



二十一世纪全国高等院校规划教材

Signals and Systems

信号与系统

主编 张 凯

西北工业大学出版社

TN911.6/123

2007

二十一世纪全国高等院校规划教材

信号与系统

主 编 张 凯

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书针对高等职业教育的特点,采用数学概念与物理概念并重的方式,全面系统地介绍了信号与系统的基本概念、理论、方法及应用。全书共分5章,内容包括:信号与系统概述、连续信号与系统的时域分析、连续信号与系统的频域分析、连续信号与系统的复频域分析、离散信号与系统分析。本书在结构编排上自成一体,精选了内容,加强了基础,适当淡化了理论,强调了应用,可以作为通信、电子信息、电子工程、自动化、计算机等专业高职高专、函授和成人教育的教材,也可供有关专业技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统 / 张凯主编. —西安:西北工业大学出版社,2007.7

二十一世纪全国高等院校规划教材

ISBN 978-7-5612-2242-3

I. 信… II. 张… III. 信号系统—高等学校—教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 113349 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491147

网 址:www.nwpup.com

印 刷 者:宏达印务有限公司

开 本:787mm×960mm 1/16

印 张:17.5

字 数:378 千字

版 次:2007 年 7 月第 1 版 2007 年 7 月第 1 次印刷

定 价:25.00 元

前 言

21 世纪,世界将全面进入信息时代。信息科学与技术的发展将极大地影响社会经济乃至人们的生活,学科之间的相互渗透已经成为当代科学技术发展的重要特点。有关信息获取、信息传输、信息处理和信息重现的基本理论和相关技术,对几乎所有的工程技术人员来说,已成为不可或缺的必备知识。为适应 21 世纪科学技术的发展和社会主义市场经济对人才的需求,加强基础、拓宽口径、增强适应性、注重人才综合素质的培养已成为社会各界的共识。因此,作为研究信号与系统分析的基本理论和方法的一门基础课程,“信号与系统”也被越来越多的专业作为主干课而列入教学计划。

本书是针对高等职业教育的特点,根据教育部制定的《高职高专教育专业类课程基本要求》及高等职业教育电子信息类教材编审委员会制定的教学计划,结合多年来高职教育的实践经验编写而成的。本课程是通信和电子信息类专业的核心基础课,其中的概念和分析方法广泛应用于通信、自动控制、信号与信息处理、电路与系统等领域。

本课程从概念上可以区分为信号分解和系统分析两部分,但两者又是密切相关的,根据连续信号分解为不同的基本信号,对应推导出线性系统的分析方法分别为:时域分析、频域分析和复频域分析;离散信号分解和系统分析也是类似的过程。采用先连续后离散的布局安排知识,可先集中精力学好连续信号与系统分析的内容,再通过类比理解离散信号与系统分析的概念。课程范围限定于确定性信号(非随机信号)经线性、时不变系统传输与处理的基本理论。初步认识如何建立信号与系统的数学模型,经适当的数学分析求解,对所得结果给以物理解释、赋予物理意义。本课程与先修课程“电路分析基础”联系密切,电路分析基础课程是从电路分析的角度研究问题,本课程则从系统的观点进行分析。

本书的主要内容包括绪论、连续系统的时域分析、傅里叶变换、拉普拉斯变换、连续时间系统的 s 域分析、离散时间系统的时域分析、 z 变换、离散时间系统的 z 域分析等。

本教材由张凯担任主编,编写人员具体分工如下:李景丽编写第 1 章、第 5 章,王留魁编写第 2 章,商昆编写第 3 章,张凯编写第 4 章。全书由张凯统稿。本书由李炎主审。编写过程中还得到了黄河水利职业技术学院自动化系电子信息教研室、应用电子教研室老师们的支持和帮助,在此表示衷心的感谢。

由于编者的水平有限,本书在内容取材、体系安排、文字表述等方面难免存在缺点甚至错误,敬请读者批评指正。

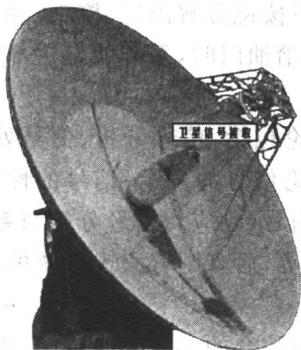
编 者

2007 年 6 月

目 录

第 1 章 信号与系统概述	(1)
1.1 绪言	(1)
1.2 信号	(2)
1.3 常用信号	(5)
1.4 信号的基本运算	(8)
1.5 系统的描述	(12)
1.6 系统的分类	(15)
1.7 信号与系统分析方法概述	(19)
习 题	(20)
第 2 章 连续信号与系统的时域分析	(23)
2.1 绪言	(23)
2.2 线性连续系统的描述及算子表示	(24)
2.3 线性连续系统的零输入响应	(32)
2.4 单位冲击函数	(39)
2.5 线性连续系统的单位冲击响应和零状态响应	(52)
2.6 卷积积分	(61)
2.7 系统的时域分析法举例	(77)
思考题	(81)
习 题	(82)
第 3 章 连续信号与系统的频域分析	(87)
3.1 绪言	(87)
3.2 周期信号的分解——傅里叶级数	(88)
3.3 非周期信号的分解——傅里叶变换	(106)
3.4 傅里叶变换的性质	(118)
3.5 傅里叶分析的应用举例	(132)
思考题	(151)
习 题	(154)
第 4 章 连续信号与系统的复频域分析	(165)
4.1 绪言	(165)

4.2 双边及单边拉普拉斯变换	(166)
4.3 拉普拉斯变换的性质和计算	(172)
4.4 系统的复频域分析	(190)
4.5 系统零极点分析及稳定性判决	(197)
思考题	(202)
习 题	(203)
第5章 离散信号与系统分析	(211)
5.1 绪言	(211)
5.2 离散时间信号	(211)
5.3 离散系统的数学模型和模拟	(218)
5.4 离散系统的零输入响应	(221)
5.5 离散系统的零状态响应	(224)
5.6 离散信号与系统的变换域分析	(233)
习 题	(253)
附 录	(257)
附录 A 部分分式展开	(257)
附录 B 复变函数积分与留数定理(简介)	(260)
附录 C 常用表格	(264)
参考文献	(271)



第 1 章

信号与系统概述

1.1 绪 言

信号与系统概念出现在范围广泛的各种领域中,与这些概念有关的思想和方法在很多科学和技术领域都起着重要的作用,例如在通信、航空与宇航、电路设计、声学、地震学、生物工程、化学过程控制及语音处理等方面。虽然在各个不同的领域中所出现的信号与系统的物理性质是很不同的,但全都具有两个基本的共同点:① 作为一个或几个独立变量函数的信号都包含了有关某些现象性质的信息;② 系统总是对给定的信号作出响应而产生出另外的信号,或是产生某些所需要的特性。

在分析属性各异各类系统时,常常将具体系统抽象化理想化为某种模型,将系统中运动、变化的各种量(电压、电流、力、位移、光强等)统称为信号,宏观地研究信号作用于系统的运动变化规律,揭示系统的一般性能,而不关心它内部的各种细节。

信号的概念与系统的概念是紧密相连的。信号在系统中按一定规律运动、变化,系统在输入信号的驱动下对它进行加工、处理并发送输出信号,如图 1.1.1 所示。输入信号常称为激励,输出信号常称为响应。

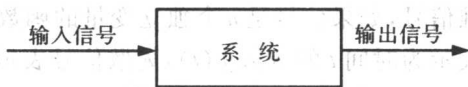


图 1.1.1

信号与系统的概念其实对于每个人并不陌生,在学习、生活和工作有很多例子都属于信号与系统的范畴。一个由电阻、电感和电容组成的电路就是一个系统。电压源的电压或电流源的电流就是一个给定的输入信号,该电路的每个元件上的电压和电流就是该电路(系统)对这个

输入信号作出响应的输出信号。当一束白光射入三棱镜时,就可以看到美丽的七色光谱。此时,三棱镜就是一个处理光信号的系统,白光就是输入的光信号,被三棱镜分解出红、橙、黄、绿、青、蓝、紫七种不同的光就是系统的输出信号。再例如,当汽车驾驶员踏油门时,系统就是这部汽车,油门板上的压力就是系统的输入,汽车的速度就是系统的响应。

信号理论和系统理论涉及范围广泛,内容十分丰富。信号理论包括:信号分析、信号处理和信号综合;系统理论包括系统分析和系统综合。信号分析主要讨论信号的表示、信号的性质等;系统分析主要研究给定的系统在输入信号的作用下产生的输出信号(响应)。信号分析与系统分析关系紧密又各有侧重,前者侧重于信号的解析表示、性质、特征等,后者则着眼于系统的特性、功能等。

一般而言,信号分析和系统分析是信号处理、信号综合及系统综合的共同理论基础。本书主要介绍信号分析和系统分析的基本概念和基本分析方法,以便为读者进一步学习有关网络理论、通信理论、控制理论、信号处理和信号检测理论等打下基础。

1.2 信 号

1.2.1 信号的定义

人们在相互传告某种事件时,是在互相传递着相应的信息。信息要用某种物理的方式表达出来,例如可用语言、文字或者图画来表达,还可用收发双方事先约定的编码来表达。这些语言、文字、图画、编码等用约定方式组成的符号统称为消息。消息一般不便于直接传输,故要用一些转换设备,把各种不同的消息变成便于传输的信号。

由上可知,信号是运载与传递信息的载体与工具。信号是消息的表现形式,而消息则是信号的具体内容。

作为物理过程的信号,可以借助示波器或其他测试仪表来进行观察与记录。但是这种实验的方法有其固有的局限性,即所得到的结果往往只是局部的、个别的,缺乏普遍适用性。因此,为了对信号进行分析与研究,就必须是用数学语言来对信号进行描述,或者说,建立信号的数学模型。数学上,信号可表示为一个或多个自变量的函数。该函数的图像称为信号的波形。信号是一个自变量的函数时,称为一维信号,如果信号是 n 个独立变量的函数,就称为 n 维信号。本书只讨论一维信号。一般连续信号表示为时间 t 的函数 $f(t)$,离散信号表示为序号 k 的函数 $f(k)$ 。在讨论信号的有关问题时,“信号”与“函数”两个词常互相通用。

根据表现形式的不同,信号可以是电的、磁的、声的、光的、热的和机械的等。在各种信号中,电信号是最便于传输、控制与处理的信号,而且许多非电信号(如温度、压力、声音、转速等)都可以由相应的传感器(转换器)变换为电信号。因此,研究电信号具有普遍的、重要的意义。在本书中,除非特别说明,都把信号视为随时间 t 变化的电压或电流信号。

1.2.2 信号的分类

按照信号的不同性质与数学特征,可以有多种不同的分类方法。在信号分析中最常用到的是以下三种分类方法:

1. 连续信号和离散信号

根据信号定义域的特点,可分为连续时间信号和离散时间信号。

在连续时间范围内有定义的信号称为连续时间信号,简称连续信号。这里“连续”是指函数的定义域是连续的,至于信号的值域可以是连续的,也可以不是。如图 1.2.1(a) 中的信号

$$f_1(t) = 10\sin\pi t, \quad -\infty < t < \infty \quad (1.2.1)$$

其定义域 $(-\infty, \infty)$ 和值域 $[-10, 10]$ 都是连续的。如图 1.2.1(b) 中的信号

$$f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (1.2.2)$$

其定义域仅在 $t = 0$ 处有间断点,但其函数值只取 1 和 0 两个离散的数值。

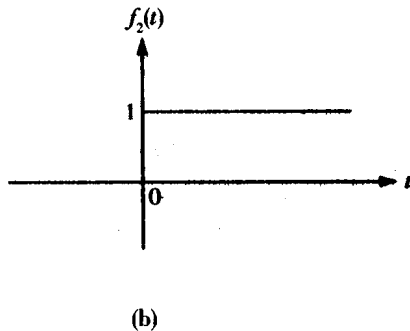
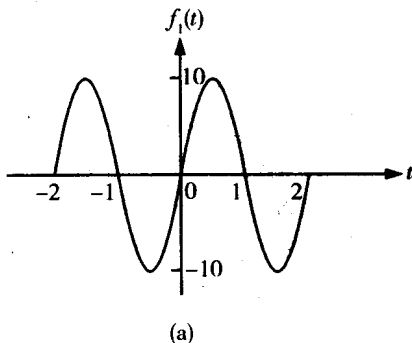


图 1.2.1 连续时间信号

对于像 $f_2(t)$ 这样的有间断点的函数,一般可不定义间断点处的函数值,如式(1.2.2)所示。为了使函数定义更加完整,在间断点处,可将信号的取值规定为左极限与右极限和的一半。因此,对于图 1.2.1(b) 中的信号,有

$$f_2(0) = \frac{1}{2}[f_2(0^+) + f_2(0^-)] = \frac{1}{2} \quad (1.2.3)$$

仅在一些离散的时间瞬间才有定义的信号称为离散时间信号,简称离散信号。这里“离散”是指信号的定义域,它只取某些规定的值,在其余时间不予定义。大多数离散时间信号是由对连续时间信号采样得到的,取值上可以仍然取连续值。

图 1.2.2 所示为离散信号的例子。

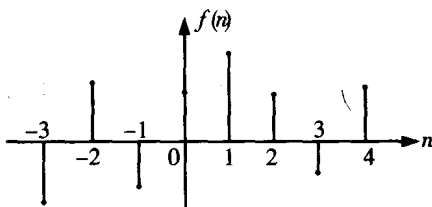


图 1.2.2 离散时间信号

2. 确定信号和随机信号

如果信号可以用一个确定的时间函数表示,就称其为确定信号(或规则信号)。当给定某一时刻值时,这种信号有确定的数值。

例如,对于一个正弦信号 $f(t) = \sin\omega t$ 来说,只要给出一个确定的时间点 t_0 ,就可以得到一个确定的函数值 $\sin\omega t_0$,可见,正弦信号是一个确定信号。

然而,实际上,由于种种原因,在信号传输过程中存在着某些不确定性或不可预知性。譬如,在通信系统中,收信者在收到所传送的消息之前,对信息源所发出的消息总是不可能完全知道的,否则通信也就失去其意义了。此外,信号在传输和处理的各个环节中不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响,使信号产生失真(畸变),而这些干扰和噪声的情况总是不可能完全知道的。这类不确定性或不可预知性统称为随机性。具有这种性质的信号称为随机信号,或不确定信号,它不能用确定的时间函数加以描述,而只能知道它在某一时刻取某一函数值的概率。

因此,严格来说,在实践中经常遇到的信号一般都是随机信号。分析随机信号要用到概率、统计的观点和方法。随然如此,研究确定信号仍是十分重要的,这是因为它是一种理想化的模型,不仅适用于工程应用,也是研究随机信号的重要基础。本书只讨论确定信号。

3. 周期信号和非周期信号

无始无终地重复着某一变化规律的信号,称为周期信号。

用数学语言来描述,周期信号 $f(t)$ 必定满足

$$f(t) = f(t + kT), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.2.4)$$

使得上式成立的最小的正 T 值,称为周期信号 $f(t)$ 的周期。即每经过一个周期 T , $f(t)$ 的取值就重复一次。图 1.2.3 是两个周期信号的例子,它们都满足式(1.2.4),其中

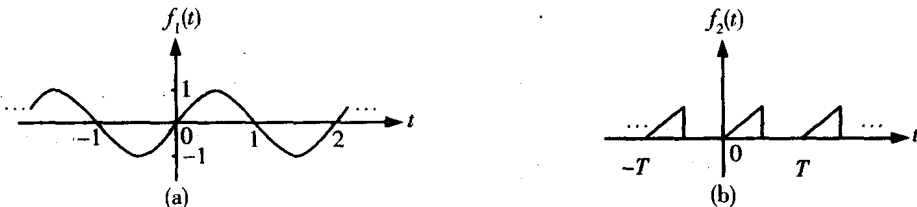


图 1.2.3 周期信号

$$f_1(t) = \sin \pi t$$

容易看出,它的周期是 $T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ 。

不具有周期性的信号就称为非周期信号,它不满足式(1.2.4)。

图 1.2.4 是三个非周期信号的例子,它们都不满足式(1.2.4)。其中, $f_1(t)$ 是有始无终的信号; $f_2(t)$ 无论经过多长时间都不会再重复 $0 < t < t_1$ 区间内信号的规律;而 $f_3(t)$ 则完全无规律可言。

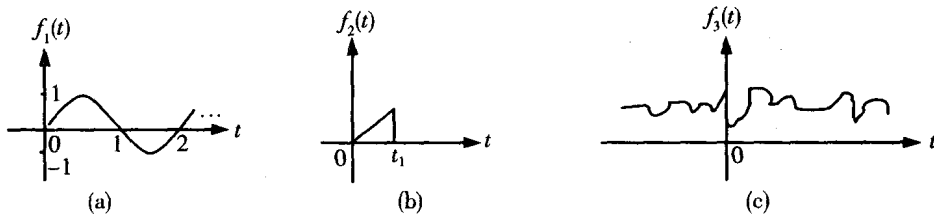


图 1.2.4 非周期信号

1.3 常用信号

1. 单位阶跃信号 $\epsilon(t)$

信号 $f(t) = \begin{cases} A, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ 称为阶跃信号,如图 1.3.1(a) 所示。若 $A = 1$,则称其为单位阶跃信号,并记为 $\epsilon(t)$,如图 1.3.1(b) 所示。

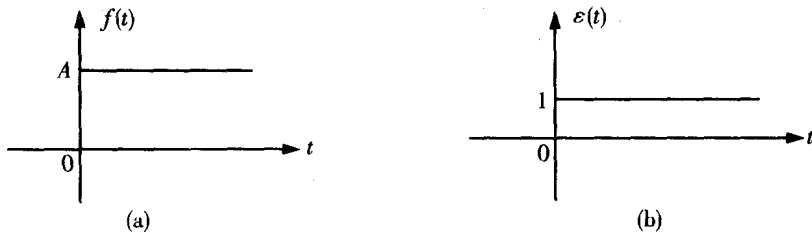


图 1.3.1 阶跃信号和单位阶跃信号

像阶跃信号这样,当 $t < 0$ 时函数值为零的信号称为因信号(或因果信号),否则称为非因信号(或非因果信号)。

任何实际的物理信号总可以表示为一个因信号。因为实际的信号总有一个起始时间,如果把它的起始时间定为时间轴的零点,则它就是一个因信号。

任何非因信号都可以乘以一个单位阶跃信号 $\epsilon(t)$ 来变成一个因信号。当 $t > 0$ 时,不改变信号原有的任何特性;当 $t < 0$ 时,将原信号置为零,从而使其成为一个因信号。

按照周期信号的定义,因信号不可能是周期的,因为因信号都是有始的,而不像周期信号定义所要求的那样无始无终。

2. 正弦信号

正弦信号

$$f(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi) = A \sin(2\pi f_0 t + \varphi) \quad (1.3.1)$$

是我们所熟知的。式中的 A 是正弦信号的振幅; f_0 为其频率,表示每秒钟波形重复的次数,量纲为赫兹 = 1/秒 ($\text{Hz} = 1/\text{s}$); ω_0 称为角频率,且有 $\omega_0 = 2\pi f_0$,量纲为弧度/秒 (rad/s); $T = 1/f_0$ 为信号的周期,表示同样的波形重复一次所需要的时间,量纲为秒 (s); φ 是它的初相角,量纲为弧度 (rad)。

3. 无时限指数信号

指数信号是信号与系统分析中使用得最为广泛的一类信号。

无时限指数信号

$$f(t) = Ae^{st}, \quad t \in (-\infty, \infty) \quad (1.3.2)$$

其中, $s = \sigma + j\omega$, (σ, ω 均为实数), 根据其 s 的取值不同, 有以下几种情况:

(1) s 为实数。令 $s = \sigma$, 即 $\omega = 0$ 时, 为实指数信号 $Ae^{\sigma t}$, 其波形如图 1.3.1 所示。图 1.3.1(a) 为 $\sigma < 0$ 的情况, 图 1.3.1(b) 为 $\sigma = 0$ 的情况, 图 1.3.1(c) 为 $\sigma > 0$ 的情况。注意当 $\sigma = 0$ 时, $f(t)$ 是一个直流信号。

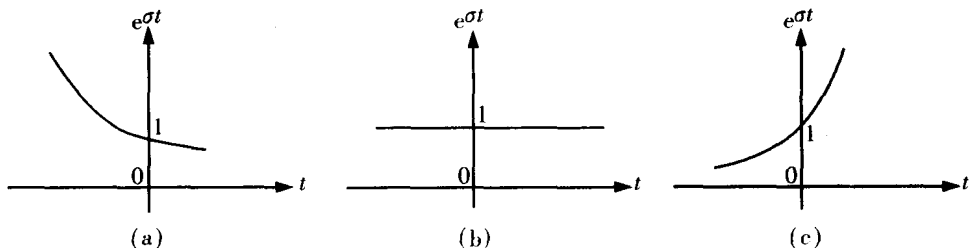


图 1.3.1 实指数信号 ($A = 1$)

(a) $\sigma < 0$; (b) $\sigma = 0$; (c) $\sigma > 0$

(2) s 为纯虚数。令 $s = j\omega$, 即 $\sigma = 0$ 时, 为虚指数信号 $Ae^{j\omega t}$, 此时根据欧拉公式有

$$f(t) = Ae^{st} = Ae^{j\omega t} = A(\cos\omega t + jsin\omega t) \quad (1.3.3)$$

这是一个复信号, 其实部和虚部分别是一个正弦信号。

(3) s 为复数。令 $s = \sigma + j\omega$, 则有

$$f(t) = Ae^{st} = Ae^{(\sigma + j\omega)t} = Ae^{\sigma t}(\cos\omega t + jsin\omega t) \quad (1.3.4)$$

这也是一个复信号, 其实部和虚部分别是一个幅度按指数规律变化的正弦信号。

当 $\sigma > 0$ 时, 正弦振荡的幅度随时间 t 的增大而增大; 当 $\sigma < 0$ 时, 其幅度随时间 t 的增大而

减小;当 $\sigma = 0$ 时,就是上面讨论过的 s 为纯虚数的情况。其实部的波形如图 1.3.2 所示,图 1.3.2(a) 为 $\sigma > 0$ 的情况,图 1.3.2(b) 为 $\sigma < 0$ 的情况,图 1.3.2(c) 为 $\sigma = 0$ 的情况。

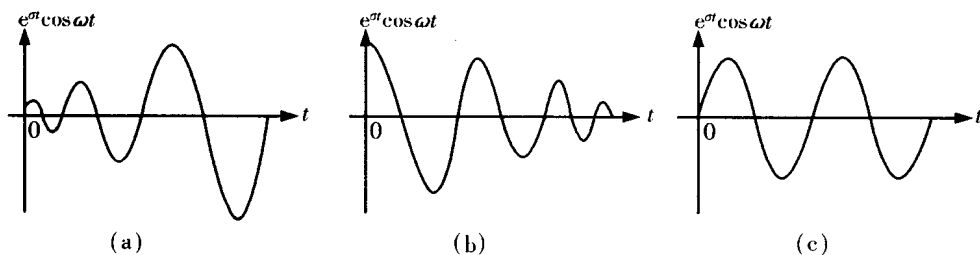


图 1.3.2 $\text{Re}[Ae^{(\sigma + j\omega)t}]$ 的波形
(a) $\sigma > 0$; (b) $\sigma < 0$; (c) $\sigma = 0$

4. 斜变信号

$$f(t) = At + B \quad (1.3.5)$$

式中的 A 称为斜率, B 称为截距, 其波形如图 1.3.3 所示。

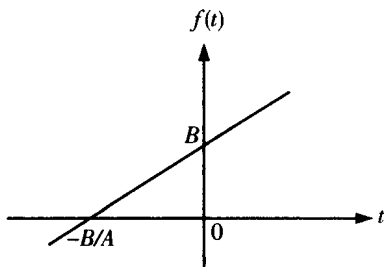


图 1.3.3 斜变信号

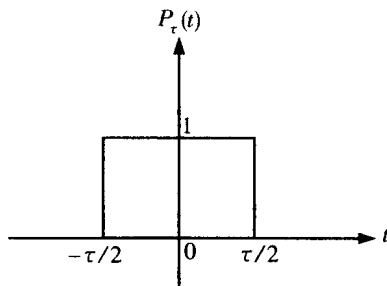


图 1.3.4 门信号

5. 门信号

$$P_{\tau}(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{\tau}{2} \\ 0, & |t| > \frac{\tau}{2} \end{cases} \quad (1.3.6)$$

其波形如图 1.3.4 所示。门信号又称门脉冲或矩形脉冲信号。

像门信号这样的有始有终的信号称为时限信号。反之,无始无终的信号则称为无时限信号。不难看出,任何无时限信号都可以通过乘以一个门信号来变成一个时限信号。

6. 取样信号

取样信号(函数) $\text{Sa}(t)$ 的定义为 $\text{Sa}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sin t}{t}$

该信号是在信号与系统理论中占有重要地位的一个函数(信号),其图形如图 1.3.5 所示,它具有振荡的波形,其振幅按 $1/t$ 的规律衰减。在 $t = \pm k\pi, (k = 1, 2, 3, \dots)$ 处, $Sa(t) = 0$ 。

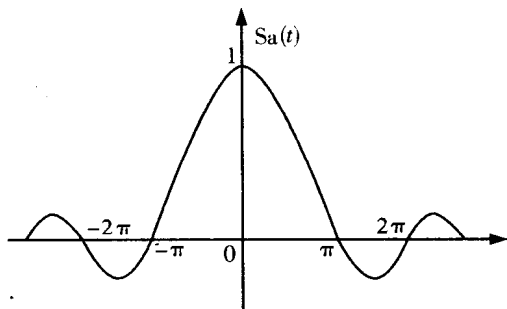


图 1.3.5 取样函数图形

此外,信号与系统分析中,还常用到一种称为单位冲击函数的信号 $\delta(t)$,我们将在第 2 章中介绍。

1.4 信号的基本运算

系统对信号的处理,从数学上说就是对信号实施一系列的运算。一个复杂的运算总可以看成是一些最基本运算的复合,例如,加、乘、时移、反褶和尺度变换等。

1.4.1 信号的加法和乘法

两个信号进行加(减)乘(除)运算得到一个新的信号,它在任意时刻(序号)的值等于两个信号在该时刻(序号)的值进行加(减)乘(除)运算。也就是说:若两个信号相加,则结果信号的取值是参与运算的两信号对应点取值相加,若是相乘运算,则是对应点取值相乘,依此类推。

信号相加的例子有很多,如卡拉 OK 中演唱者的歌声与背景音乐的混合、影视动画中添加背景都是信号叠加的例子。在通信系统中也常有不需要的干扰信号与需要的信号叠加在一起传输过来,影响对正常信号的接收。

无线电广播和通信系统中的调制与解调,就是将两个信号经一个乘法器做乘法处理后搬移信号的频谱,从而实现载频无线电发射和频分复用技术。

在信号处理中,常常用单位阶跃信号 $\epsilon(t)$ 去乘一个非因信号,使其变成为因信号;用门信号 $P_{\tau}(t)$ 去乘一个无时限信号,使其变成为时限信号,等等。对于进行这一类运算时信号波形的变化,读者是十分熟悉的,无须赘述。

1.4.2 信号的时移

信号的时移也称为信号的平移。对于连续信号 $f(t)$,若有常数 $t_0 > 0$,则延时信号 $f(t-t_0)$ 是将原

信号沿 t 轴正向平移 t_0 时间;而 $f(t+t_0)$ 则是将原信号 t 轴负向方向平移 t_0 时间,如图1.4.1所示。

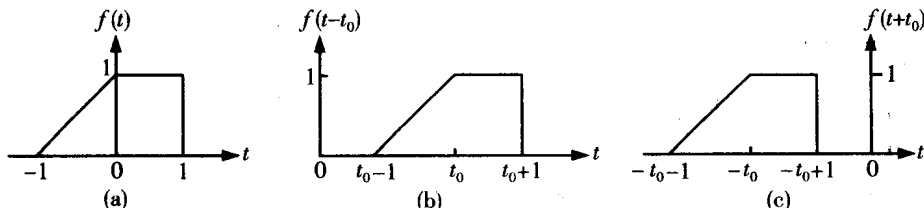


图 1.4.1 信号的时移($t_0 > 0$)

在信号分析中,常常用信号的时移配合其他基本运算来表示信号。例如,门信号 $P_\tau(t)$ 就可以表示为将 $\epsilon(t)$ 分别向左、右移动 $\tau/2$ 后所得信号之差,即

$$P_\tau(t) = \epsilon(t + \tau/2) - \epsilon(t - \tau/2)$$

【例 1.4.1】 写出如图 1.4.2 所示信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的数学表达式。

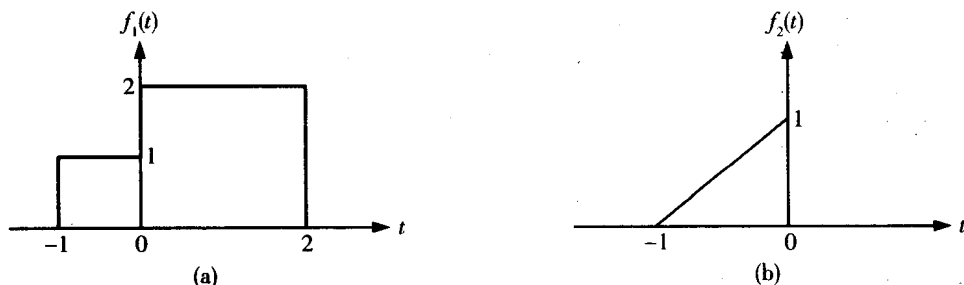


图 1.4.2

【解】 $f_1(t) = \epsilon(t+1) + \epsilon(t) - 2\epsilon(t-2)$, $f_2(t) = (t+1)[\epsilon(t+1) - \epsilon(t)]$ 或者用分段函数表示为 $f_2 = \begin{cases} t+1, & -1 \leq t \leq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

显然,上述 $f_2(t)$ 的两种表达式是等价的。

1.4.3 信号的反褶

信号的反褶又称为信号的反转,是指将信号 $f(t)$ 中的自变量 t 换作 $-t$ 从而使原信号变为 $f(-t)$ 。从几何图形上看, $f(-t)$ 的波形与 $f(t)$ 的波形关于纵坐标轴对称。

例如,图 1.4.2 中的 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 经过反褶之后的图形如图 1.4.3 所示。

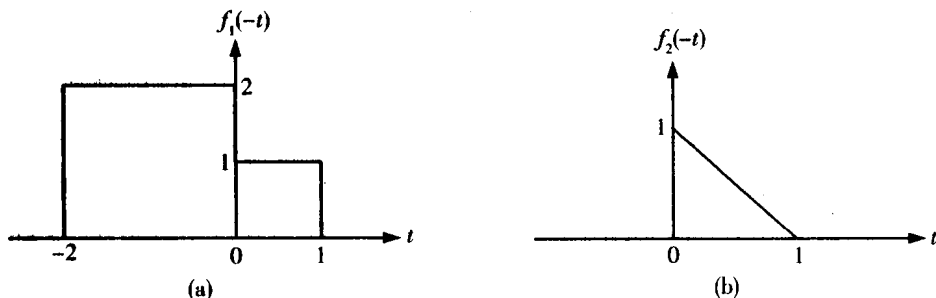


图 1.4.3

下面举例说明信号的时移与反褶的应用。

【例 1.4.2】 $f(t)$ 的波形如图 1.4.5(a) 所示,画出 $f(-t+1)$ 和 $f(-t-1)$ 的波形。

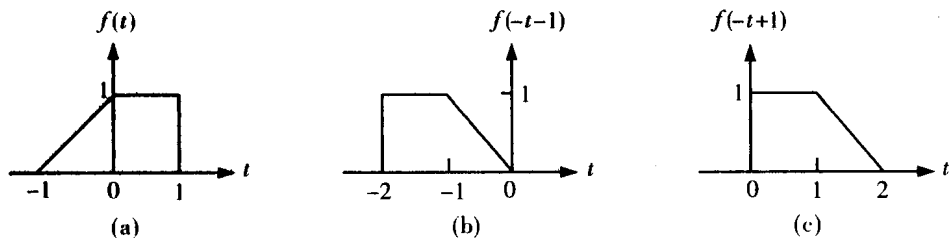


图 1.4.5

【解】 可以先将 $f(t)$ 时移得到 $f(t+1)$ 和 $f(t-1)$, 然后再将所得到的波形进行反褶就得到 $f(-t+1)$ 和 $f(-t-1)$ 的波形。或者, 也可以先将 $f(t)$ 进行反褶, 得到 $f(-t)$, 然后再将 $f(-t)$ 进行时移, 亦能得到 $f(-t+1)$ 和 $f(-t-1)$ 的波形。但是需要注意, 如果是先反褶再时移, 由于这时自变量为 $-t$, 故平移方向与前述相反。建议采取先平移再反褶的方法。

由以上分析得, $f(-t+1)$ 和 $f(-t-1)$ 的波形分别如图 1.4.5(b)(c) 所示。

1.4.4 信号的尺度变换

将信号 $f(t)$ 的自变量 t 乘以一个常数 a 所得信号 $f(at)$, 称为 $f(t)$ 的尺度变换信号。

当 $a > 1$ 时, $f(at)$ 的波形是将 $f(t)$ 的波形沿 t 轴压缩至原来的 $1/a$ 而成;

当 $0 < a < 1$ 时, $f(at)$ 的波形是将 $f(t)$ 的波形沿 t 轴扩展为原来的 $1/a$ 倍而成;

当 $a < 0$ 时, $f(at)$ 的波形是将 $f(t)$ 既作反褶又作尺度变换而成。这时, 可以先作反褶, 再作尺度变换, 也可以先作尺度变换, 然后再作反褶。

【例 1.4.3】 $f(t)$ 的波形如图 1.4.6(a) 所示, 分别画出 $f(2t)$, $f(\frac{1}{2}t)$ 和 $f(-2t)$ 的波形。

【解】 所求各波形分别如图 1.4.6(b)(c)(d) 所示。

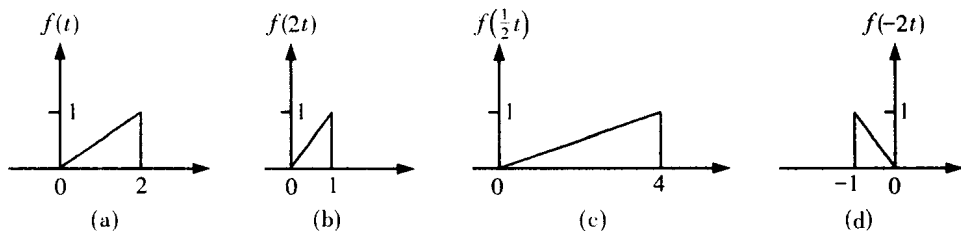


图 1.4.6

【例 1.4.4】 信号 $f(t)$ 的波形如图 1.4.7(a) 所示,画出信号 $f(-2t+4)$ 的波形。

【解】 将信号 $f(t)$ 向左平移 4 个单位,得 $f(t+4)$,如图 1.4.7(b) 所示;然后反褶,得 $f(-t+4)$,如图 1.4.7(c) 所示;最后再进行尺度变换,得 $f(-2t+4)$,其波形如图 1.4.7(d) 所示。

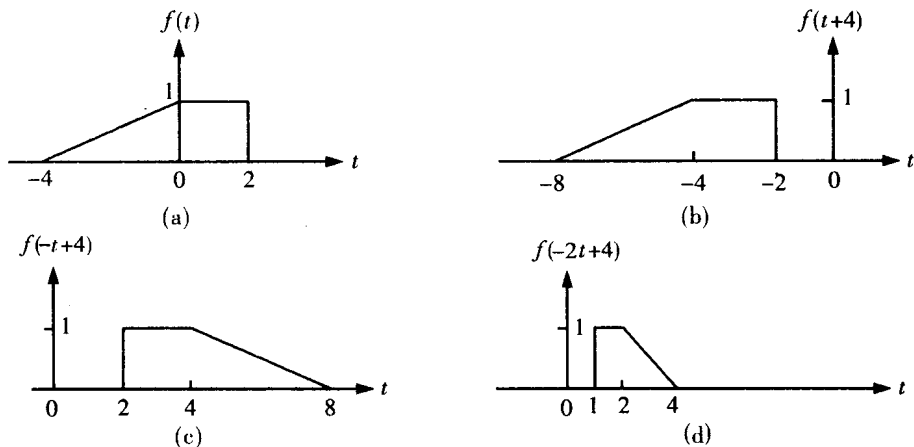


图 1.4.7

也可以先将信号 $f(t)$ 的波形反褶得到 $f(-t)$,然后对信号 $f(-t)$ 平移得到 $f(-t+4)$ 。需要注意的是,由于信号 $f(-t)$ 的自变量为 $-t$,因而应将 $f(-t)$ 的波形沿正 t 轴方向,即向右移动 4 个单位。最后再进行尺度变换。

还可以先进行尺度变换,请读者自己练习这种方法。

【例 1.4.5】 已知 $f(5-2t)$ 的波形如图 1.4.8(a) 所示,试画出 $f(t)$ 的波形。

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 } f(5-2t) &\xrightarrow{\text{乘 } a=1/2 \text{ 展宽 } 2 \text{ 倍}} f\left(5-2 \times \frac{1}{2}t\right) = f(5-t) \\
 &\xrightarrow{\text{反转}} f(5+t) \xrightarrow{\text{右移 } 5} f(5+t-5) = f(t)
 \end{aligned}$$