

■ 高等学校理工科化学化工类规划教材

传递原理教与学参考

GUIDING BOOK OF TRANSPORT PROCESS PRINCIPLES

沙庆云 主编



大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

■ 高等学校理工科化学化工类规划教材

传递原理教与学参考

GUIDING BOOK OF TRANSPORT PROCESS PRINCIPLES

主编 沙庆云

编著 (按姓氏笔划为序)

马学虎 王宝和 刘云义

刘天庆 赵宗昌 潘艳秋



大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

传递原理教与学参考 / 沙庆云主编. —大连:大连理工大学出版社, 2007. 6

高等学校理工科化学化工类规划教材

ISBN 978-7-5611-3571-6

I. 传… II. 沙… III. 传递—理论—高等学校—教学参考资料 IV. TQ021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 054765 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023

电话:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466

E-mail: dulp@dulp.cn URL: <http://www.dulp.cn>

大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm
2007 年 6 月第 1 版

印张:25 字数:599 千字
2007 年 6 月第 1 次印刷

责任编辑:于建辉

责任校对:欣 宇

封面设计:宋 蕾

ISBN 978-7-5611-3571-6

定 价:45.00 元

前 言

传递原理是研究动量传递、热量传递和质量传递机理及其内在联系的一门学科,阐明了传递过程的基本概念、基本规律以及处理传递过程的基本方法,是很多工程专业公用的一门技术基础课。

目前,我国许多高校的相关专业均已开设了相关课程。编者结合自己 30 多年的教学和科研工作经验,曾出版了《传递原理》一书。该书从物理意义和数学描述上阐明了动量传递、热量传递和质量传递的类似性,并突出了三传的物理实质。

本书《传递原理教与学参考》的编写目的在于:通过“内容精要”,完整系统地对“传递原理”的主要内容进行了总结;宽范围、多领域收集“例题”,通过求解过程的分析,进一步阐明基础理论的实际应用;每章编排适量的“思考题”及“习题”,使读者对动量传递、热量传递和质量传递及其内在联系有更为深入的理解。本书可帮助读者系统地掌握运用“三传理论”分析问题的方法,作为解决实际问题的起点。本书既可作为相关课程的教学参考书,也可供相关专业研究生、本科生参考。

参加本书编写工作的有:马学虎(第 1、5 章)、王宝和(第 2、10 章)、刘云义(第 3、4 章)、潘艳秋(第 4、9 章)、刘天庆(第 6 章)、赵宗昌(第 7、8 章)。全书由沙庆云统稿并最后定稿。

诚挚欢迎读者对本书提出宝贵意见或建议,可通过以下方式与我们联系:

邮箱 jcjf@dutp.cn

电话 0411-84707962 84708947

沙庆云
2007 年 5 月

目 录

第1章 绪 论 /1		
内容精要 /1	例 题 /2	思考题 /2
第2章 传递原理概述 /3		
内容精要 /3	例 题 /10	思考题 /27
习 题 /28	参考答案 /29	
第3章 层 流 /31		
内容精要 /31	例 题 /44	思考题 /75
习 题 /76	参考答案 /78	
第4章 湍流流动 /80		
内容精要 /80	例 题 /89	思考题 /119
习 题 /120	参考答案 /121	
第5章 导 热 /123		
内容精要 /123	例 题 /138	思考题 /193
习 题 /194	参考答案 /198	
第6章 对流传热 /200		
内容精要 /200	例 题 /207	思考题 /255
习 题 /255	参考答案 /258	
第7章 传质的基本概念和传质微分方程 /260		
内容精要 /260	例 题 /264	思考题 /275
习 题 /276	参考答案 /277	
第8章 分子扩散 /278		
内容精要 /278	例 题 /283	思考题 /306
习 题 /307	参考答案 /308	
第9章 对流传质 /309		
内容精要 /309	例 题 /313	思考题 /350
习 题 /351	参考答案 /354	
第10章 三传类比 /356		
内容精要 /356	例 题 /360	思考题 /377
习 题 /378	参考答案 /380	
附 录 /382		
附录A 函 数 /382		
附录B 非稳态传递算图 /384		
参考文献 /393		

第 1 章 绪 论

• 内容精要 •

1.1 流体的连续性

工程实际中,绝大多数涉及的是流体的宏观特征,因此可以忽略分子间的空隙,假定流体是由流体微团构成的连续的一片,其中没有空隙,把流体作为连续的介质处理。

流体微团是指一个微小的流体体积,包含大量分子、微观上足够大、宏观上与设备尺寸相比又足够小的具有平均统计意义的分子团。流体微团又称流体质点,为流体中的一个点,在任一空间点、任一时刻都具有确定的宏观物理量,如密度、温度、压力、黏度、导热系数等。这些物理量一般均为空间坐标和时间的连续函数,可以用连续函数的数学方法处理。

1.2 流体的不可压缩性

流体的压缩性可用下式描述

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{p - p_0}{E} \quad (1-1)$$

式中 V_0 ——初始压强 p_0 时的体积;

ΔV ——压强从 p_0 变为 p 时体积的变化量;

E ——弹性模量。

若 $\frac{\Delta V}{V_0} < 0.05$, 即可近似作为不可压缩流体处理。

1.3 两种分析观点

拉格朗日观点和欧拉观点。

1.4 全导数和随体导数

直角坐标系下,任一为时间和空间连续函数的物理量 F , 其全导数为

$$\frac{dF}{d\theta} = \frac{\partial F}{\partial \theta} + \frac{\partial F}{\partial x} \frac{dx}{d\theta} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{dy}{d\theta} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{dz}{d\theta} \quad (1-2)$$

其随体导数为

$$\frac{DF}{D\theta} = \frac{\partial F}{\partial \theta} + u_x \frac{\partial F}{\partial x} + u_y \frac{\partial F}{\partial y} + u_z \frac{\partial F}{\partial z} \quad (1-3)$$

● 例题 ●

1-1 水的密度与压力的关系为

$$\frac{p+B}{p_0+B} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^7 \quad (1)$$

式中, $B = 3\,000\text{ atm}$, 若 $p_0 = 1\text{ atm}$, 试求当水的密度增加 1% 时所需的压力 p 。

解 将已知数据代入式(1)得

$$\frac{p+3\,000}{1+3\,000} = 1.01^7$$

解得

$$p = 217.5\text{ atm}$$

1-2 若空气的密度可按理想气体定律 $\rho = \frac{pM}{RT}$ 计算, 试求在温度不变的条件下, 当空气密度增加 1% 时, 压力增为原压力的多少倍?

解

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{pM/RT}{p_0M/RT} = \frac{p}{p_0} = 1.01$$

在温度不变的条件下, 空气的密度与压力成正比, 故压力 p 增为原压力的 1.01 倍。

● 思考题 ●

1. 何谓拉格朗日法? 何谓欧拉法? 固体中的导热应该采用何种方法进行分析? 流体与壁面间的对流传热应该采用何种方法?

2. 试述 $\partial t/\partial \theta$ 、 $dt/d\theta$ 和 $Dt/D\theta$ 的物理意义, 其中 t 为温度。

3. 在流动的流体中, 当 $Dc_A/D\theta$ 不为零时, $\partial c_A/\partial \theta$ 可能为零吗? 当 $\partial c_A/\partial \theta$ 为零时, $Dc_A/D\theta$ 可能不为零吗? 其中 c_A 为组分 A 的浓度。

4. What is the assumption of continuous medium? In what cases is this assumption no longer valid?

5. Which of the quantities listed below are flow properties and which are fluid properties?

pressure, density, velocity, temperature, pressure drop, viscosity

第 2 章 传递原理概述

• 内容精要 •

2.1 传递现象的物理机理

动量传递、热量传递和质量传递既可由分子传递的方式进行,又可由涡流传递的方式进行。在静止介质中或在层流条件下,由微观分子不规则运动所产生的传递为分子传递。在湍流条件下,不仅存在由微观分子不规则运动所产生的分子传递,同时还存在宏观旋涡在各流层间相互混杂、相互碰撞所引起的涡流传递,由分子传递和涡流传递相结合的传递称为湍流传递。

2.1.1 分子传递通量

1. 动量通量(牛顿黏性定律)

对于层流流动的流体,因速度差引起的分子之间的动量传递,其动量通量可用牛顿黏性定律描述,即

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{du_x}{dy} \quad (2-1a)$$

对于不可压缩的流体,式(2-1a)可改写为

$$\tau_{yx} = -\nu \frac{d(\rho u_x)}{dy} \quad (2-1b)$$

式中 τ_{yx} ——动量通量, $(\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1})/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ 或 N/m^2 ;

μ ——黏度, $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ 或 $\text{Pa} \cdot \text{s}$;

ν ——运动黏度(或动量扩散系数), $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, m^2/s ;

u_x ——流体在 x 方向上的流速, m/s ;

y ——传递方向上的距离, m ;

ρ ——流体的密度, kg/m^3 ;

ρu_x ——动量浓度, $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}/\text{m}^3$;

$\frac{du_x}{dy}$ —— y 方向上的速度梯度, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}/\text{m}$;

$\frac{d(\rho u_x)}{dy}$ —— y 方向上的动量浓度梯度, $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}/(\text{m}^3 \cdot \text{m})$ 。

2. 热量通量(傅里叶定律)

因温度差引起的分子间的热量传递,其热量通量可用傅里叶定律描述,即

$$q_y = -k \frac{dt}{dy} \quad (2-2a)$$

对于密度 ρ 、比定压热容 c_p 可以作为常数处理的层流流体或静止介质,式(2-2a)可改写为

$$q_y = -\alpha \frac{d(\rho c_p t)}{dy} \quad (2-2b)$$

式中 q_y ——热量通量, $\text{J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ 或 W/m^2 ;

k ——导热系数, $\text{J}/(\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K})$ 或 $\text{J}/(\text{m} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C})$;

α ——热扩散系数(即导温系数), $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}, \text{m}^2/\text{s}$;

t ——温度, K 或 $^\circ\text{C}$;

c_p ——比定压热容, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 或 $\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$;

$\rho c_p t$ ——热量浓度, J/m^3 ;

$\frac{dt}{dy}$ —— y 方向上的温度梯度, K/m 或 $^\circ\text{C}/\text{m}$;

$\frac{d(\rho c_p t)}{dy}$ —— y 方向上的热量浓度梯度, $\text{J} \cdot \text{m}^{-3}/\text{m}$ 。

3. 质量通量(费克定律)

对于双组分(A、B)物系,因浓度差引起的分子扩散,其质量通量可用费克定律描述,即

$$j_{Ay} = -D_{AB} \frac{d\rho_A}{dy} \quad (2-3a)$$

式中 j_{Ay} ——组分 A 的质量通量, $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$;

D_{AB} ——组分 A 在组分 B 中的质量扩散系数(又称分子扩散系数), m^2/s ;

ρ_A ——组分 A 的质量浓度, kg/m^3 ;

$\frac{d\rho_A}{dy}$ ——组分 A 在 y 方向上的质量浓度梯度, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}/\text{m}$ 。

组分的浓度可用物质的量浓度、摩尔分数、分压和密度等多种形式表示。相应的质量通量可用不同的形式表达。例如

$$J_{Ay} = -D_{AB} \frac{dc_A}{dy} \quad (2-3b)$$

式中 J_{Ay} ——组分 A 的摩尔通量, $\text{kmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$;

c_A ——组分 A 的物质的量浓度, kmol/m^3 。

2.1.2 湍流传递通量

1. 涡流传递通量

对于不可压缩流体,波希涅斯克提出的涡流动量传递通量、涡流热量传递通量和涡流质量传递通量表达式分别为式(2-4) ~ 式(2-6),其中的下标“e”表示涡流。

$$\tau_{yx,e} = -\nu_e \frac{d(\rho u_x)}{dy} \quad (2-4)$$

$$q_{y,e} = -\alpha_e \frac{d(\rho c_p t)}{dy} \quad (2-5)$$

$$j_{Ay,e} = -D_{AB,e} \frac{d\rho_A}{dy} \quad (2-6)$$

2. 湍流传递通量

不可压缩流体的湍流动量传递通量、湍流热量传递通量和湍流质量传递通量分别为其分子传递通量与涡流传递通量之和,由式(2-7)~式(2-9)表达,其中的上标 t 表示湍流。

$$\tau'_{yx} = -(\nu + \nu_e) \frac{d(\rho u_x)}{dy} \quad (2-7)$$

$$q'_y = -(\alpha + \alpha_e) \frac{d(\rho c_p t)}{dy} \quad (2-8)$$

$$j'_{Ay} = -(D_{AB} + D_{AB,e}) \frac{d\rho_A}{dy} \quad (2-9)$$

由式(2-1b)、式(2-2b)、式(2-3)以及式(2-7)~式(2-9)可见,动量通量、热量通量和质量通量具有类似的规律,用文字的形式表达为

$$\begin{bmatrix} \text{动量} \\ \text{热量} \\ \text{质量} \end{bmatrix} \text{通量} = - \begin{bmatrix} \text{动量} \\ \text{热量} \\ \text{质量} \end{bmatrix} \text{扩散系数} \times \begin{bmatrix} \text{动量} \\ \text{热量} \\ \text{质量} \end{bmatrix} \text{浓度梯度} \quad (2-10)$$

2.2 通过壁面或相界面的传递速率

动量通量为

$$\tau_w = -\mu \left. \frac{du_x}{dy} \right|_{y=0} = \frac{f}{2} \rho u_\infty^2 \quad (2-11a)$$

或

$$\tau_w = -\nu \left. \frac{d(\rho u_x)}{dy} \right|_{y=0} = \frac{f}{2} u_\infty (\rho u_\infty - \rho u_w) \quad (2-11b)$$

热量通量为

$$q_w = -k \left. \frac{dt}{dy} \right|_{y=0} = h(t_\infty - t_w) \quad (2-12a)$$

或

$$q_w = -\alpha \left. \frac{d(\rho c_p t)}{dy} \right|_{y=0} = \frac{h}{\rho c_p} (\rho c_p t_\infty - \rho c_p t_w) \quad (2-12b)$$

对于双组分(A、B)物系,在无总体流动的条件下,通过壁面或相界面的质量通量为

$$J_{A,w} = -D_{AB} \left. \frac{dc_A}{dy} \right|_{y=0} = k_c^0 (c_{A,\infty} - c_{A,w}) \quad (2-13)$$

在式(2-11) ~ 式(2-13) 中:

w ——壁面或相界面;

∞ ——流体主体(若传递过程在管内进行,则改为 av);

f ——范宁摩擦因子;

$\frac{f}{2}u_{\infty}$ ——动量传递系数, m/s ;

h ——传热系数, $W/(m^2 \cdot K)$ 或 $W/(m^2 \cdot ^\circ C)$;

$\frac{h}{\rho c_p}$ ——热量传递系数, m/s ;

k_c° ——无总体流动条件下以 Δc_A 为基准的质量传递系数或传质系数, m/s 。

式(2-11b)、(2-12b) 和(2-13) 进一步阐明了动量传递、热量传递和质量传递三者之间具有类似的规律性,用文字的形式表达为

$$\begin{bmatrix} \text{动量} \\ \text{热量} \\ \text{质量} \end{bmatrix} \text{通量} = \begin{bmatrix} \text{动量} \\ \text{热量} \\ \text{质量} \end{bmatrix} \text{传递系数} \times \begin{bmatrix} \text{动量} \\ \text{热量} \\ \text{质量} \end{bmatrix} \text{浓度差} \quad (2-14)$$

2.3 衡算方程

动量、热量和质量传递定量计算的基础为普遍的衡算方程,即

$$\text{输入的} \begin{bmatrix} \text{动量} \\ \text{热量} \\ \text{质量} \end{bmatrix} \text{速率} - \text{输出的} \begin{bmatrix} \text{动量} \\ \text{热量} \\ \text{质量} \end{bmatrix} \text{速率} = \text{累积的} \begin{bmatrix} \text{动量} \\ \text{热量} \\ \text{质量} \end{bmatrix} \text{速率} \quad (2-15)$$

衡算有总衡算和微分衡算两种类型。

由微分总质量衡算得出的数学关系式称为连续性方程。

2.3.1 直角坐标系的连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0 \quad (2-16a)$$

或

$$\frac{\partial \rho}{\partial \theta} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (2-16b)$$

$$\frac{D\rho}{D\theta} + \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (2-16c)$$

式中 θ ——时间, s ;

u_x ——流体在 x 方向上的流速, m/s ;

u_y ——流体在 y 方向上的流速, m/s ;

u_z ——流体在 z 方向上的流速, m/s ;

$\frac{D\rho}{D\theta}$ ——直角坐标系下流体密度的随体导数, $kg/(m^3 \cdot s)$ 。

式(2-16)适用于:① 稳态、非稳态流动;② 理想、非理想流体;③ 可压缩、不可压缩流体;④ 牛顿型、非牛顿型流体;⑤ 流体的层流、湍流流动。

直角坐标系下,不可压缩流体的连续性方程为

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (2-17)$$

2.3.2 柱坐标系的连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial \theta'} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho u_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial (\rho u_z)}{\partial z} = 0 \quad (2-18a)$$

或

$$\frac{\partial \rho}{\partial \theta'} + u_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (2-18b)$$

$$\frac{D\rho}{D\theta'} + \rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (2-18c)$$

式中 θ' ——时间, s;

u_r ——流体在 r 方向上的流速, m/s;

u_θ ——流体在 θ 方向上的流速, m/s;

u_z ——流体在 z 方向上的流速, m/s;

$\frac{D\rho}{D\theta'}$ ——柱坐标系下流体密度的随体导数, $\text{kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ 。

在柱坐标系下,不可压缩流体的连续性方程为

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (2-19)$$

式(2-18)的适用性与式(2-16)相同,式(2-19)的适用性与式(2-17)相同。

2.3.3 球坐标系的连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial \theta'} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial (\rho r^2 u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (\rho u_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (\rho u_\phi)}{\partial \phi} = 0 \quad (2-20a)$$

或

$$\frac{\partial \rho}{\partial \theta'} + u_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial \rho}{\partial \phi} + \rho \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (u_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} \right] = 0 \quad (2-20b)$$

$$\frac{D\rho}{D\theta'} + \rho \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (u_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} \right] = 0 \quad (2-20c)$$

式中 θ' ——时间, s;

u_r ——流体在 r 方向上的流速, m/s;

u_θ ——流体在 θ 方向上的流速, m/s;

u_ϕ ——流体在 ϕ 方向上的流速, m/s;

$\frac{D\rho}{Dt}$ ——球坐标系下流体密度的随体导数, $\text{kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ 。

在球坐标系下,不可压缩流体的连续性方程为

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(u_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} = 0 \quad (2-21)$$

式(2-20)的适用性与式(2-16)相同,式(2-21)的适用性与式(2-17)相同。

2.4 边界层概念和边界层方程

普朗特边界层理论的基本要点是:流经壁面的流体流动可划分为两个区域——边界层区和主流区。假定速度梯度全部集中在紧靠壁面的一薄层流体之中,此薄流体层称为边界层。在紧靠壁面的边界层区,速度梯度很大,即使流体的黏度很小,黏滞力仍具有很大的影响,作为实际流体处理;而在边界层外的主流区,认为速度不再改变,速度梯度为零,可以作为理想流体处理。

2.4.1 平板上的流动边界层、传热边界层和传质边界层

1. 层流边界层和湍流边界层

(1) 层流边界层

边界层厚度在平板前缘处为零,沿流动方向逐渐加厚,若边界层中流体的流动为层流,此边界层称为层流边界层。

(2) 湍流边界层

若边界层中流体的流动为湍流,此边界层就是湍流边界层。

湍流边界层包括层流底层、缓冲层和湍流中心三部分。紧靠壁面的仍为层流流动的一极薄流体层称为层流底层或层流内层。在层流底层和湍流中心之间的过渡层称为缓冲层。

(3) 临界距离和临界雷诺数

由层流边界层转变为湍流边界层的转折点离平板前缘处的距离,称为临界距离 x_c 。

描述平板上流动状态的雷诺数为

$$Re_x = \frac{x u_\infty}{\nu} \quad (2-22a)$$

或

$$Re_x = \frac{\rho x u_\infty}{\mu} \quad (2-22b)$$

由层流边界层转变为湍流边界层的雷诺数称临界雷诺数 $Re_{x,c} (= \frac{x_c u_\infty}{\nu})$, 其范围为 $2 \times 10^5 \sim 3 \times 10^6$ 。

2. 边界层概念的推广

(1) 流动边界层

假定速度梯度全部集中在紧靠近壁面的一薄层流体内,此薄层流体称为流动边界层。

规定速度 u_x 达到边界层外缘速度 u_∞ 的 99% (即 $\frac{u_x}{u_\infty} = 0.99$) 处与板面的垂直距离为流动边界层厚度 δ 。

(2) 传热边界层

壁面附近由于加热或冷却使流体温度梯度有显著变化的区域为传热边界层,而在传热边界层之外,温度梯度可以忽略不计。若 t 表示随壁面垂直距离而变的流体层温度, t_∞ 为边界层外缘的流体温度, t_w 为壁面温度,则规定 $\frac{t - t_w}{t_\infty - t_w} = 0.99$ 处与壁面的垂直距离为传热边界层厚度 δ_t 。

(3) 传质边界层

壁面或相界面附近由于传质使浓度梯度发生显著变化的区域称传质边界层。若 c_A 表示随壁面垂直距离而变的流体层中组分 A 的浓度, $c_{A,\infty}$ 为边界层外缘组分 A 的浓度, $c_{A,w}$ 为壁面或相界面上组分 A 的浓度,则规定 $\frac{c_A - c_{A,w}}{c_{A,\infty} - c_{A,w}} = 0.99$ 处与壁面或相界面的垂直距离为传质边界层厚度 δ_c 。

2.4.2 圆管内的流动边界层、传热边界层和传质边界层

1. 正在发展和充分发展了的流动

(1) 正在发展的流动

从管子入口处边界层厚度为零到边界层在管子中心汇合前的流动称为正在发展的流动。

(2) 充分发展了的流动

边界层在管子中心汇合后的流动称为充分发展了的流动。从边界层在管子中心汇合这一点开始,其下游的速度分布不再改变,边界层厚度亦不再改变(等于管子的内半径)。若边界层在管子中心汇合时,流体的流动为层流,则其后的流动将保持层流不变;若边界层在管子中心汇合时,流体的流动为湍流,则其后的流动将保持湍流不变。与平板类似,圆管内的湍流边界层亦可分为层流底层、缓冲层和湍流中心三部分。

描述管内流体流动状态的雷诺数为

$$Re = \frac{u_{av} d}{\nu} \quad (2-23a)$$

或

$$Re = \frac{u_{av} d \rho}{\mu} \quad (2-23b)$$

式中 d ——管子内径, m;

u_{av} ——流体的平均速度, m/s。

$Re < 2\,100$ 为层流, $Re > 10\,000$ 为湍流。

2. 正在发展和充分发展了的传热或传质

与圆管内的流动边界层类似,从管子入口到边界层在管子中心汇合前的传热或传质

称为正在发展的传热或传质。边界层在管子中心汇合后的传热或传质称为充分发展了的传热或传质。

3. 进口段长度

从管子入口到边界层在管子中心汇合处的距离称为进口段长度。在层流条件下,流动进口段长度 X_{ent} 、传热进口段长度 $X_{\text{ent},t}$ 和传质进口段长度 $X_{\text{ent},c}$ 可分别按式(2-24)~式(2-26)计算,即

$$\frac{X_{\text{ent}}}{d} = 0.05Re \quad (2-24)$$

$$\frac{X_{\text{ent},t}}{d} = 0.05RePr \quad (2-25)$$

$$\frac{X_{\text{ent},c}}{d} = 0.05ReSc \quad (2-26)$$

式中 Pr ——普朗特数, $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$;

Sc ——施密特数, $Sc = \frac{\nu}{D_{AB}}$ 。

在湍流条件下,流动、传热和传质进口段长度均可按式(2-27)估算

$$\frac{X_{\text{ent}}}{d} = 50 \sim 100 \quad (2-27)$$

2.4.3 边界层积分方程

1. 边界层动量积分方程

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (u_{\infty} - u_x) u_x dy = \nu \frac{\partial u_x}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (2-28)$$

2. 边界层热量积分方程

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_t} (t_{\infty} - t) u_x dy = \alpha \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (2-29)$$

3. 边界层质量积分方程

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_c} (c_{A,\infty} - c_A) u_x dy = D_{AB} \frac{\partial c_A}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (2-30)$$

式(2-28)~式(2-30)适用于不可压缩流体沿平壁的二维层流或湍流流动。

● 例题 ●

【例 2-1】20℃下,空气、水和含水 80%(质量分数)的蔗糖溶液分别在內径为 50 mm 的圆管内流动。已知其密度和黏度分别为:

空气 $\rho = 1.205 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1.81 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

水 $\rho = 998.2 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1.005 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

蔗糖溶液 $\rho = 1073 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1.92 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

若维持层流流动,管内流速的上限各为多少?若维持湍流流动,管内流速的下限各为多少?

解 (1) 圆管内维持层流流动时,流速的上限

$$Re = \frac{du\rho}{\mu} \leq 2100, \quad u \leq \frac{2100\mu}{d\rho}$$

空气 $u \leq \frac{2100 \times 1.81 \times 10^{-5}}{0.05 \times 1.205} = 0.631 \text{ m/s}$

水 $u \leq \frac{2100 \times 1.005 \times 10^{-3}}{0.05 \times 998.2} = 0.0423 \text{ m/s}$

蔗糖溶液 $u \leq \frac{2100 \times 1.92 \times 10^{-3}}{0.05 \times 1073} = 0.0752 \text{ m/s}$

(2) 圆管内维持湍流流动时,流速的下限

$$Re = \frac{du\rho}{\mu} \geq 10000, \quad u \geq \frac{10000\mu}{d\rho}$$

空气 $u \geq \frac{10000 \times 1.81 \times 10^{-5}}{0.05 \times 1.205} = 3 \text{ m/s}$

同理,水的流速 $u \geq 0.201 \text{ m/s}$,蔗糖溶液的流速 $u \geq 0.358 \text{ m/s}$ 。

【例2-2】20℃的水在管内流动,测得壁面处的速度梯度为 $1000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}/\text{m}$,试求动量通量。

解 20℃水的黏度 $\mu = 1.005 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$,动量通量为

$$\tau_w = -\mu \left. \frac{du_x}{dy} \right|_{y=0} = -1.005 \times 10^{-3} \times 1000 = -1.005 \text{ N/m}^2$$

【例2-3】已知298.2 K下,脱脂牛奶的密度为 1041 kg/m^3 ,黏度为 $0.0014 \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$,求脱脂牛奶的动量扩散系数。

解 $\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.0014}{1041} = 1.344 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

【例2-4】不锈钢的密度为 7820 kg/m^3 ,比定压热容为 $460.8 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$,导热系数为 $16 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$,试求不锈钢的热扩散系数。

解 $\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{16}{7820 \times 460.8} = 4.44 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

【例2-5】空气在管内被加热,温度由15℃升高到25℃,热量通量为 1000 W/m^2 ,若管壁的温度维持40℃不变,试求传热系数和热量传递系数。

解 空气在平均温度 $t_{av} = \frac{15+25}{2} = 20^\circ\text{C}$ 下, $\rho = 1.205 \text{ kg/m}^3$, $c_p = 1.013 \text{ kJ/(kg} \cdot ^\circ\text{C)}$ 。

(1) 传热系数

$$h = \frac{q}{t_w - t_{av}} = \frac{1000}{40 - 20} = 50 \text{ W/(m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$$

(2) 热量传递系数

$$\frac{h}{\rho c_p} = \frac{50}{1.205 \times 1.013 \times 1000} = 4.1 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

【例2-6】 一块厚度为150 mm的无限大平板,其左侧保持80 °C不变,其右侧与空气接触,空气的温度为40 °C,空气与右侧壁面间的对流传热系数为6 W/(m²·°C)。若平板的导热系数为8.5 W/(m·°C),试求稳态导热情况下,平板右侧的温度。

解 无限大平板的热量仅沿厚度方向传递。稳态导热下,根据傅里叶定律

$$q_x = -k \frac{dt}{dx} = k \frac{t_{w1} - t_{w2}}{L} = 8.5 \times \frac{80 - t_{w2}}{0.15}$$

此热量必由右侧壁面传递到空气中去。根据对流传热的速率方程式

$$q_x = h(t_{w2} - t_{\infty}) = 6 \times (t_{w2} - 40)$$

联立以上两式,解得平板右侧的温度 $t_{w2} = 76.2$ °C。

【例2-7】 一台输出功率为800 W的电阻加热器,置于流动的水中将水加热。水的平均温度按38 °C计,电阻加热器与水的接触面积为0.1 m²,传热系数为300 W/(m²·°C),试求加热器表面的温度。若误将加热器取出后,置于38 °C的空气中,且未切断电源,试分析可能产生的后果。加热器表面与空气间的自然对流传热系数取8 W/(m²·°C)。

解 当用电阻加热器加热水时

$$q = h(t_w - t_{\infty})$$

$$\frac{800}{0.1} = 300 \times (t_w - 38)$$

解得加热器表面温度 $t_w = 64.67$ °C。

若将加热器置于38 °C的空气中,则

$$\frac{800}{0.1} = 8 \times (t_w - 38), \quad t_w = 1038$$
 °C

此温度已超过某些金属的熔点,极易将加热器烧坏,造成严重的后果。

【例2-8】 CO₂在管中通过N₂进行稳态分子扩散。管长0.5 m,管两端CO₂的物质的量浓度分别为0.024 kmol/m³和0.004 kmol/m³。常压25 °C下CO₂在N₂中的扩散系数 $D_{AB} = 1.67 \times 10^{-5}$ m²/s,试求CO₂的扩散通量和传质系数。

解 (1) 扩散通量

CO₂用组分A表示,由式(2-3b)有

$$J_{Ax} = -D_{AB} \frac{dc_A}{dx}$$

将上式积分,并将具体数据代入,得

$$\begin{aligned} J_{Ax} &= -D_{AB} \frac{\int_{c_{A1}}^{c_{A2}} dc_A}{\int_{x_1}^{x_2} dx} = -D_{AB} \frac{c_{A2} - c_{A1}}{x_2 - x_1} \\ &= 1.67 \times 10^{-5} \times \frac{0.024 - 0.004}{0.5} = 6.68 \times 10^{-7} \text{ kmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s}) \end{aligned}$$

(2) 传质系数