 $|\vec{AB}|$ 与 $|\vec{AC}|$ 的值.
- ★★★如图 1-1-5, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $CD = 2$, $AC = \sqrt{19}$, $\angle BAD = 60^\circ$, 求梯形的高 h .

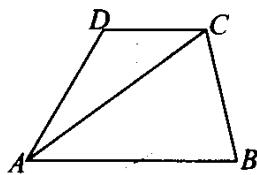


图 1-1-5



13. ★★★★★已知 $(a^2+bc)x^2+2\sqrt{b^2+c^2}x+1=0$ 是关于 x 的二次方程, 其中 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边.

- (1) 若 A 为钝角, 试判断方程根的情况;
 (2) 若方程有两个相等的实根, 求 A 的度数.

14. ★★★★★已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 a, b, c , 且 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{a^2+b^2-c^2}{4}$, 试证明: $C = \frac{\pi}{4}$.



综合探究

15. ★★★★★已知 k 是整数, 钝角 $\triangle ABC$ 的三内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c .

(1) 是否存在 k 值, 使方程组 $\begin{cases} x^2+y=7k, \\ 2kx+y=3(k^2+1) \end{cases}$

有实数解? 若存在, 求出 k 的值; 若不存在, 请说明理由.

(2) 当存在 k 值时, 如果再附加条件

$\sin C = \frac{k}{\sqrt{2}}$, 且 $(c-b)\sin^2 A + b\sin^2 B =$

$c\sin^2 C$, 那么能否求出 A, B, C 的度数?

16. ★★★★★在 $\triangle OAB$ 中, O 为坐标原点, $A(1, \cos \theta), B(\sin \theta, 1)$, 试给出 θ 的一个值, 使 $\triangle OAB$ 的面积最大.

17. ★★ $\triangle ABC$ 的三边分别是 a, b, c , 若 $b^2 = ac$, 且 $c = 2a$, 则 $\cos B$ 等于 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

18. ★★★在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 若 $\sin^2 B + \sin^2 C = \sin^2 A + \sin B \sin C$, 且 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



高考模拟

19. ★★(2006·北京)在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $\sin A : \sin B : \sin C = 5 : 7 : 8$, 则 $a : b : c =$ _____, B 的大小是 _____.

20. ★★★(2006·江西)在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\sin A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

(1) 求 $\tan^2 \frac{B+C}{2} + \sin^2 \frac{A}{2}$ 的值;

(2) 若 $a = 2, S_{\triangle ABC} = \sqrt{2}$, 求 b 的值.

21. ★★★(2005·天津)在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边长分别为 a, b, c , 设 a, b, c 满足条件 $b^2 + c^2 - bc = a^2$ 和 $\frac{c}{b} = \frac{1}{2} + \sqrt{3}$, 求 A 和 $\tan B$ 的值.



1.2 应用举例

A 卷(课堂针对训练)



双基再现

- ★如果将直角三角形三边增加同样的长度,则新三角形为 ()
A. 锐角三角形
B. 直角三角形
C. 钝角三角形
D. 由增加的长度决定
- ★某人向正东方向走 x km 后向右转 150° ,然后朝此方向走 3 km,结果离出发点恰好是 $\sqrt{3}$ km,那么 x 的值为 ()
A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$
C. $2\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$ D. 3
- ★★在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB=4, AC=7, BC$ 边上的中线 AD 的长为 $\frac{7}{2}$,那么 BC 的长为 ()
A. 7 B. 8 C. 9 D. 10
- ★★在一幢 20 m 高的楼顶测得对面一塔吊顶的仰角为 60° ,塔基的俯角为 45° ,那么塔吊的高是 ()
A. $20\left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ m
B. $20(1+\sqrt{3})$ m
C. $10(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ m
D. $20(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ m
- ★在 $\triangle ABC$ 中,已知 $a=5, b=3, C=120^\circ$,则 $\sin A : \sin C$ 为 ()
A. 3:5 B. 3:7
C. 5:7 D. 5:3
- ★在 $\triangle ABC$ 中,已知 $a=7, b=8, C=\arccos \frac{13}{14}$,则 $\triangle ABC$ 中最大角的余弦值为_____.
- 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $BC=3, AB=10, AB$ 边上的中线为 7,则 $S_{\triangle ABC} =$ _____.
- ★★如图 1-2-1,隔河看两目标 A 和 B ,但不能到达,在岸边选取相距 $\sqrt{3}$ km 的 C, D

两点,测得 $\angle ACB = 75^\circ, \angle BCD = 45^\circ, \angle ADC = 30^\circ, \angle ADB = 45^\circ$ (点 A, B, C, D 在同一平面内). 求两目标 A, B 之间的距离.

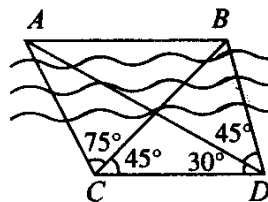


图 1-2-1



变式活学

- ★★(教材问题 1 的变式)如图 1-2-2,一辆汽车在一条水平的公路上向正东行驶,到 A 处时测得公路南侧远处一山顶 D 在东偏南 15° 的方向上,行驶 5 km 后到达 B 处,测得此山顶在东偏南 25° 的方向上,倾角为 8° ,求此山的高度 CD .

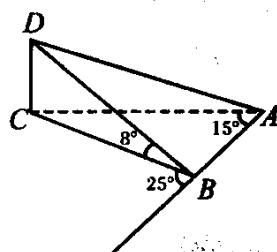


图 1-2-2

- ★★(教材问题 2 的变式)如图 1-2-3,某炮兵阵地位于 A 点,两观察所分别位于 C, D 两点. 已知 $\triangle ACD$ 为正三角形,且 $DC = \sqrt{3}$ km. 当目标出现在 B 时,测得 $\angle CDB = 45^\circ, \angle BCD = 75^\circ$,求炮兵阵地与目标的距离. (精确到 0.01 km)

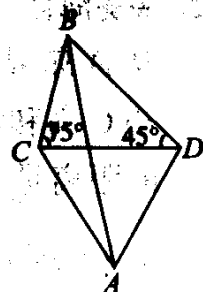


图 1-2-3

11. ★★★(教材问题3的变式)如图1-2-4, 设一条河宽 8 km, 河水的流速为 4 km/h, A, B 两镇隔河相望, C 镇位于 B 镇上游 6 km 处. 某人乘小艇想从 A 镇去 C 镇, 若小艇的最快航速为 10 km/h, 则他要在最短时间内到达 C 镇, 应按什么路线航行? 并求出最短时间.

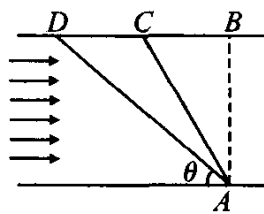


图 1-2-4



实践演练

12. ★★★如图 1-2-5 所示, 在倾斜度一定的山坡上的一点 A 测得山顶上一建筑物顶端 C 对于山坡的倾斜角为 15° , 向山顶前进 100 m 后, 又从 B 点测得倾斜角为 45° , 已知建筑物的高为 50 m, 求此山对于地面的倾斜角 θ .

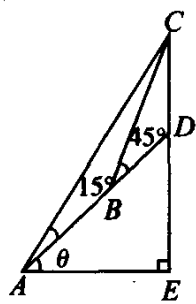


图 1-2-5

13. ★★★如图 1-2-6, 某军司令部在 A 处, 其雷达站在 C 处, C 在 A 的南偏西 25° 方向, 从 A 出发有一条南偏东 35° 走向的公路. 在雷达站 C 处观测到与 C 相距 31 km 的公路上有一队敌军士兵正沿此公路向司令部 A 走去, 走 20 km 到达 D, 此时测得 CD 距离为 21 km, 问该敌军部队在 D 处距离 A 还有多远?

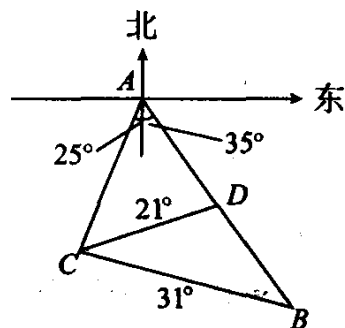


图 1-2-6

B 卷(课外提升训练)



理解整合

- ★★在地面上一点 A 处测得一电视塔尖的仰角为 45° , 再向塔底方向前进 100 m, 又测得塔尖的仰角为 60° , 则此电视塔的高约为 ()
 A. 237 m B. 227 m
 C. 247 m D. 257 m
- ★★海面上有 A, B 两个小岛相距 10 n mile, 从 A 岛望 C 岛和 B 岛成 60° 的视角, 从 B 岛望 C 岛和 A 岛成 30° 的视角. 则 B 与 C 之间的距离是 ()
 A. $10\sqrt{3}$ n mile B. $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ n mile
 C. $5\sqrt{2}$ n mile D. $5\sqrt{3}$ n mile
- ★★如图 1-2-7, 一货轮航行到 M 处, 测得灯塔 S 在货轮的北偏东 15° 方向, 与灯塔 S

相距 20 n mile, 随后货轮沿北偏西 30° 的方向航行 30 min 后, 又测得灯塔在货轮的东北方向, 则货轮的速度为 ()

- $20(\sqrt{2} + \sqrt{6})$ n mile/h
- $20(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ n mile/h
- $20(\sqrt{6} + \sqrt{3})$ n mile/h
- $20(\sqrt{6} - \sqrt{3})$ n mile/h

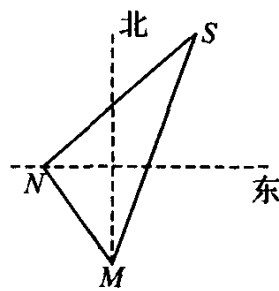


图 1-2-7

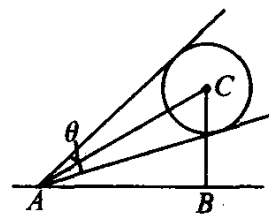


图 1-2-8

- ★★★有一广告气球, 直径为 6 m, 如图 1-2-8 所示, 放在公司大楼的上空. 当行人仰望气球的中心的仰角 $\angle BAC = 30^\circ$ 时, 测得气球的视角 $\theta = 2^\circ$. 若 θ 的弧度数很小

时,可取 $\sin \theta \approx \theta$ 的弧度数,由此可估计该气球的高 BC 约为 ()

- A. 70 m B. 86 m
C. 102 m D. 118 m

5. ★★设 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 中 A, B, C 所对边的长,则直线 $x \sin A + ay + c = 0$ 与 $bx - y \sin B + \sin C = 0$ 的位置关系是 ()

- A. 平行 B. 垂直
C. 重合 D. 相交但不垂直

6. ★★在四边形 $ABCD$ 中,已知 $AB=4, BC=\frac{15}{2}, AD=6$, 对角线 $BD=5$. 若 $\angle DBC = \angle A$, 则 DC 的长为 ()

- A. 4 B. $\frac{11}{25}$ C. 6 D. $\frac{25}{4}$

7. ★在 $\square ABCD$ 中, $AB=4\sqrt{6}, AC=4\sqrt{3}, \angle BAC=45^\circ$, 则 $AD=$ _____.

8. ★★设 $2a+1, a, 2a-1$ 为钝角三角形的三边,那么 a 的范围是 _____.

9. ★★一船以 24 km/h 的速度向正北方向航行,在点 A 处望见灯塔 S 在船的北偏东 30° 方向, 15 min 后到点 B 处望见灯塔在船的北偏东 65° 方向,则船在点 B 时与灯塔 S 的距离是 _____.(精确到 0.1 km)

10. ★★在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB=\frac{4\sqrt{6}}{3}, \cos B=\frac{\sqrt{6}}{6}$, AC 边上的中线 $BD=\sqrt{5}$, 求 $\sin A$ 的值.

11. ★★如图 1-2-9 所示,在海岸 A 处,发现北偏东 45° 方向,距 A 为 $(\sqrt{3}-1) \text{ km}$ 的 B 处有一艘走私船. 在 A 处北偏西 75° 方向,距 A 为 2 km 的 C 处的缉私船奉命以 $10\sqrt{3} \text{ km/h}$ 的速度追截走私船. 此时走私船正以 10 km/h 的速度从 B 处向北偏东 30° 方向逃窜,则缉私船沿什么方向能最快追上走私船? 并求出所需要的时间.

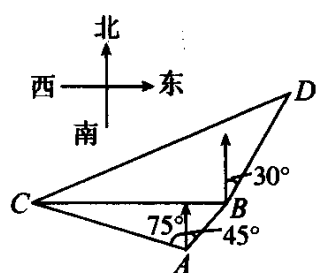


图 1-2-9

12. ★★★如图 1-2-10 所示,我炮兵阵地位于地面 A 处,两观察所分别位于地面点 C 和 D 处. 已知 $CD=6000 \text{ m}$, $\angle ACD=45^\circ, \angle ADC=75^\circ$, 目标出现在地面点 B 处时,测得 $\angle BCD=30^\circ, \angle BDC=15^\circ$, 求炮兵阵地到目标的距离.(结果保留根号)

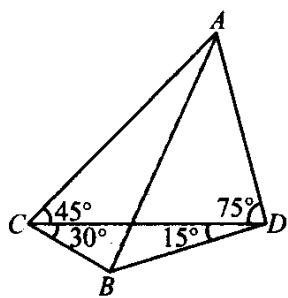


图 1-2-10



拓展创新

13. ★★★在平面几何里,有勾股定理:“设 $\triangle ABC$ 的两边 AB, AC 互相垂直,则 $AB^2 + AC^2 = BC^2$.”拓展到空间,类比平面几何的勾股定理,研究三棱锥的侧面面积与底面面积间的关系.

14. ★★三角形两边之差为 2, 夹角的余弦值为 $\frac{3}{5}$, 面积为 14, 求这个三角形中这两边的长.

15. ★★★如图 1-2-11, 飞机的航线和山顶在同一个竖直平面内. 已知飞机的高度为 20250 m , 速度为 189 km/h , 飞行员先看到山顶的俯角为 $18^\circ 30'$, 经过 960 s 后, 又



看到山顶的俯角为 81° , 求山的高度. (结果精确到 1 m)

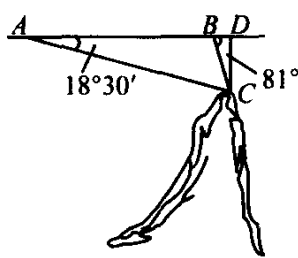


图 1-2-11



综合探究

16. ★★★如图 1-2-12, 海中有一小岛, 周围 3.8 n mile 内有暗礁. 海轮由西向东航行, 望见这岛在北偏东 75° 的方向上, 航行 8 n mile 以后, 望见这岛在北偏东 60° 的方向上. 如果这艘海轮不改变航向继续前进, 有没有触礁的危险?

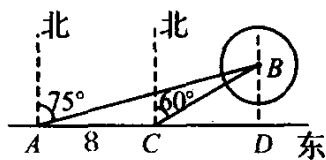


图 1-2-12

17. ★★★★★如图 1-2-13, 公园内有一块边长为 $2a$ 的等边 $\triangle ABC$ 形状的三角地, 现修成草坪, 图中 DE 把草坪分成面积相等的两部分, D 在 AB 上, E 在 AC 上.
- (1) 设 $AD=x(x \geq a)$, $ED=y$, 求用 x 表示 y 的函数关系式;
 - (2) 如果 DE 是灌溉水管, 为节约成本希望它最短, DE 的位置应该在哪里? 如果 DE 是参观线路, 则希望它最长, DE 的位置又在哪里? 请给予证明.

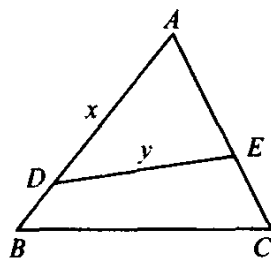


图 1-2-13

18. ★★★为了竖一块广告板, 要制造三角形支架, 三角形支架如图 1-2-14 所示, 要求 $\angle ACB=60^\circ$, BC 长度大于 1 m, 且 AC 比 AB 长 0.5 m. 为了广告板稳固, 要求 AC 的长度越短越好, 则 AC 最短为多少米? 当 AC 最短时, BC 长度为多少米?

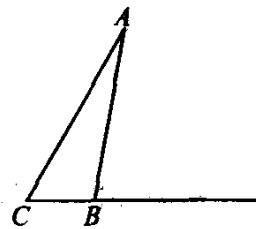


图 1-2-14



高考模拟

19. ★★(2007·山东德州) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=\sqrt{3}$, $AC=1$; 且 $B=30^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于 ()
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{4}$
20. ★★★★★(2006·上海) 如图 1-2-15 所示, 当甲船位于 A 处时获悉在其正东方向相距 20 n mile 的 B 处有一艘渔船遇险等待营救, 甲船立即前往救援, 同时把消息告知在甲船的南偏西 30° , 相距 10 n mile C 处的乙船. 试问乙船应朝北偏东多少度的方向沿直线前往 B 处救援?

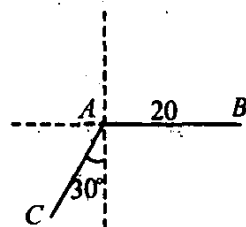


图 1-2-15