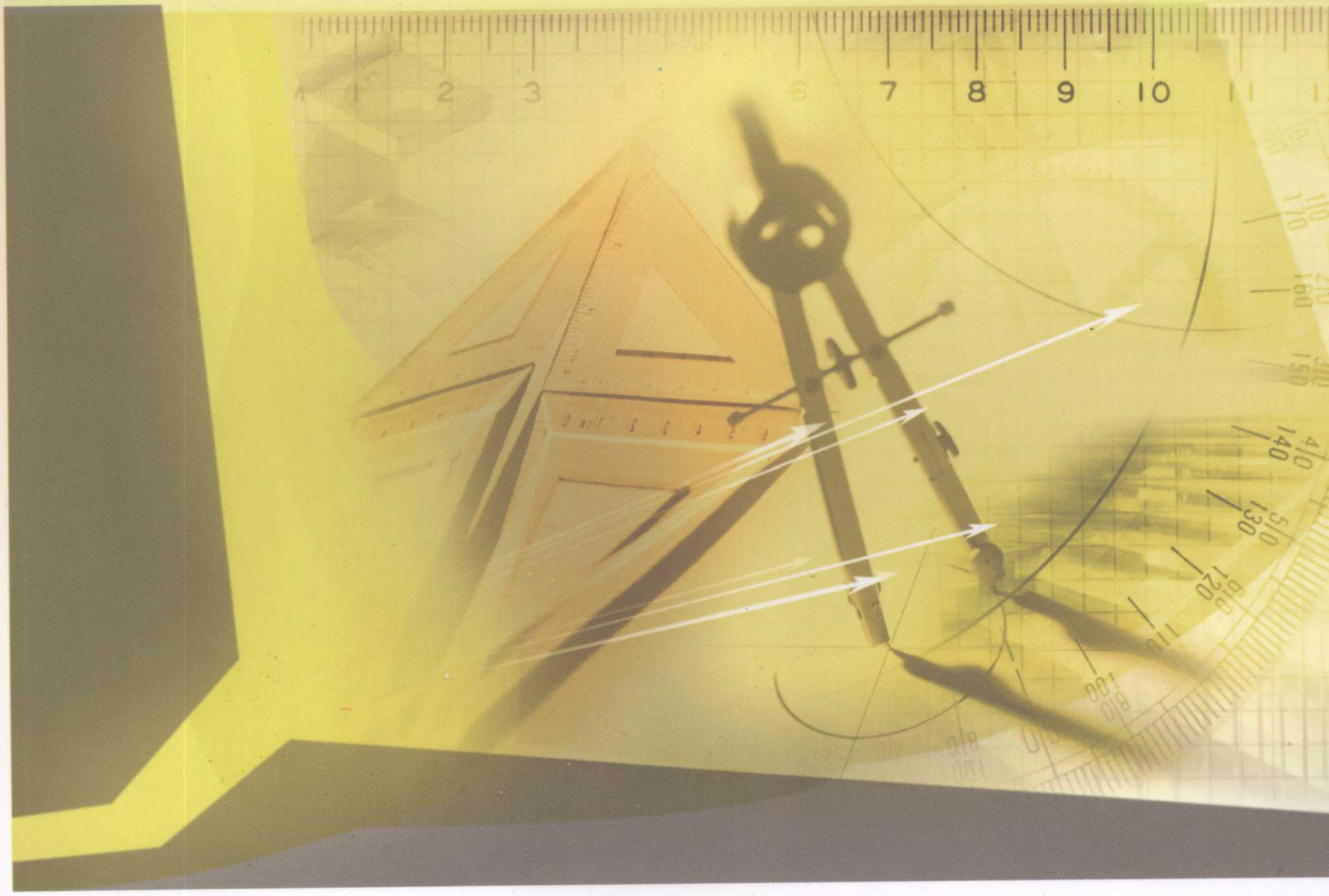
教育部高等职业教育基础课规划教材

新编高等数学教程

● 中国高等教育学会　组编
● 葛云飞　主编

HIGHER VOCATIONAL EDUCATION



科学出版社
www.sciencep.com

教育部高等职业教育基础课规划教材

新编高等数学教程

中国高等教育学会　组编

葛云飞　主编

张　桦　肖新义　张　丹
张慧颖　赵英丽　朱广恩　副主编

科学出版社

北　京

内 容 简 介

为适应21世纪对高等职业技术应用型人才的新要求，提升高等数学在技能和职业指导中作用，我们编写了这本具有高职特色的高等数学教材。

本书作为教育部高等职业教育基础课规划教材之一，创新点在于把学法融入读本中，把培养学生的职业精神和职业意识写进了数学教材中，突显每章节的技术性内容。

本书包括一元函数微分学、一元函数积分学、多元函数微分学、多元函数积分学、向量与空间解析几何、几何级数、常微分方程、数学建模、数学软件Mathematica九个知识模块，全部学完学时不少于120学时。前二个知识模块学完后，就可以根据专业选择所需数学知识模块。本书注重对综合知识的应用，突出一定升学应试能力，对参加"专升本"考试具有一定指导意义。

本书可作为高职高专理工类和财经类各专业的通用教材，也可作为其他各专业的参考资料，同时，也可作为普通高等专科学校和成人高校的通用教材。

图书在版编目(CIP)数据

新编高等数学教程/中国高等教育学会组编. —北京：科学出版社，2007
(教育部高等职业教育基础课规划教材)
ISBN 978-7-03-018987-5

Ⅰ.新…　Ⅱ.中…　Ⅲ.高等数学-高等学校-教材　Ⅳ. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第070167号

责任编辑：沈力匀　王　超/责任校对：赵　燕
责任印制：吕春珉/封面设计：李　亮

科 学 出 版 社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

铭浩彩色印装有限公司印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*

2007年8月第　一　版　开本：787×1092 1/16
2007年8月第一次印刷　印张：30
印数：1—5 000　字数：717 000

定价：38.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换<环伟>）
销售部电话 010-62136131　编辑部电话 010-62135235（VF02）

前　言

数学的发展，特别是计算机技术的应用，促进科学技术的迅速发展；现代科学技术的发展越来越需要数学的帮助. 现代数学，已经不仅是指导人们进行精确数量分析、复杂计算和问题解决的知识和理论，而且它本身已经成为一门技术——数学技术. 计算机不过是“数学的心脏加上机械的外壳”，它是一种数学技术的载体.

为了适应 21 世纪人才发展的市场需要，配合产业技术的提升和社会经济的迅速发展，为了满足高等职业教育发展的需要，提升高等职业技术人才的综合能力和素质，以培养应用型、实用型人才的需要. 本书根据教育部最新制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》，在认真总结全国高职高专数学教改经验的基础上，结合高等职业院校学生及教师的实际情况，我们编写了这本《新编高等数学教程》.

本书具有以下特点：

(1) 体现高职特色. 教材立足于高职高专开设两个学期高等数学课程的各个专业，是理工和财经类专业的基础课，根据各专业对数学的要求，贯彻“理解概念、强化应用和适用”的教学原则，强化基础知识，基本思想，突出本质.以教师好用，学生好学为编写出发点. 突现高职特色、明确技能要求，教材的讲解和阐述充分考虑数学知识服务于专业需要，从学生的实际出发，不拔高、不刻意追求知识系统，立足以专业“够用、实用”为基本编写原则.

(2) 突出人文化、生活化. 教材合理设置章节的时间性，语言追求“人文”化，对学生具有激励和开发作用，以数学概念生活化，引导学生想学数学、乐学数学为编写主线.教材适时溶入新的知识和信息，提高数学趣味性，具有现实性和前瞻性.

(3) 有机整合，加强职业指导. 教材有机整合数学知识，提高数学教学的职业指导能力，在指导就业和和工作能力上有较大的突破，这也是本书的一大亮点.

(4) 寓教于乐，赏心悦目.教材设置教师与学生的互动环节，让学生参与到教学中，通过：想一想栏目，解决学生学习中疑难问题，消除学生怕上数学课的念头，提高了教材的亲和力.

(5) 难易适中，统筹兼顾.通过案例分析解决数学知识与专业知识的结合问题，增强数学知识的应用能力. 在每一节习题设置上难度低于例题难度，与教师讲课进度高度一致；没有出现教师需要补充知识学生才能做的练习题.在综合习题的设置上，考虑的是知识综合运用和以后升本和自学的需要，难度与例题持平.

本书在于保证数学知识的系统性和严密性的基础上，增强数学的概括性和应用性，把技术性写进应用数学的读本中，每一章给出学法指导和综合训练，能使学生轻松整合本章知识，增强了学生内化数学知识的速度.并能使数学知识与专业知识有机整合，具有浓厚的职业特色.

本书包括一元函数微分学、一元函数积分学、多元函数微分学、多元函数积分学、

向量与空间解析几何、无穷级数、常微分方程、数学建模、数学软件 Mathematica 九个知识模块，全部学完学时不少于 120 学时. 前二个知识模块学完后，就可以根据专业选择所需数学知识模块. 本书注重对综合知识的应用，突出一定升学应试能力，对参加“专升本”考试具有一定指导意义.

参加本书编写的有河南经贸职业学院的葛云飞(第 10 章、第 11 章)、张桦(第 4 章、第 5 章)、张丹(第 7 章、第 8 章)；河南农业职业学院的朱广恩(第 1 章、第 2 章 2.1、2.2 节)、赵英丽(第 2 章 2.3 节、第 3 章)；周口职业技术学院的肖新义(第 6 章、第 9 章 9.1、9.2 节)；河南交通职业技术学院的张慧颖(第 9 章 9.3、9.4 节、第 12 章). 主编葛云飞教授统稿、修改、总成和定稿，并改写了部分章节内容.

本书的编写得到了科学出版社的大力支持和帮助，对本书提出了许多宝贵的意见和建议，并组织专家进行修改和审定. 审稿的同志都认真审阅了原稿，并提出了不少改进意见，对此一并表示衷心感谢.

由于编者的水平有限，书中一定存在不妥之处，希望同仁和广大读者批评和指正.

目　录

第 1 章　极限与连续

函数是刻画事物变化过程中变量相依关系的数学模型，是数学的基本概念之一.高等数学就是以函数为主要研究对象的一门数学课程.极限是研究高等数学的重要工具.连续则是函数的一个重要性质，连续函数是高等数学研究的主要对象.

本章在总结中学已有函数知识的基础上，介绍高等数学最基本的概念——极限，进而介绍无穷大量与无穷小量的概念、性质和极限的运算法则、函数连续性等基本知识，为后继知识的学习奠定坚实的基础.

1.1　函　　数

1.1.1　函数的概念

我们在考察某些现象时，往往会遇到几个变量.而这些变量并不是孤立存在的，它们具有某种相互依赖的关系，看下面的实例.

例 1.1　某工厂每天生产产品 A 的件数为 x，工厂设备固定成本为 1600 元，生产每件产品所花的人工费和使用原材料费共为 6 元，那么日产量 x 与日生产的成本 C 之间的对应关系式为 C=1600+6x，假定该厂日产量最多为 350 件，那么，当产量 x 在数集{0，1，2，…，350}上任意取定一个数值时，按上式 C 就有一个确定的数值与它相对应，这种对应关系正是函数的实质.

下面给出函数的定义

定义 1.1　*设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的数集，如果对于任意 $x\in D$，变量 y 按照一定法则 f，总有唯一确定的数值与其对应，则称 y 是 x 的函数，记作*

$$y=f(x)\text{，}\quad x\in D.$$

数集 D 称为该函数的定义域，x 称为自变量，y 称为因变量.

当自变量 x 取数值 x_0 时，因变量 y 按照法则 f 所对应的数值，称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$.

当自变量 x 遍取定义域 D 的每个数值时，对应的函数值的全体组成的数集 $W=\left\{y\middle|y=f(x),x\in D\right\}$ 称为函数的值域.

例 1.2　求下列函数的定义域.

(1) $y=\sqrt{25-x^2}+\ln\sin x$　　　　(2) $y=\dfrac{1}{\sqrt{3-x^2}}+\arcsin\left(\dfrac{x}{2}-1\right)$

解 (1) 要使函数 y 有定义，必须同时满足两个条件：偶次根式的被开方式大于或等于零；对数函数的真数应大于零，即

$$\begin{cases}25-x^2\geqslant 0\\ \sin x>0\end{cases}，解得\begin{cases}-5\leqslant x\leqslant 5\\ 2k\pi<x<(2k+1)\pi \quad (k=0,\pm1,\pm2,\cdots)\end{cases}.$$

这不等式组的解为 $-5\leqslant x<-\pi$ 或 $0<x<\pi$.

于是，所求函数的定义域为 $D=\{x\,|-5\leqslant x\leqslant -\pi 或 0<x<\pi\}$.

也可以用区间表示为 $[-5,-\pi)\cup(0,\pi)$.

(2) 要使函数 y 有定义，必须同时满足：分母不为零且偶次根式的被开方式非负，反正弦函数符号内的式子绝对值小于或等于 1. 即

$$\begin{cases}3-x^2>0\\ \left|\dfrac{x}{2}-1\right|\leqslant 1\end{cases}，解得\begin{cases}-\sqrt{3}<x<\sqrt{3}\\ 0\leqslant x\leqslant 4\end{cases}.$$

故 不等式组的解为 $0\leqslant x<\sqrt{3}$.

因此 所给函数的定义域为 $[0,\sqrt{3})$.

也可以表示为 $D=\{x\,|\,0\leqslant x<\sqrt{3}\}$.

例 1.3 设函数 $f(x)=x^2-2x+3$，求 $f(1)$、$f[f(1)]$、$f(a^2)$、$f(x+1)$、$f[f(x)]$.

分析 函数 $f(x)=x^2-2x+3$ 的对应规律为：$f(\ )=(\ )^2-2(\ )+3$.

解 $f(1)=1^2-2\times1+3=2$；

$f[f(1)]=f(2)=2^2-2\times2+3=3$；

$f(a^2)=(a^2)^2-2a^2+3=a^4-2a^2+3$；

$f(x+1)=(x+1)^2-2(x+1)+3=x^2+2$；

$$\begin{aligned}f[f(x)]&=[f(x)]^2-2f(x)+3=(x^2-2x+3)^2-2(x^2-2x+3)+3\\&=x^4-4x^3+8x^2-8x+6.\end{aligned}$$

想一想 (1) 函数 $y=f(2x+1)$ 的自变量是 x 还是 $2x+1$？已知 $f(x)$ 的定义域，如何求函数 $f(2x+1)$ 的定义域？

(2) 已知函数 $f(3x-2)$ 表达式和定义域，怎样求函数 $f(x)$ 的表达式和定义域？

函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 是自变量 x 的取值范围，而函数值 y 又是由对应规则 f 来确定的，所以函数实质上是由其定义域 D 和对应规则 f 所确定的，通常把函数的定义域和对应规则称为函数的两个要素. 也就是说，**只要两个函数的定义域相同，对应规则也相同，就称这两个函数为相同的函数**，与变量符号无关. 如 $y=|x|$ 与 $z=\sqrt{v^2}$，就是相同的函数.

函数由解析式给出时，其定义域是使解析式有意义的一切实数. 为此，求函数的定义域时应遵守以下原则：

(1) 代数式中分母不能为零；
(2) 偶次根式内表达式非负；
(3) 对数中真数表达式大于零；
(4) 反三角函数 $\arcsin x, \arccos x$ ，要满足 $|x| \leqslant 1$；
(5) 两函数代数和的定义域，应是两函数定义域的公共部分；
(6) 对于表示实际问题的解析式，还应该保证符合实际意义.

1.1.2 函数的表示

在中学时，我们知道函数可以用表格、图像和解析式三种方法表示，在高等数学中下列函数常常用到.

1. 隐函数

如果在方程 $F(x,y)=0$ 中，当 x 在某集合 D 内任意取定一个值时，相应地总有满足该方程的唯一的 y 值存在，则方程 $F(x,y)=0$ 在区间 I 内确定了一个函数.这个函数称为隐函数.例如方程 $\mathrm{e}^x+xy-1=0$ 就确定了变量 y 与变量 x 之间的函数关系，它是一个隐函数.

注意 通常把形如 $y=f(x)$ 的函数，称为显函数. 对有些隐函数可以通过一定的运算，把它转化为显函数，例如 $\mathrm{e}^x+xy-1=0$ 可以化成显函数 $y=\dfrac{1-\mathrm{e}^x}{x}$，但有些隐函数却不可能化成显函数，例如 $\mathrm{e}^x+xy-\mathrm{e}^y=0$.

2. 分段函数

在自变量的不同取值范围内，其对应关系用不同的公式表示的函数，称为分段函数.

如，$f(x)=\begin{cases} x+1 & x<0 \\ x^2 & 0\leqslant x<2 \\ \ln x & 2\leqslant x\leqslant 5 \end{cases}$ 就是一个定义在区间 $(-\infty,5]$ 上的分段函数.

3. 参数方程确定的函数

由参数方程 $\begin{cases} x=\varphi(t) \\ y=\psi(t) \end{cases}$ $(t\in I)$ 来表示变量 x 与 y 之间的依赖关系的函数，称为参数方程确定的函数.

例如，由参数方程 $\begin{cases} x=\cos t \\ y=\sin t \end{cases}$ $(0\leqslant t\leqslant \pi)$ 可以确定函数 $y=\sqrt{1-x^2}$ $(x\in[-1,1])$，

或者说，函数 $y=\sqrt{1-x^2}$ $(x\in[-1,1])$ 可以用参数方程 $\begin{cases} x=\cos t \\ y=\sin t \end{cases}$ $(0\leqslant t\leqslant \pi)$ 表示.