



中学生学习报

总主编：刘志伟

基础与提升

同步测试与评析

丛书主编：卞朝晖 岳伟

本册主编：朱永厂

高三数学

全一册

(人教版)

大象出版社

责任编辑：冯富民

封面设计：金 金

图书在版编目 (CIP) 数据

基础与提升·同步测试与评析：人教版·高三数学：全一册/朱永厂编.
—郑州：大象出版社，2007.6
ISBN 978-7-5347-4678-9

I. 基… II. 朱… III. 数学课—高中—习题 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字 (2007) 第076588号

基础 灵活 高效 同步 创新 实用

基础与提升·同步测试与评析
高三数学人教版 (全一册)

出版：大象出版社 (郑州市经七路25号 邮政编码450002)

印刷：郑州市毛庄印刷厂

开本：787×1092 1/8

印张：6.25 字数：18万

版次：2007年6月第1版 第1次印刷

印数：1~10000册

ISBN 978-7-5347-4678-9/G·3847

定价：10.00元

ISBN 978-7-5347-4678-9



9 787534 746789 >

定价：10.00元

高中数学同步测试卷(一)

第一章 概率与统计 A卷

【试卷说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分150分,考试时间为120分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题意)

1. 在用样本估计总体的过程中,下列说法正确的是 ()
 A. 总体容量越大,估计越精确
 B. 总体容量越小,估计越精确
 C. 样本容量越大,估计越精确
 D. 样本容量越小,估计越精确

2. 在一次中学生田径运动会上,参加男子跳高的17名运动员的成绩如下表:

成绩(单位:m)	150	160	165	170	175	180	185	190
人数	2	3	2	3	4	1	1	1

则这些运动员成绩的众数、中位数分别是 ()

- A. 190, 170
 C. 175, 160
 B. 175, 175
 D. 175, 170

3. 随机变量的分布列如下表:

ξ	1	2	4
P	0.4	0.3	0.3

那么 $E(5\xi+4)$ 等于

- A. 15
 C. 2.2
 B. 1.1
 D. 2.3
 4. 已知样本:
 10 8 6 10 13 8 10 12 11 7 8 9 11 9 12 9 10 11 12 12
 那么频率为0.2的范围内是 ()
 A. 5.5-7.5
 B. 7.5-9.5
 C. 9.5-11.5
 D. 11.5-13.5

5. 袋中装有5只同样大小的白球,编号为1,2,3,4,5.现从袋中随机取出3只球,被取出的球的最大号码数为 ξ ,则 $E\xi$ 等于 ()

- A. 4
 B. 5
 C. 4.5
 D. 4.75

6. 对总数为 N 的一批零件抽取一个容量为50的样本,若每个零件被抽取的概率为0.25,则 N 等于 ()

- A. 150
 B. 200
 C. 120
 D. 100

7. 某处有供水龙头5个,调查表明每个水龙头被打开的可能性为 $\frac{1}{10}$,随机变量 ξ 表示同时被打开的水龙头的个数,则 $P(\xi=3)$ 为 ()

- A. 0.0081
 B. 0.0729
 C. 0.0525
 D. 0.0092

8. 某人从梦中打了一网鱼,共60条,做上记号,再放入湖中,数日后又打了一网鱼,共6条,其中有4条有记号,则估计湖中鱼的条数为 ()

- A. $\frac{n}{m}$
 B. $m \cdot \frac{n}{k}$
 C. $m \cdot \frac{k}{n}$
 D. 无法估计

9. 把某班50名学生的右眼视力的检查结果按从小到大排列如下11组:

视力	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	1.0	1.2	1.5
频数	1	1	3	4	3	4	4	4	5	9	10

其中视力不超过0.4的频数为 ()

- A. 0.2
 B. 0.1
 C. 0.18
 D. 0.09

10. 若 $\xi \sim N(0,5)$,那么 $P(\xi \leq 2)$ 等于 ()

- A. 0.0729
 B. 0.00856
 C. 0.91854
 D. 0.99144

11. 某公司在甲、乙、丙、丁四个地区分别有150个、120个、180个、150个销售点,公司为了调查产品销售的情况,需从这600个销售点中抽取一个容量为100的样本,记这项调查为①;在丙地区中有20个特大型销售点,要从这抽取70个调查其销售情况和售后服务等情况,记这项调查为②.则完成①、②这两项调查采用的抽样方法依次是 ()

- A. 分层抽样法,系统抽样法
 B. 分层抽样法,简单随机抽样法
 C. 系统抽样法,分层抽样法
 D. 简单随机抽样法,分层抽样法

12. 若样本 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的平均数为8,方差为2,则对于样本 $3x_1+4, 3x_2+4, \dots, 3x_n+4$,下列结论正确的是 ()

- A. 平均数是25,方差是2
 B. 平均数是8,方差是2
 C. 平均数是8,方差是10
 D. 平均数是25,方差是10

D. 平均数是25,方差是18

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题6分,共24分,把答案填在题中横线上)
 13. 某高校有甲、乙两个数学建模兴趣班,其中甲班有40人,乙班50人,现分析两个班的一次考试成绩,算得甲班的平均成绩是90分,乙班的平均成绩是81分,则该校数学建模兴趣班的平均成绩是 分.

14. 若离散型随机变量 ξ 的分布列如下表:

ξ	0	1
P	$\frac{9}{4}-\xi$	$3-8\xi$

则常数 a 的值为

15. 某商场小摊,在不下雨的日子可赚到100元,在下雨天则要损失10元,若该地区每年下雨的日子约为130天,则此小摊每天获利的期望值是

(每年按365天计算)

16. 离散型随机变量 ξ 可能取得的值为1,2,3,4, $P(\xi=k) = ak+b(k=1,2,3,4)$,又 ξ 的数学期望 $E\xi=3$,则 $a+b=$.

三、解答题(本大题共6小题,共74分,解答要写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分)有8个大小相同的小球,其中6个为1号球,2个为2号球.从中随机取出3个小球,设3个小球的数字和为 ξ ,求随机变量 ξ 的概率分布.

22. (本小题满分14分) 某工厂生产甲、乙两种产品, 每种产品都是经过第一和第二道工序加工而成, 两道工序的加工结果相互独立, 每道工序的加工结果均有A、B两个等级, 对每种产品, 两道工序的加工结果都为A级时, 产品为一等品, 其余均为二等品.

表一

产品	第一工序	第二工序
甲	0.8	0.85
乙	0.75	0.8

表二

等级	一等	二等
甲	5(万元)	2.5(万元)
乙	2.5(万元)	1.5(万元)

表三

项目	工人(名)	资金(万元)
甲	8	5
乙	2	10

(1) 已知甲、乙两种产品每一道工序的加工结果为A级的概率如表一所示, 分别求生产出的甲、乙产品为一等品的概率 p_1, p_2 ;

(2) 已知一件产品的利润如表二所示, 用 ξ, η 分别表示一件甲、乙产品的利润, 在(1)的条件下, 求 ξ, η 的分布列及数学期望 $E\xi, E\eta$;

(3) 已知生产一件产品需用的工人数和资金如表三所示, 该工厂有工人40名, 可用资金60万, 设 x, y 分别表示生产甲、乙产品的数量, 在(2)的条件下, x, y 为何值时, $z = E\xi + E\eta$ 最大? 最大值是多少? (解答时需给出图式)

20. (本小题满分12分) 某射手进行射击训练, 假设每次射击击中目标的概率为 $\frac{3}{5}$, 且每次射击的结果互不影响.

- (1) 求射手在3次射击中, 至少有两次连续击中目标的概率(用数字作答);
- (2) 求射手第2次击中目标时, 恰好射中了4次的概率(用数字作答);
- (3) 设随机变量 ξ 表示射手第3次击中目标时已射击的次数, 求 ξ 的分布列.

21. (本小题满分12分) 在某校举行的数学竞赛中, 全体参赛学生的竞赛成绩近似服从正态分布 $N(70, 100)$. 已知成绩在90分以上的(含90分)的学生有12名.

- (1) 试问此次参赛学生总数约为多少人;
- (2) 若该校计划奖励竞赛成绩排在前50名的学生, 试问设奖的分数线约为多少分?

可参考标准正态分布表 $\Phi(x) = P(X \leq x)$

x_0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

18. (本小题满分12分) 某市电视台在因特网上征询电视节目现场参与者, 观众报名的总人数为12000人, 分别来自4个城区, 其中东城区2400人, 西城区4605人, 南城区3795人, 北城区1200人. 用分层抽样的方法从中抽取60人参加现场节目, 应当如何抽取?

19. (本小题满分12分) 现要从甲、乙两个技工中选派一人参加技术比赛, 已知他们在同样的条件下每天的生产量相等, 而出品品的个数的分布列如下:

甲

次品数 ξ_i	0	1	2
P	0.1	0.5	0.4

乙

次品数 ξ_i	0	1	2	3
P	0.3	0.3	0.2	0.2

根据以上条件, 选派谁去合适?

高三数学(全一册)·第二卷

高中数学同步测试卷(二)

第一章 概率与统计 B卷

【试卷说明】本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分, 满分150分, 考试时间为120分钟.

第I卷(选择题 共60分)

一、选择题 (本大题共12小题, 每小题5分, 共60分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 为调查参加运动会的2008名运动员的年龄情况, 从中抽查了108名运动员的年龄, 就这个问题来说, 下列说法正确的是 ()
A. 2008名运动员是总体
B. 每个运动员是个体
C. 抽取的108名运动员是样本
D. 样本容量是108
2. 袋中有大小相同的5个球, 分别标有1, 2, 3, 4, 5五个号码, 现在在有放回抽的条件下依次取出两个球, 设两个球号码之和为随机变量 ξ , 则所有可能取值的个数是 ()
A. 5 B. 9 C. 10 D. 25
3. 已知两组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 与 $y_1, y_2, \dots, y_n$, 它们的平均数分别是 $\bar{x}$ 和 $\bar{y}$, 则新的一组数据 $2x_1 - 3y_1 + 1, 2x_2 - 3y_2 + 1, \dots, 2x_n - 3y_n + 1$ 的平均数是 ()
A. $2\bar{x} - 3\bar{y}$ B. $2\bar{x} - 3\bar{y} + 1$ C. $4\bar{x} - 9\bar{y}$ D. $4\bar{x} - 9\bar{y} + 1$
4. 从存放号码分别为1, 2, ..., 10的卡片的盒子中, 有放回地取100次, 每次取一张卡片并记下号码, 统计结果如下表:

卡片号码	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
取出的次数	13	8	5	7	6	13	18	10	11	9

则取到号码为奇数的频率是 ()
A. 0.53 B. 0.5 C. 0.47 D. 0.37

5. 设1500件产品中有1000件优品, 从中抽取150件进行检查, 则查得优品数的数学期望为 ()
A. 15 B. 10 C. 20 D. 5

6. 甲校有3600名学生, 乙校有5400名学生, 两校有1800名学生, 为统计三校学生某方面的情况, 计划采用分层抽样法, 抽取一个容量为900的样本, 应在这三校分别抽取学生 ()
A. 30人, 30人, 30人 B. 30人, 45人, 15人
C. 20人, 30人, 10人 D. 30人, 50人, 10人

7. 某人5次上班途中所花的时间(单位: 分钟)分别为 $x, y, 10, 11, 9$. 已知这组数据的平均数为10, 方差为2, 则 $|x - y|$ 的值为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 一袋中有5个白球, 3个红球, 现从袋中任取一球, 每次任取一个记下面色后放回, 直到红球出现10次时停止, 设停止时共取了 ξ 次球, 则 $P(\xi = 12)$ 等于 ()
A. $C_{11}^9 \left(\frac{3}{8}\right)^9 \left(\frac{5}{8}\right)^2$ B. $C_{11}^9 \left(\frac{3}{8}\right)^9 \left(\frac{5}{8}\right)^2$
C. $C_{11}^9 \left(\frac{5}{8}\right)^9 \left(\frac{3}{8}\right)^2$ D. $C_{11}^9 \left(\frac{3}{8}\right)^9 \left(\frac{5}{8}\right)^2$

9. 设服从二项分布 $B(n, p)$ 的随机变量的期望和方差分别是2.4与1.44, 则二项分布的参数 n, p 的值为 ()
A. $n=4, p=0.6$ B. $n=6, p=0.4$
C. $n=8, p=0.3$ D. $n=24, p=0.1$

10. 如果随机变量 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 $z = 3, 0 \leq z \leq 1$, 则 $P(-z \leq \xi \leq 1)$ 等于 ()
A. $2\Phi(1) - 1$ B. $2\Phi(1) - \Phi(2)$
C. $\Phi(2) - \Phi(1)$ D. $\Phi(1) - \Phi(-2)$

11. 若样本 $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}$ 的平均数是 $\bar{x}$, 方差为 s^2 , 则对于样本 $2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_{n+1} + 1$, 下列结论中正确的是 ()
A. 平均数为 $\bar{x}$, 方差是 s^2
B. 平均数是 $2\bar{x} + 1$, 方差是 s^2
C. 平均数是 $2\bar{x} + 1$, 方差是 $4s^2$
D. 平均数是 $2\bar{x} + 1$, 方差是 $4s^2$

12. 同时抛掷均匀的硬币3次, 设4枚硬币正面向上出现2枚正面向上, 2枚反面向上的次数为 ξ , 则 ξ 的数学期望是 ()
A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{9}{8}$ C. $\frac{13}{8}$ D. 1

第II卷(非选择题 共90分)

二、填空题 (本大题共4小题, 每小题4分, 共16分. 把答案填在题中横线上)
13. 袋中有4只红球3只黑球, 从袋中任取4只球, 取到2只红球得1分, 取到1只黑球得3分. 设得分为随机变量 ξ , 则 $P(\xi \leq 6) =$.

14. 某校高一、二年级有学生 x 人, 高二年级有 y 人, 高三年级有 z 人. 采用分层抽样一个容量为45人的样本, 高二年级被抽取20人, 高二年级被抽取10人, 高一年级共有300人, 则此学校共有 人.

15. 已知某样本方差是5, 样本中各数据的平方和是280, 样本的平均数是3, 则样本容量是 .

16. 某公司用5万元资金用于投资开发项目, 如果成功, 一年后获利12%, 一旦失败, 一年后损失全部资金的50%, 在过去200个类似项目开发中投资成功与投资失败分别为192次与8次, 则该公司一年后估计可获利的期望是 元.

三、解答题 (本大题共6小题, 共74分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)
17. (本小题满分12分) 将编号为1, 2, 3, 4的4个小球随机投入编号为1, 2, 3, 4的4个盒中, 要求每盒只投1球, 记球与盒编号相同的个数为 ξ , 求随机变量 ξ 的概率分布、期望和方差.

18. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

19. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

20. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

21. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

22. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

23. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

24. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

25. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

26. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

27. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

28. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

29. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

30. (本小题满分12分) 某工厂生产的产品, 其质量指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 求 $P(\xi < \mu - \sigma)$ 的值.

18. (本小题满分12分) 在120件产品中,一级品24件,二级品36件,三级品60件,从中抽取容量为20的一个样本,分别用两种抽样方法来计算总体中每个个体被抽取到的概率,你能从中得到什么结论?

19. (本小题满分12分) 设有二样本 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 其标准差为 S_x , 另有一样本 $y_1, y_2, \dots, y_n$, 其中 $y_i = 3x_i + 2 (i=1, 2, \dots, n)$, 其标准差为 S_y , 求证: $S_y = 3S_x$.

- (1) 取出的3个小球上的数字互不相同的概率;
- (2) 随机变量 ξ 的概率分布和数学期望;
- (3) 得分介于20分到40分之间的概率.

游戏板”：在一块倾斜放置的矩形胶合板上钉着



次放人一块算盘玩一次付给庄家2元。若甲摸到①②③④号球，分别奖4元、5元、0元、2元。一个蓝球的滚动方式：通过第1行空腔向下滚动，小球落到第三行中层中的铁钉后以相等的概率落入第二行的左空腔或右空腔；以后小球按类似方式继续往下滚动。某日8时由某一空腔放入一颗蓝色球，经过一小时后该球仍在滚动，数小时后，最后有80人次玩球，问用所学的知识分析，这一小时内庄家是否赢过计算，你到什么什么？

20. (本小题满分12分) 从全校参加科技知识竞赛的学生试卷中, 抽取一个样本, 考察竞赛的成绩分布. 将样本分成5组, 绘成频率分布直方图(如图2-1), 图中从左到右各小组的小长方形的高的比是1:3:6:4:2, 最右边一组的频数是6.



高中数学同步测试卷(三)

第二章 极限 A卷

【试题说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分为150分,考试时间为120分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 下列无穷数列中,极限不存在的数列是

A. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$

B. $3, 3.3, 3.33, \dots$

C. $3, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \dots, \frac{2n+1}{n}, \dots$

D. $1, 0, -1, 0, \dots, \sin \frac{n\pi}{2}, \dots$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+1}{n^2-2}$ 的值为

A. 3

B. -3

C. -2

3. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -1$, 那么 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$ 等于

A. 4

B. -4

C. 16

D. -16

4. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在是函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 欲用数学归纳法证明: 对于足够大的自然数 n , 总有 $2^n > n^2$, n_0 为验证的第一个值, 则

A. $n_0=1$

B. $n_0 \geq 10$

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = \frac{3}{n^2+1}$ 等于

A. 0

B. -1

C. 1

D. 不存在

A. $x=2$

C. $x=2$ 和 $x=-2$

8. 设 $P(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^n}$

中, 从 $P(k)$ 到 $P(k+1)$ 要添加的项是

A. $\frac{1}{2^{k+1}}$

C. $\frac{1}{2^k} + \frac{1}{2^{k+1}}$

9. 设函数 $f(x) = \begin{cases} k(-x) & (x < 0) \\ x & (x > 0) \end{cases}$, 则下列结论不正确的是

A. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

10. 已知一个数列的通项公式为 $f(n)$, $n \in \mathbb{N}^*$, 若 $f(n) = f(n-1) (n \geq 2)$, 且 $f(1) = 3$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} [f(1) + f(2) + \dots + f(n)]$ 等于

A. $\frac{7}{2}$

C. $-\frac{7}{2}$

11. 函数 $f(x) = \begin{cases} x+2a-3 & (x \leq 1) \\ x(1-x) & (1 < x < 2) \\ 2x-2 & (x \geq 2) \end{cases}$, 则有

A. $f(x)$ 在 $x=1$ 处不连续

C. $f(x)$ 在 $x=1$ 和 $x=2$ 处不连续

12. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n 和 T_n , 若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n}{3n+1}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 的值为

A. 1

C. $\frac{2}{3}$

13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - (-2)^n}{3^{n+1} - (-2)^{n+1}} =$

14. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 5}{x^2 + 2} = \frac{5}{6}$, 则 x 的值为

15. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{n^2} - n - 1) =$

16. 四个函数: ① $f(x) = \frac{1}{x}$; ② $g(x) = \sin x$; ③ $h(x) = \ln x$; ④ $i(x) = ax^2 + bx + c$, 其中 $x=0$ 处连接的函数是

三、解答题(本大题共6小题, 共74分, 解答要写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分) 求下列极限:

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n + 7}{5n^2 + 7}$; (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{n^2} + \frac{4}{n^3} + \dots + \frac{2n}{n^2} \right)$.

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共4小题, 每小题4分, 共16分, 把答案填在题中横线上)

13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - (-2)^n}{3^{n+1} - (-2)^{n+1}} =$

14. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 5}{x^2 + 2} = \frac{5}{6}$, 则 x 的值为

15. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{n^2} - n - 1) =$

16. 四个函数: ① $f(x) = \frac{1}{x}$; ② $g(x) = \sin x$; ③ $h(x) = \ln x$; ④ $i(x) = ax^2 + bx + c$, 其中 $x=0$ 处连接的函数是

三、解答题(本大题共6小题, 共74分, 解答要写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分) 求下列极限:

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n + 7}{5n^2 + 7}$; (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{n^2} + \frac{4}{n^3} + \dots + \frac{2n}{n^2} \right)$.

18. (本小题满分12分) 设 $f(x) = \begin{cases} c^x & (x < 0) \\ \ln x & (x \geq 0) \end{cases}$, 当 a 为何值时, 函数 $f(x)$ 是连续的.

20. (本小题满分12分) 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 + mx + 2}{x + 2} = -2$, 求 m, n 的值.

22. (本小题满分14分) 已知函数 $f(x) = \frac{d}{x^4 \sqrt{x}} (x > 0, d \neq 1)$.

(1) 证明函数 $f(x)$ 的图象关于点 $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 对称;

(2) 令 $a_n = \frac{\sqrt{x} f(n)}{f(1-n)}$, 对一切自然数 n , 先猜想使 $a_n > n$ 成立的最小自然数 n , 并证明之;

(3) 求证: $\frac{1}{4} n(n+1) \leq 3 < (n+1) (n \in \mathbb{N}^+)$.

19. (本小题满分12分) 已知数列 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbb{N}^+$), 其中 $a_1 = 1, 3, 5, \dots, (2n+1), a_n = 2 + 4(n \geq 5)$, 试问是否存在这样的自然数 n , 使得 $a_n = n$ 成立?

21. (本小题满分12分) 设函数 $y = \frac{x^2 - x + n}{x^2 + x + 1} (n \in \mathbb{N}^+)$ 的最小值为 a_n , 最大值为 b_n , 且 $a_n \geq (a_n + b_n) - 9$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $T_n = a_1 c + a_2 c^2 + \dots + a_n c^n (n \in \mathbb{N}^+)$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{T_n}}{c_n}$ 的值.

20. (本小题满分12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 是由正整数组成的数列, $a_1=2$, 且满足 $\lg a_n = \lg a_{n-1} + \lg a_n$, 其中 n 是大于1的整数, a 是正数.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n ;

(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n-1}-a_n}{2^n \lg a_{n-1}}$ 的值.

18. (本小题满分12分) 是否存在常数 a, b, c , 使等式 $1 \cdot (n^2-1)^2 + 2 \cdot (n^2-2)^2 + \dots + n \cdot (n^2-n^2)^2 = an^4 + bn^3 + cn$ 对一切正整数 n 成立? 并证明你的结论.

22. (本小题满分14分) 已知函数 $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$ ($x \neq -1$), 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_{n+1}=f(a_n)$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=a_1, b_2=\sqrt{3}, b_3=a_2, b_4=\sqrt{3}, b_5=a_3, \dots, b_{2n}=a_n, b_{2n+1}=\sqrt{3}$ ($n \in \mathbb{N}^+$).

(1) 用数学归纳法证明: $b_n \leq \frac{(\sqrt{3}-1)^n}{2^{n-1}}$;

(2) 证明: $S_n < \frac{2-\sqrt{3}}{3}$.

19. (本小题满分12分) 设 $f(x)$ 是 x 的三次多项式, 已知 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{x-2a} =$

$\lim_{x \rightarrow -4a} \frac{f(x)}{x-4a} = 1$, 试求 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{x-3x}$ 的值 (a 为非零常数).

21. (本小题满分12分) 讨论函数 $f(x) = \lim_{t \rightarrow x} \frac{1-x^t}{1+t^x} \cdot x$ ($x \geq 0$) 的连续性.

高中数学同步测试卷(五)

第三章 导数 A卷

【试题说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分150分,考试时间为120分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中有且只有一个选项是符合题目要求的)。

1. 一球沿一斜面自由滚下,其运动方程是 $s = (t^2 + t)$ (位移单位: m, 时间单位: s), 则小球在 $t = 5$ s 时的瞬时速度为 ()

- A. 6 m/s
B. 8 m/s
C. 10 m/s
D. 12 m/s

2. 下列函数中, 导数不等于 $\frac{1}{2} \sin 2x$ 的是 ()

- A. $2 - \frac{1}{2} \cos 2x$
B. $2 - \frac{1}{2} \sin^2 x$
C. $\frac{1}{2} \sin^2 x$
D. $x - \frac{1}{2} \cos^2 x$

3. 已知函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处的导数为 3, 则 $f'(x)$ 的解析式可能为 ()

- A. $f'(x) = (x-1)^2 + 3(1-x)$
B. $f'(x) = 2(x-1)^2$
C. $f'(x) = 2(x-1)^2$
D. $f'(x) = -1$

4. 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线方程为 $2x + y + 1 = 0$, 则 ()

- A. $f'(x_0) > 0$
B. $f'(x_0) = 0$
C. $f'(x_0) < 0$
D. $f'(x_0)$ 不存在

5. 函数 $f(x) = (x+1)/(x^2-x+1)$ 的导数是 ()

- A. $f'(x) = x^2 + x + 1$
B. $f'(x) = (x+1)/(2x-1)$
C. $f'(x) = 3x^2$
D. $f'(x) = 3x + 1$

6. $f'(x_0) = 0$ 是 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处取得极值的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

7. 函数 $y = 1 - 3x - x^3$ 有 ()

- A. 极大值 -2, 极小值 2
B. 极大值 -1, 极小值 3
C. 极大值 -1, 极小值 1
D. 极大值 1, 极小值 -1

8. 函数 $f(x) = (x \in \mathbb{R})$ 由 $y = \ln f(x) = 0$ 确定, 则导函数 $y = f'(x)$ 的图象的大致形

状是 ()



9. 函数 $y = ax^2 + 1$ 的图象与直线 $y = x$ 相切, 则 a 等于 ()

- A. $\frac{1}{8}$
B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{2}$
D. 1

10. 与直线 $2x - y + 4 = 0$ 平行的抛物线 $y = x^2$ 的切线方程是 ()

- A. $2x - y + 3 = 0$
B. $2x - y = 0$
C. $2x - y + 1 = 0$
D. $2x - y - 1 = 0$

11. 已知抛物线 $y = 2px$ ($p > 0$) 与一个定点 $M(p, p)$, 则抛物线上与点 M 距离最小的点是 ()

- A. $(0, 0)$
B. $(\frac{p}{2}, \frac{p}{2})$
C. $(\frac{p}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}p)$
D. $(\frac{p}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}p}{2})$

12. 已知 $y = \frac{1}{3}x^3 + tx^2 + (b+2)x + 3$ 在 $\mathbb{R}$ 上不是单调增函数, 则 b 的取值范围是 ()

- A. $b < -1$ 或 $b \geq 2$
B. $b \leq -1$ 或 $b \geq 2$
C. $-2 < b < 1$
D. $-1 \leq b \leq 2$

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共4小题, 每小题4分, 共16分, 把答案填在题中横线上)

13. 设函数 $f(x) = \cos(\sqrt{3} - x + \pi)$ ($0 \leq x < \pi$), 若 $f(x) = f'(x)$ ($f'(x)$ 是奇函数), 则 $x =$ _____

14. $f(x) = x(x - x^2)^2$ 在 $x = 2$ 处有极大值, 则常数 a 的值为 _____

15. 把8分拆成两个正整数的和, 其中一个的立方与另一个的平方的和最小, 则这两个正整数分别为 _____

16. 已知函数 $f(x) = ax^3 + 3(1 - x)x^2 - 4x + 1$ ($a > 0$) 的单调减区间是 $(0, 4)$, 则 a 的值为 _____

三、解答题(本大题共6小题, 共74分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分) 已知 $f(x) = \frac{2}{3}(x^2 - 3x - \frac{9}{2})$ ($a \in \mathbb{R}$).

(1) 若过函数 $f(x)$ 的图象上一点 $P(1, f(1))$ 的切线与直线 $x - 2y + 6 = 0$ 垂直, 求 a 的值;

19. (本小题满分12分) 已知函数 $f(x) = \sin x - 4\sin x^2$ ($x \in \mathbf{R}$).

(1) 如果关于 x 的不等式 $f(x) \geq x$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 求参数 a 的最大值;

(2) 设函数 $g(x) = 2x^3 + 3x^2 f(x)$, 如果 $g(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上存在极小值, 求实

数 a 的取值范围.

22. (本小题满分14分) 设函数 $f(x) = x(x-m)(x-n)$ ($m, n \in \mathbf{R}$).

(1) 若 $m \neq n$, $mn \neq 0$, 过两点 $(0, 0)$, $(m, 0)$ 的中点作与 x 轴垂直的直线, 与函数 $y=f(x)$ 的图像交于点 $P(x_0, f(x_0))$, 求证: 函数 $y=f(x)$ 在点 P 处的切线过点 $(n, 0)$;

(2) 若 $m=n$ ($m \neq 0$), 且当 $x \in [0, \ln t + 1]$ 时 $f(x) < 2x^2$ 恒成立, 求参数 m 的取值范围.

21. (本小题满分12分) 设 $a=3$ 是函数 $f(x) = (x^2+ax+b)e^{-x}$ ($x \in \mathbf{R}$) 的一个极

值点.

(1) 求 a 与 b 的关系式 (用 a 表示 b), 并求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设 $0 < b < 4$, $g(x) = \left(x^2 + \frac{25}{4}\right)e^{-x}$. 若存在 $x_1, x_2 \in [0, 4]$, 使得 $|f(x_1) - g(x_2)| < 4$ 成

立, 求 a 的取值范围.

20. (本小题满分12分) 用长为90cm, 宽为48cm的长方形铁皮做一个无盖的容器, 先在四角分别截去一个小正方形, 然后把四边翻折90°角, 再焊接而成. 问该容器的容积为多少时, 容器的容积最大? 最大容积是多少?

高中数学同步测试卷(六)

第三章 导数 B卷

【试卷说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分150分,考试时间为120分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

1. 函数 $y = \ln x$ 在区间 $(0, 1)$ 上是 ()

- A. 单调增函数
B. 单调减函数

C. 在 $(0, \frac{1}{e})$ 上是减函数, 在 $(\frac{1}{e}, 1)$ 上是增函数

D. 在 $(0, \frac{1}{e})$ 上是增函数, 在 $(\frac{1}{e}, 1)$ 上是减函数

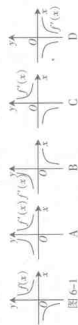
2. 函数 $y = 4 + \frac{3}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上的最小值为 ()

- A. 4
B. 5
C. 3
D. 1
3. 曲线 $y = \ln x$ 在点 P 处的切线的斜率为 k , 当 $k = -3$ 时, P 点的坐标为 ()
A. $(-2, -8)$
C. $(2, 8)$

4. 已知函数 $y = x^3 - 3x$, 则它的单调增区间是 ()

- A. $(-\infty, 0)$
B. $(0, +\infty)$
C. $(-1, 1)$
D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

5. 函数 $f(x)$ 的图象如图6-1所示, 则导函数 $y = f'(x)$ 的图象大致是 ()



6. 设 $f(x) = \frac{(x^2-1)^2}{x+1}$ ($x \neq -1$), 则 $f'(x)$ 等于 ()

- A. $3x^2 - 2x + 1$
B. $3x^2 + 2x + 1$
C. $3x^2 - 2x - 1$
D. $x^2 - 2x + 1$

7. 曲线 $y = 2x^2$ 上的点到直线 $y = x - 1$ 的距离的最小值为 ()

A. $\sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

8. 设 $0 < \alpha < \beta$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $P(x_\alpha, f(x_\alpha))$ 处切线的倾斜角的取值范围为 $[0, \frac{\pi}{4}]$, 则点到曲线 $y = f(x)$ 对称轴距离的取值范围为 ()

A. $[0, \frac{1}{2\alpha}]$

C. $[0, \frac{1}{2\alpha}]$

9. 函数 $f(x)$ 的定义域为开区间 (a, b) , 导函数 $f'(x)$ 在 (a, b) 上的图象如图6-2所示, 则函数 $f(x)$ 在开区间 (a, b) 内的极小值点有 ()

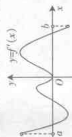


图 6-2

- A. 1个
C. 3个

10. 已知 $y = \frac{1}{2} \sin 2x + \sin x$, 那么 y' 是 ()

- A. 仅有最小值的奇函数
B. 既有最大值又有最小值的偶函数
C. 仅有最大值的偶函数
D. 非奇非偶函数

11. 设函数 $f(x) = ax^2(1-x)$ (a 为正整数), 则 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值为 ()

A. 0
C. $(1 - \frac{2}{2n})^n$
D. $(\frac{n}{n+2})^{n+2}$

12. 设 $f(x), g(x)$ 在 (a, b) 上可导, 且 $f'(x) > g'(x)$, 则当 $a < x < b$ 时, 有 ()

- A. $f(x) > g(x)$
B. $f(x) < g(x)$
C. $f'(x) + g(a) > g'(x) + f(a)$
D. $f'(x) + g(b) > g'(x) + f(b)$

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共4小题, 每小题4分, 共16分, 把答案填在题中横线上)

13. 函数 $f(x) = \sin x + \frac{1}{3} \sin^3 x$ 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 处具有极值, 则 a 的值为 _____

14. $y = \ln x - x^2 + \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ 在点 $M(1, 0)$ 处的切线方程是 _____

15. 设函数 $f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$ (a, b, c 是两两不等的常数), 则 $\frac{a}{f'(a)} + \frac{b}{f'(b)} + \frac{c}{f'(c)} =$ _____

16. 曲线 $y = \ln x$ 在点 (a, a^2) ($a \neq 0$) 处的切线与轴、直线 $x = a$ 所围成的三角形的面积为 $\frac{1}{6}$, 则 $a =$ _____

三、解答题(本大题共6小题, 共74分, 解答时应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分) 设 $x > 0$, 求函数 $f(x) = \sqrt{x} - \ln(x+1)$ ($x \in (0, +\infty)$) 的单调区间。

18. (本小题满分12分) 设函数 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 0) \cup (0, 1]$ 上的奇函数, 当 $x \in [-1, 0)$ 时, $f(x) = 2ax + \frac{1}{x}$ ($a \in \mathbb{R}$).

- (1) 当 $x \in (0, 1]$ 时, 求 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 若 $a = -1$, 试判断 $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上的单调性, 并证明你的结论;
- (3) 是否存在 a , 使得当 $x \in (0, 1]$ 时, $f(x)$ 有最大值 -6 .

20. (本小题满分12分) 设函数 $f(x) = a^m - x$, 其中 $m \in \mathbb{R}$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的最小值;
- (2) 给出定理: 如果函数 $y = f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 并且有 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 那么, 函数 $y = f(x)$ 在区间 (a, b) 内有零点, 即存在 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f(x_0) = 0$. 运用上述定理判断, 当 $m > 0$ 时, 函数 $f(x)$ 在区间 $(m, 2m)$ 内是否存在零点.

22. (本小题满分14分) 由原点 O 向三次曲线 $y = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x$ ($a \neq 0$) 引切线, 切于不同于点 O 的点 $P_1(x_1, y_1)$, 再由 P_1 引此曲线的切线, 切于不同于 P_1 的点 $P_2(x_2, y_2)$, 如此继续地作下去, $\dots\dots$, 得到点列 $P_n(x_n, y_n)$, 试回答下列问题:

- (1) 求 x_1 ;
- (2) 求 x_n 与 x_{n+1} 的关系;
- (3) 若 $a > 0$, 求证当 m 为正偶数时, $x_m < a$, 当 m 为正奇数时, $x_m > a$.

19. (本小题满分12分) 设函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a > 0$), 其中 $f(0) = 3$, $f'(0)$ 是 $f(x)$ 的导函数.

- (1) 若 $f'(-1) = f'(3) = -36$, $f'(-3) = 0$, 求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 若 $c = -6$, 函数 $f(x)$ 的两个极值点为 x_1, x_2 , 满足 $-1 < x_1 < x_2 < 2$, 设 $m = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 + 2x_2 + 10$, 试求实数 λ 的取值范围.

21. (本小题满分12分) 设 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的偶函数, $g(x)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称, 且当 $x \in [2, 3]$ 时, $g(x) = 2a(x-2) - 4(x-2)^2$.

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 求 $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上的增函数, 求 a 的取值范围;
- (3) 是否存在正整数 n , 使 $f(x)$ 的图象的最高点落在直线 $y = 12$ 上? 若存在, 求出 n 的值; 若不存在, 请说明理由.

高中数学同步测试卷(七)

第四章 数系的扩充——复数 A卷

【试卷说明】本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,满分为150分,考试时间为120分钟。

第I卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求)

1. 下列说法正确的是 ()
 A. 0是纯虚数
 B. 两个复数不可以比较大小
 C. 实数的共轭复数一定是实数,虚数的共轭复数一定是虚数
 D. 原点是复平面内直虚坐标系的实轴与虚轴的公共点
2. 设 $a, b, c, d \in \mathbf{R}$, 复数 $a+bi$ 与 $c+di$ 的充要条件是 ()
 A. $a=b, c=d$
 B. $a=c, b=d$
 C. $a=c$ 或 $b=d$
 D. $a=d$
3. 在复平面内,复数 $\frac{1+i}{i}$ 对应的点位于 ()
 A. 第一象限
 B. 第二象限
 C. 第三象限
 D. 第四象限
4. 复数 $(1-i)$ 的虚部为 ()
 A. 3
 B. -3
 C. 2
 D. -2
5. 复数 $\frac{1+\sqrt{3}i}{\sqrt{3}-i}$ 等于 ()
 A. 1
 B. -1
 C. $\sqrt{3}+i$
 D. $\sqrt{3}-i$
6. 复数 $\left(1+\frac{1}{i}\right)$ 的值是 ()
 A. 4
 B. -4
 C. 4
 D. -4
7. 虚数单位 i , $\frac{(-1+i)(2+i)}{i}$ 等于 ()
 A. 1+i
 B. -1-i
 C. 1+3i
 D. -1-3i
8. 如果复数 $(m^2+1)(1+m)$ 是实数,则实数 m 为 ()
 A. 1
 B. -1

- C. $\sqrt{2}$
 D. $-\sqrt{2}$
9. 复数 $\frac{\sqrt{2}-2ai}{a+2i}$ 的模等于 $\sqrt{2}$,则实数 a 的值是 ()
 A. $\sqrt{3}$
 B. 3
 C. $\pm\sqrt{3}$
 D. ± 3
10. 设复数 $z = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$, 则 $|1+az|$ 等于 ()
 A. ω
 B. ω^2
 C. $\frac{1}{\omega}$
 D. $\frac{1}{\omega^2}$
11. 若复数 z 满足方程 $z^2+2=0$, 则 $-z$ 等于 ()
 A. $2\sqrt{2}i$
 B. $-2\sqrt{2}i$
 C. $-2\sqrt{2}$
 D. $2\sqrt{2}$
12. 已知 $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}} + \frac{1-i}{\sqrt{2}}i$, 则下列结论正确的是 ()
 A. z 为虚数
 B. z 为纯虚数
 C. z 为有理数
 D. z 为无理数

第II卷(非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分,把答案填在题中横线上)

13. 复数 $\frac{1+2i}{3+i}$ 的值是 _____
14. 若复数 $z = (m-2) + (m+1)i$ (为虚数单位, $m \in \mathbf{R}$), 且 z 为纯虚数, 则 m 为 _____
15. $8+6i$ 的平方根是 _____
16. 已知 $-2 \leq \sin\theta + \sqrt{3} \sin\theta \leq 1$, $\theta \in [0, 2\pi)$, 则 θ 的取值范围是 _____
- 三、解答题(本大题共6小题,共74分,解答要写出文字说明,证明过程或演算步骤)
17. (本小题满分12分)在复数范围内,解方程 $z^2 + (z+i) = \frac{3-i}{2+i}$ (为虚数单位).

18. (本小题满分12分)设 O 为坐标原点,已知向量 $\vec{OZ_1}$, $\vec{OZ_2}$ 分别对应复数 z_1, z_2 , 且 $z_1 = \frac{3}{a+5} + (10-a^2)i$, $z_2 = \frac{2}{1-a} + (2a-5)(a \in \mathbf{R})$, 若 z_1, z_2 是实数,求 z_1 的值.

高中数学同步测试卷(八)

第四章 数系的扩充——复数 B卷

【试卷说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分为150分,考试时间为120分钟。

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

- 1.复数 z 是纯虚数,且 $|z|=1$,则 $\bar{z}$ 等于 ()
 A. i B. $-i$
 C. i D. $-i$

2.如表表示虚数单位,则下面四个命题中正确的命题个数有 ()

- ①如果 $a>b$,那么 $a+bi>b+i$;
 ②两个复数互为共轭复数,那么其和为实数;
 ③ $3+i=1+i$ 的充要条件为 $i=1$;
 ④如果让实数 a 与 ai 对应,那么实数集与纯虚数集——对应.

A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

3.已知 $z_1=2+3i$, $z_2=5-i$,若 (z_1-z_2) 等于 ()

- A. $4+4i$ B. $4-4i$
 C. $3+4i$ D. $4-3i$

4.已知复数 $z_1=2+i$, $z_2=1+2i$,则复数 $\frac{z_1}{z_2}$ 在复平面内对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限
 C. 第三象限 D. 第四象限

5.已知复数 z 满足 $\frac{1-z}{1+z}=i$,则 $1+z$ 等于 ()

- A. $1-i$ B. $1+i$
 C. $1+\frac{1}{2}$ D. $1-\frac{1}{2}$

6.条件“复数 $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ 是条件 $z+\frac{1}{z} \in \mathbb{R}$ ”的 ()

- A. 充分非必要条件 B. 必要充分条件
 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

7. $\frac{1-\sqrt{3}i}{(\sqrt{3}+i)^2}$ 等于 ()

- A. $1-i$ B. $1+i$
 C. $1+\frac{1}{2}$ D. $1-\frac{1}{2}$

$$A. \frac{1+\sqrt{3}}{4} i$$

$$B. -\frac{1+\sqrt{3}}{4} i$$

$$C. \frac{1+\sqrt{3}}{2} i$$

$$D. -\frac{1+\sqrt{3}}{2} i$$

$$8. \text{复数 } z = \cos \alpha + i \sin \alpha \text{ 的模为}$$

$$A. 2 \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$B. 2 \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$C. 2 \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$D. 2 \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$9. \text{设非零复数 } x, \text{ 满足 } x^2 + xy + y^2 = 0, \text{ 则代数式 } \left(\frac{x}{xy} \right)^{1999} + \left(\frac{y}{xy} \right)^{1999} \text{ 的值是}$$

$$A. 2^{1999}$$

$$B. -1$$

$$C. 1$$

$$D. 0$$

$$10. \text{设复数 } z = \frac{1+i}{1-i}, \text{ 则 } (1+z)^2 \text{ 的展开式(按 } z \text{ 的升幂排列)的第5项}$$

$$A. 2i$$

$$B. -35i$$

$$C. -2i$$

$$D. 35$$

$$11. \text{设 } f(n) = \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^n + \left(\frac{1-i}{1+i} \right)^n, n \in \mathbb{N}, \text{ 如果 } f(n) \in \{f(m) | m \in \mathbb{N}\}, \text{ 则满足条件}$$

$$\text{的集合 } A \text{ 有}$$

$$A. 8 \text{ 个}$$

$$B. 7 \text{ 个}$$

$$C. 3 \text{ 个}$$

$$D. \text{ 无穷多个}$$

$$12. \text{定义 } e^{\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha, \text{ 其中 } \alpha \text{ 为虚数单位, } e \text{ 为自然对数的底, } \theta \in \mathbb{R}, \text{ 且}$$

$$\text{复数 } z \text{ 的辐角在 } \theta \text{ 处, 那么 } e^{\alpha} = \cos \theta + i \sin \theta = C_0 \cos \theta + C_1 i \sin \theta + C_2 \cos^2 \theta + C_3 i \sin^2 \theta + \dots$$

$$A. \sin 5\theta + i \cos 5\theta$$

$$B. \sin 5\theta - i \cos 5\theta$$

$$C. \cos 5\theta + i \sin 5\theta$$

$$D. \cos 5\theta - i \sin 5\theta$$

第Ⅱ卷(非选择题,共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分,把答案填在题中横线上)

13. 已知复数 $(2k-3i)-(4-k)$ 在复平面内对应的点在第二象限,则实数 k 的取值范围是_____.

14. 若复数 $z = \sin 2\theta - 1 + (\sqrt{2} \cos \theta + i)$ 为纯虚数,则角 θ 组成的集合为_____.

15. 定义运算 $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{a}{b} - be$, 则符合条件 $\left| \frac{1}{2} \right| = 3 + 5i$ 的复数 e 等于_____.

$$B. -\frac{1+\sqrt{3}}{4} i$$

$$D. -\frac{1+\sqrt{3}}{2} i$$

$$16. \text{对于任意两个复数 } z_1 = x_1 + y_1 i, z_2 = x_2 + y_2 i (x_1, y_1, x_2, y_2 \text{ 为实数}), \text{ 定义运算}$$

$$“\odot” \text{ 为: } z_1 \odot z_2 = x_1 x_2 + y_1 y_2. \text{ 设非零复数 } w_1, w_2 \text{ 在复平面内对应的点分别为 } P_1, P_2, \text{ 点 } O \text{ 为坐标原点, 如果 } w_1 \odot w_2 = 0, \text{ 那么在 } \triangle P_1 O P_2 \text{ 中, } \angle P_1 O P_2 \text{ 的大小为}$$

$$17. (\text{本小题满分12分}) \text{ 已知复数 } z \text{ 满足方程 } z^2 + 2z + 2 = 0 \text{ 的解}$$

$$(\text{I}) \text{ 求 } z;$$

$$(\text{II}) \text{ 若 } |z| > 0, \text{ 且 } \frac{a}{z} = b + i (a, b \in \mathbb{R}; i \text{ 为虚数单位}), \text{ 求 } |a + bi|.$$

$$18. \text{复数 } z = \cos \alpha + i \sin \alpha \text{ 的模为}$$

$$A. 2 \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$B. 2 \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$C. 2 \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$D. 2 \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$9. \text{设非零复数 } x, \text{ 满足 } x^2 + xy + y^2 = 0, \text{ 则代数式 } \left(\frac{x}{xy} \right)^{1999} + \left(\frac{y}{xy} \right)^{1999} \text{ 的值是}$$

$$A. 2^{1999}$$

$$B. -1$$

$$C. 1$$

$$D. 0$$

$$10. \text{设复数 } z = \frac{1+i}{1-i}, \text{ 则 } (1+z)^2 \text{ 的展开式(按 } z \text{ 的升幂排列)的第5项}$$

$$A. 2i$$

$$B. -35i$$

$$C. -2i$$

$$D. 35$$

$$11. \text{设 } f(n) = \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^n + \left(\frac{1-i}{1+i} \right)^n, n \in \mathbb{N}, \text{ 如果 } f(n) \in \{f(m) | m \in \mathbb{N}\}, \text{ 则满足条件}$$

$$\text{的集合 } A \text{ 有}$$

$$A. 8 \text{ 个}$$

$$B. 7 \text{ 个}$$

$$C. 3 \text{ 个}$$

$$D. \text{ 无穷多个}$$

$$12. \text{定义 } e^{\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha, \text{ 其中 } \alpha \text{ 为虚数单位, } e \text{ 为自然对数的底, } \theta \in \mathbb{R}, \text{ 且}$$

$$\text{复数 } z \text{ 的辐角在 } \theta \text{ 处, 那么 } e^{\alpha} = \cos \theta + i \sin \theta = C_0 \cos \theta + C_1 i \sin \theta + C_2 \cos^2 \theta + C_3 i \sin^2 \theta + \dots$$

$$A. \sin 5\theta + i \cos 5\theta$$

$$B. \sin 5\theta - i \cos 5\theta$$

$$C. \cos 5\theta + i \sin 5\theta$$

$$D. \cos 5\theta - i \sin 5\theta$$

18. (本小题满分12分) 现定义复函数如下: 在某个变化过程中有两个变量 z 与 w , 如果对于 w 的某个范围 D 内的每一个确定的复数, 按照某个对应法则 f , w 都有唯一确定的复数与它对应, 那么, 我们就称 w 是 z 的复函数, 记作 $w=f(z)$.

(1) 求 $f(z)$ 的复函数 $f(z)=\frac{z}{z+1}$ 的值;

(2) 若 $f(2)=1$, 求 z 的值.

20. (本小题满分12分) 已知复数 $z=a-a-6i$, $\frac{a^2+2a-15}{a^2-4}$.

(1) 当 $a \in (-2, 2)$ 时, 求 $z = \frac{a^2+2a-15}{a^2-4}$ 的取值范围;

(2) 是否存在实数 a , 使得 $z < 0$, 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 说明理由.

22. (本小题满分14分) 已知 $z_1=2\cos\alpha+isin\alpha$, $z_2=a+bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, z_1 为虚数单

位 $f(x)=\cos x + R e^{i(x-\frac{\pi}{2})}$, 且 $f(0)=2\sqrt{\frac{\pi}{3}}$, $\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{\pi}{3}}$.

(1) 求 z_1 ;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $(-\pi, \pi)$ 上的单调递增区间;

(3) 若 $\alpha - \beta = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, 且 $f(\alpha) = f(\beta)$, 求 $\tan(\alpha + \beta)$ 的值.

19. (本小题满分12分) 已知复数 z 满足 $z=\sqrt{2}$, z 的虚部为2.

(1) 求复数 z ;

(2) 设 z^2, z^3, z^4 在复平面上的对应点分别为 A, B, C , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. (本小题满分12分) 已知 z 为虚数, 且 $2z+15=\sqrt{3}z+10i$.

(1) 求 z ;

(2) 设 $z=(3-i)$, 若 u 在复平面上的对应点在第一、四象限的角平分线

上, 求复数 z ;

(3) 若 z^2, z^3 为实数, 且恰好为实系数方程 $x^2+px+q=0$ 的两个根, 试写出此方程.

高中数学同步测试卷(九)

高考模拟试题(一)

【试题说明】本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间为 120 分钟。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

1. 已知映射 $f: A \rightarrow B$, 其中 $A = \mathbb{R}$, 对应法则 $f: x \mapsto x^2 - 2x + 2$, 若对实数 $k \in B$, 在集合 A 中不存在原象, 则 k 的取值范围是 ()

A. $k \leq 1$

B. $k \geq 1$

C. $k \geq 1$

D. $k > 1$

2. 若条件 $p: |x+1| \leq 4$, 条件 $q: 2 < x < 3$, 则 $\neg q$ 是 p 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分条件也不是必要条件

3. 若函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ 对任意实数 x 都有 $f\left(\frac{\pi}{5} + x\right) = f\left(\frac{\pi}{5} - x\right)$, 则 $f\left(\frac{\pi}{5}\right)$ 等于 ()

A. 0

B. 3

C. -3

D. 3 或 -3

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x & (x > 0) \\ y & (x \leq 0) \end{cases}$, 则 $f\left(f\left(\frac{1}{4}\right)\right)$ 的值为 ()

A. 9

B. -9

C. $\frac{1}{9}$

D. $-\frac{1}{9}$

5. 已知首项为正数的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{100}a_{101} > 0$, $a_{100}a_{101} < 0$, 则使前 n 项和 $S_n > 0$ 成立的最大自然数 n 是 ()

A. 4009

B. 4010

C. 4011

D. 4012

6. $f(x) = x^2 - 3x + 2$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最大值是 ()

A. -2

B. 0

C. 2

D. 4

7. 已知平面区域 D 由以 $A(1, 3)$, $B(5, 2)$, $C(3, 1)$ 为顶点的三角形内部及边界组成。若在区域 D 上有无穷多个点 (x, y) 可使目标函数 $z = x + my$ 取得最小值, 则 m 等于 ()

A. -2

B. -1

C. 1

D. 4

8. 已知集合 $A = \{8\}$, $B = \{2, 6\}$, $C = \{2, 5, 9\}$, 从这三个集合中各取一个元素构成空间直角坐标系中的坐标, 则确定的不同点的个数为 ()

A. 33

B. 34

C. 35

D. 36

9. 已知方程 $(x^2 - mx + 2)(x^2 - mx + 2) = 0$ 的四个根组成一个首项为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列, 则 $\ln m - n$ 等于 ()

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

A. 1

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{9}{2}$

10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为 A, D, B, C_1 的中点, 则在平面 BC_1D_1 内到 BC 的距离是到 D 的距离的 2 倍的点的轨迹是 ()

A. 一条射线

B. 椭圆的一部分

C. 抛物线的一部分

D. 双曲线的一部分

11. 向量 $\vec{OA} = (2, 0)$, $\vec{OB} = (2 + 2\cos\theta, 2\sqrt{3} + 2\sin\theta)$, 则向量 $\vec{OA}$ 与向量 $\vec{OB}$ 的夹角的范围是 ()

A. $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

B. $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$

C. $\left[\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}\right]$

D. $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right]$

12. 若集合 A, A_1 满足 $A \cap A_1 = \emptyset$, 则称 (A, A_1) 为集合 A 的一个拆分, 并规定: 当且仅当 $A_1 = A$ 时, (A, A_1) 与 (A, A_1) 为集合 A 的同一拆分, 则集合 $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ 的不同拆分的种数为 ()

A. 8

B. 9

C. 26

D. 27

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分。把答案填在题中横线上)

13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1-i}{1+i} \right)^n$ 的值等于 _____

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{C_1^2 + 2C_2^2}{(n+1)^2} =$ _____

15. 已知函数 $f(x) = \cos^2(\omega x + \varphi) + 1$ ($A > 0, \omega > 0$) 的图象在 x 轴上的截距为 2, 其相邻两对称轴间的距离为 2, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(100) =$ _____

16. 定义一种运算 $a \otimes b$ 对于正整数满足以下运算性质:
(1) $2 \otimes 2006 = 1$; (2) $(2n+2) \otimes 2006 = 3 - [(2n) \otimes 2006]$, 则 $2008 \otimes 2006$ 的值是 _____

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 74 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分) 已知向量 $\vec{a} = (2, 2)$, 向量 $\vec{b}$ 与向量 $\vec{a}$ 的夹角为 $\frac{3\pi}{4}$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$.

(1) 求向量 $\vec{b}$;

(2) 若 $\vec{c} = (1, 0)$, 且 $\vec{b} \perp \vec{c}$, $\vec{c} \in (\cos t, \sin t)$, 其中 t 是锐角 $\triangle ABC$ 的最大角, 求 b, c 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分) 如图, 棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA = AD = 2$, $BD = 2\sqrt{2}$.

(1) 求证: $BD \perp$ 平面 PAC ;

(2) 求二面角 $P-CD-B$ 的大小;

(3) 求点 C 到平面 PBD 的距离.

