

零距离上岗

高职高专财会专业系列规划教材

经济应用数学

耿玉霞 主 编 马昊光 副主编 姚海鑫 主 审

Economic Applied
Mathematics



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

F 224
44-C1



高职高专财会专业系列规划教材

经济应用数学

耿玉霞 主 编
马昊光 副主编
曲玉香 参 编
姚海鑫 主 审

尚友泉 孙 丽 李丽英

Economic Applied
Mathematics

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是根据教育部《高职高专教育基础课课程教学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》编写的。全书共7章,内容包括函数、极限与连续,微分及其应用,积分及其应用,矩阵与线性方程组,投入产出模型,线性规划简介,概率与统计初步。每个章节后面均设置了多道习题,且在本书后附有习题参考答案,便于老师与学习参考与查阅。

本书既可作为高等职业学校、高等专科学校、成人高等学校及本科院校举办的二级职业技术学院和民办高校财会专业和经济管理类各专业的教材,又可作为注册会计员、助理注册会计师、注册会计师资格考试的培训教材或参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学 / 耿玉霞主编. —北京: 电子工业出版社, 2007.5

(零距离上岗·高职高专财会专业系列规划教材)

ISBN 978-7-121-04107-5

I. 经… II. 耿… III. 经济数学—高等学校: 技术学校—教材 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 037959 号

责任编辑: 杨洪军

印 刷: 北京市通州大中印刷厂

装 订: 三河市鹏成印业有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×980 1/16 印张: 19.25 字数: 366 千字

印 次: 2007 年 5 月第 1 次印刷

定 价: 28.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

高职高专财会专业系列 规划教材编委会

名誉主任 李 凯

主 任 唐 静

副 主 任	杨 光	杨 明	窦洪波	刘柏霞
	郭传章	范 抒	戴卫东	耿玉霞
	刁力人	刘家枢	王志鹏	刘庆君

编 委	丁 宇	李长智	薛启芳	胡启亮
	王彩虹	崔东红	徐 哲	杨 雷
	戴环宇	赵 伟	聂卫东	

作为现代高等教育的重要组成部分，高职高专教育可说是与经济建设、劳动就业联系最紧密、最直接的。它承担着为高新技术转化、传统产业升级提供智力支持的重任，承担着提高劳动者的就业能力和创业能力、促进劳动就业的责任。近年来，我国高职高专教育有了很大的发展，为生产、管理、服务第一线培养了大批技术型、应用型专门人才，为我国经济发展和社会进步起到了重要的推动作用。

高职高专教育以培养高技能人才作为教学目标，因此，与普通本科教育相比，有自己鲜明的特点：①理论知识以“必需、够用”为度；②以市场需求为目标，以培养实际操作能力为核心；③实践教学在教学计划中占较大比重，注重学生职业能力的培养，实现“零距离上岗”，即学生毕业进入企业后，不再需要专门的上岗培训，直接就可以上岗，从而实现人才培养与上岗就业的零距离。

为了真正实现高职高专教育与上岗就业零距离的目标，许多高职高专院校正在进行逐步的教学改革，改革方案里提出要适当规模地控制基础理论课程教学的深度与广度，加强校内模拟实训室和校外实习基地建设，强化技能培训，熟悉岗位要求，增强学生择业就业能力，增加学生的就业机会。

教学改革，教材先行。为了推动我国高职高专教育教学改革向“以培养职业能力为中心，理论和实践并重”的方向发展，在国家教育部的指导下，电子工业出版社在全国范围内组织并成立了“全国高职高专教学研究与教材出版编委会”（以下简称“教学研究与教材出版编委会”），旨在研究高职高专教学目标、教学规律，以及与教学改革配套的教材建设，规划教材出版工作。教学研究与教材出版编委会的成员单位皆为教学改革成效较大、办学特色鲜明、办学实力强的普通高校、高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及本科

院校主办的二级职业技术学院，而教材的编者和审定者则均来自从事高职高专和成人高等教育教学与研究工作的第一线的优秀教师和专家。

教学研究与教材出版编委会根据《教育部关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》的文件精神，以及上岗就业零距离的教学目标，规划了这套“零距离上岗·高职高专系列规划教材”，力求能够反映高职高专课程和教学内容体系改革方向，按照突出应用性、实践性的原则重组系列教材结构；力求教材能够反映当前教学的新内容，突出基础理论知识的应用和实践技能的培养。教材中的基础理论以必需、够用为度，强调应用知识点的教学，在专业课程教材的内容设计上加强针对性和实用性；教材内容尽量体现新知识、新技术、新工艺、新方法，以利于学生综合素质的形成和科学思维方式、创新能力的培养，同时注重实训和实习环节，以提高学生的操作技能及与实际岗位的对接。规划教材覆盖了人力资源管理、财务会计、国际经济与贸易（国际商务）、物流管理、市场营销、金融保险、工程造价、商务英语、旅游管理等专业的基础课程和专业主干课程。这些教材全部按教育部制定的“高职高专教育基础课程教学基本要求”编写，在此基础上，这些教材在形式上加以创新，加入一些实际案例以及延伸阅读等内容，方便学生课下学习，拓宽知识面；同时，将主要的专业核心课程设计成教材和模拟实训二合一教学包；此外，电子工业出版社华信教育资源网上还提供教学课件以及习题答案免费下载等增值服务。上述规划教材适合于各类高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及本科院校主办的二级职业技术学院使用，计划在“十一五”期间陆续推出。

编写高职高专教材是一个新课题，希望全国高职高专和成人高等教育院校的师生在教学实践中积极提出意见与建议，并及时反馈给我们，以便我们对已出版的教材不断修订、完善，与大家共同探索我国高职高专教育的特点和发展道路，不断提高教材质量，完善教材体系，为社会奉献更多更新与高职高专教育配套的高质量的教材。

全国高职高专教学研究与教材出版编委会

总 序

财会专业是一门始终有广泛社会需求的专业，无论是企事业单位还是行政机关，无论是国有、集体还是民营单位，哪行哪业都离不开会计。我们编辑出版的高职高专财会专业系列规划教材，以教育部制定的《高职高专教育基础课程教学基本要求》为指导，以传统的会计理论为基础，同时贯彻国家最新的政策、法规和要求，与国际惯例趋同，融汇经济学、管理学、法学、数学、写作和英语等多学科知识，结合现代计算机技术及网络的实际应用，使学生系统地学习和掌握基本理论、基本技能和实用技术，达到具有从事会计业务、财务管理所必备的专业知识和分析问题、解决问题的能力。

本套系列规划教材的培养目标是：适应社会主义现代化建设需要，具有较强的会计职业能力，又具备管理、经济、法律和会计学方面的知识，德、智、体、美获得全面发展的，从事会计业务、财务管理等实际工作的应用型专门人才。

本套系列规划教材教学的基本要求是：使学生系统地掌握会计学、管理学、经济学和相关的国内外法律法规的基本理论和基本方法；掌握会计学的定性、定量分析方法和电算化方法，具有分析和解决财会问题的基本能力；熟悉国内外与会计工作相关的方针、政策、法规和国际惯例，增强法制观念，培养职业道德；能阅读本专业的英文资料，并具有一定的英语听说能力，英语应用能力达到适应会计工作岗位的要求；能够通过计算机等级考试和职业资格统一鉴定考试并获得相关证书。

国家教育部等七部门下发的《关于进一步加强职业教育工作的若干意见》指出：“总体上看，职业教育仍然是我国教育的薄弱环节，一些地方和部门在统筹人力资源开发中仍存在着忽视技能人才培养和使用的倾向，在统筹各类教育发展中仍存在着忽视职业教育的倾向，推进职业教育改革与发展的措施还不够有力。一方面生产服务一线技能人才特别是

高技能人才严重短缺,广大劳动者的职业技能和创业能力与劳动力市场需求有较大差距;另一方面职业教育发展面临诸多困难,人才培养的数量、结构和质量还不能很好满足经济建设和社会发展的需要。”要从根本上解决这个问题,就必须深化高职高专教育的改革,切实做好高职高专教育规划教材的建设,加强文字教材、实物教材、电子网络教材的建设和出版发行工作。在深化改革,深入研究的基础上,大胆创新,推出一批具有我国高职高专教育特色的高质量教材,并形成优化配套的高职高专教育教材体系。

为此,我们组织了全国 20 多所高职高专院校教学第一线的骨干教师和从事高职高专教改与教研工作的专家、学者,在进行了广泛深入的调查研究的基础上,从当前高职高专教学实际需要出发,充分考虑劳动就业与市场需求,同时又与国家职业资格证书考试相衔接,编辑出版了这套高职高专财会专业系列规划教材。全套教材共 26 本:1.《基础会计》2.《成本会计》3.《财务会计》4.《管理会计》5.《行业比较会计》6.《会计电算化》7.《财务管理》8.《投资与理财》9.《财务报告编制与分析》10.《统计学》11.《审计学》12.《货币银行学》13.《经济学原理》14.《管理学》15.《经济法概论》16.《税法》17.《经济应用数学》18.《财经应用写作》19.《财经英语》20.《基础会计模拟实训教程》21.《成本会计模拟实训教程》22.《财务会计模拟实训教程》23.《管理会计模拟实训教程》24.《企业会计综合模拟实训教程》25.《财务管理模拟实训教程》26.《纳税业务模拟实训教程》。本套教材是高职高专学生走向社会,实现零距离上岗不可多得的教科书,同时也适合作为社会力量办学机构与人才培训机构的培训用书,还可供社会各界从事财会专业工作的人员参考阅读。

与以往传统教材相比,本套教材具有鲜明的特色:

首先,充分反映了当代财会专业理论研究与实践应用的最新成果,融汇了国家最新颁布的相关政策和法律法规,尤其贯彻了国家财政部 2006 年 2 月发布的 39 项企业会计准则和 48 项注册会计师审计准则与 2006 年 8 月发布的企业会计准则应用指南征求意见稿的文件精神,贯彻了全国人大和国务院 2006 年最新颁布施行的一系列法律法规,使财会专业的教学与国家会计、审计体系的建设同步。

其次,在内容和体系上切合高职高专教学实际,符合培养目标与会计工作岗位的要求。本套教材设置了基础理论、模拟实训和习题解答三大模块。每个模块既是教材的有机组成

部分, 又是相对完整而又独立的单元, 便于组织教与学, 既具有综合性又具有针对性。

再次, 为了培养既有文化基础和专业理论知识, 又有较强实践能力的应用型人才, 本套教材兼顾理论知识和实践知识, 既选编“必需、够用”的理论内容, 又融入足够的实训内容, 把培养学生动手能力、实践能力和可持续发展能力放在突出的地位, 增强了高职高专教育的应用性和实践性。

最后, 根据高技能人才培养的实际需要, 运用有实际应用价值的示例、案例, 促进对概念、方法的理解, 增加了设计性、综合性实验, 逐步形成了基本实践能力与操作技能、专业技术应用能力与专业技能、综合实践能力与综合技能有机结合的实践教学体系。

在编写过程中, 编者借鉴和吸收了国内外专家学者的最新科研成果, 同时也参阅了大量相关书籍和资料, 在此谨向原作者表示深深的谢意!

由于编者水平有限, 加之编写时间仓促, 书中疏漏之处在所难免, 恳请专家、同行和广大读者批评指正。

唐 静

高职高专财会专业
系列规划教材编委会主任

2006年10月

前 言

本书根据教育部高等职业院校的培养目标和高等数学课程的基本要求,结合高职院校学生的特点,以培养学生创新意识和实践能力为目标,以掌握概念、强化应用、培养技能为重点,充分体现“以应用为目的,以必需够用为度”,并兼顾学科体系的高职教学基本原则来确定教材内容。本书具有以下特点:

(1) 采用“案例驱动”的方式,用实例或几何解释引出数学概念,并用通俗易懂的语言阐述概念的内涵和实质。

(2) 淡化纯数学理论,突出实际应用,尽量采用几何解释、数表、实例加深对概念、方法的理解,使数学知识通俗化、简单化、实际化,突出高职经济应用数学的工具性。

(3) 形式新颖,结构合理。每章前面都设置了本章学习目标,能使学生对本章所学内容、学习目标更加明确;每章后面附有本章小结,加强对学生的学习指导,重点和难点一目了然;每节后配有习题,每章后配有复习思考题,培养学生分析问题、解决问题的能力,强化应用数学知识解决实际问题的能力训练。

本书的内容包括一元函数微积分及其应用,矩阵与线性方程组,投入产出模型,线性规划简介,概率与数理统计。

书中凡标有“*”号部分的内容可供教师根据学生实际情况选用。

本书由沈阳师范大学职业技术学院耿玉霞任主编,由其负责本书的策划、统稿、定稿工作;由沈阳职业技术学院马昊光任副主编;由辽宁大学教授博士生导师姚海鑫任主审。

参加各章编写的有尚友泉(第1章),耿玉霞(第2章、第3章),孙丽(第4章),李丽英(第5章),曲玉香(第6章),马昊光(第7章)。

本书既可作为高等职业学校、高等专科学校、成人高等学校及本科院校举办的二级职业技术学院和民办高校财会专业和经济管理类各专业的教材,又可作为注册会计员、助理注册会计师、注册会计师资格考试的培训教材或参考书。

由于编者水平有限,加之编写时间仓促,书中缺点和错误在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

2006年8月

目 录

第 1 章 函数、极限与连续 1

1.1 函数 1

1.1.1 基本初等函数 1

1.1.2 复合函数 2

1.1.3 初等函数 3

习题 1.1 3

1.2 常见的经济函数 4

1.2.1 需求函数与供给函数 4

1.2.2 生产函数与消费函数 5

1.2.3 成本函数 6

1.2.4 收益函数 6

1.2.5 利润函数 6

习题 1.2 7

1.3 函数的极限 8

1.3.1 函数极限的定义 8

1.3.2 极限的运算 11

习题 1.3 16

1.4 函数的连续性 17

1.4.1 函数的改变量 17

1.4.2 函数连续性的定义 18

1.4.3 初等函数的连续性 21

习题 1.4 22

1.5 极限在经济问题中的应用 23

1.5.1 连续复利问题 23

1.5.2 永续年金问题 24

习题 1.5 25

本章小结 25

复习思考题 1 27

第 2 章 微分及其应用 29

2.1 导数的概念 29

2.1.1 导数的定义 30

2.1.2 导数的几何意义 31

2.1.3 连续与可导的关系 32

习题 2.1 33

2.2 导数的运算 33

2.2.1 导数的基本公式 33

2.2.2 导数的运算法则 34

2.2.3 高阶导数 38

习题 2.2 40

2.3 函数的微分 41

2.3.1 微分的概念及其运算 41

2.3.2 微分在近似计算中的应用 44

习题 2.3 45

2.4 导数的应用 46

2.4.1 函数的单调性 46

2.4.2 函数的极值 49

2.4.3 导数在经济问题中的应用 54

* 2.4.4 需求弹性 59

习题 2.4 60

本章小结 63

复习思考题 2 64

第 3 章 积分及其应用 67

3.1 不定积分的概念与性质 67

3.1.1 原函数 67

3.1.2 不定积分的定义 68

3.1.3 不定积分的性质 69

3.1.4 不定积分的几何意义	69	4.1.1 矩阵的定义	107
习题 3.1	69	4.1.2 梯形矩阵	110
3.2 不定积分基本公式	70	习题 4.1	111
习题 3.2	71	4.2 矩阵的运算	111
3.3 不定积分的运算	71	4.2.1 矩阵的加法和减法	111
3.3.1 直接积分法	71	4.2.2 数乘矩阵	113
3.3.2 换元积分法	72	4.2.3 矩阵的乘法	114
3.3.3 分部积分法	77	习题 4.2	117
习题 3.3	79	4.3 矩阵的初等变换与 矩阵的秩	118
3.4 定积分的概念与性质	81	4.3.1 矩阵的初等变换	118
3.4.1 定积分的概念	81	4.3.2 逆矩阵	119
3.4.2 定积分的几何意义	84	4.3.3 矩阵的秩	121
3.4.3 定积分的运算法则	84	习题 4.3	122
3.4.4 定积分的性质	85	4.4 线性方程组及其求解	123
习题 3.4	86	4.4.1 线性方程组的消元解法	123
3.5 牛顿—莱布尼兹公式	87	4.4.2 线性方程组解的判定	126
习题 3.5	88	习题 4.4	130
3.6 定积分的换元积分法和 分部积分法	89	本章小结	131
3.6.1 定积分的换元积分法	89	复习思考题 4	132
3.6.2 定积分的分部积分法	91	第 5 章 投入产出模型	136
习题 3.6	92	5.1 投入产出表及平衡方程	136
*3.7 广义积分	93	5.1.1 投入产出表	136
3.7.1 无限区间上的广义积分	93	5.1.2 平衡方程	137
3.7.2 无界函数的广义积分	95	习题 5.1	140
习题 3.7	96	5.2 直接消耗系数和完全 消耗系数	141
3.8 积分学的应用	96	5.2.1 直接消耗系数	141
3.8.1 平面图形的面积	96	5.2.2 完全消耗系数	142
3.8.2 定积分在经济中的应用	99	习题 5.2	144
习题 3.8	101	5.3 投入产出方法的简单应用	145
本章小结	102	5.3.1 由总产量 X 预测 最终产量 Y	145
复习思考题 3	103	5.3.2 由最终产量 Y 计算 总产量 X	146
第 4 章 矩阵与线性方程组	107		
4.1 矩阵的概念	107		

5.3.3 由最终产量的改变量 ΔY 计算各部门总产量的 调整量 ΔX	147	习题 7.1	201
习题 5.3	149	7.2 概率的基本公式	203
本章小结	149	7.2.1 概率的加法公式	203
复习思考题 5	151	7.2.2 条件概率	206
第 6 章 线性规划简介	153	7.2.3 乘法公式	208
6.1 线性规划问题的数学模型	153	习题 7.2	212
6.1.1 线性规划问题的实例	153	7.3 随机变量的概率分布	213
6.1.2 线性规划问题的 标准形式	155	7.3.1 随机变量的概念	213
6.1.3 线性规划问题的 矩阵形式	158	7.3.2 离散型随机变量的 分布列	214
习题 6.1	158	7.3.3 连续型随机变量 分布的概念	220
6.2 线性规划问题的图解法	160	习题 7.3	225
习题 6.2	163	7.4 随机变量的数字特征	226
6.3 单纯形法	164	7.4.1 随机变量的数学期望	227
6.3.1 单纯形法的有关概念	164	7.4.2 随机变量的方差	231
6.3.2 单纯形法	165	习题 7.4	236
习题 6.3	172	7.5 统计的基本概念	237
6.4 表上作业法	173	7.5.1 总体与样本	237
6.4.1 运输问题的数学模型	173	7.5.2 样本统计量	239
6.4.2 表上作业法的基本步骤	174	习题 7.5	245
6.4.3 表上作业法的应用实例	174	7.6 参数的点估计	246
习题 6.4	182	7.6.1 参数估计的相关概念	246
本章小结	185	7.6.2 总体的数学期望与 方差的点估计	247
复习思考题 6	186	习题 7.6	250
第 7 章 概率与统计初步	191	本章小结	250
7.1 随机事件及其概率	191	复习思考题 7	254
7.1.1 随机试验	191	附录	257
7.1.2 随机事件	192	附表 I 标准正态分布表	258
7.1.3 事件间的关系及其运算	193	附表 II χ^2 分布表	260
7.1.4 随机事件的概率	197	附表 III t 分布表	264
7.1.5 古典概型	199	参考答案	266
		参考文献	295

第1章 函数、极限与连续

极限是经济应用数学的基本概念，也是微积分学的基础。本章将在初等函数概念的基础上，首先讨论函数的极限，建立极限的运算法则，并讨论函数的连续性。

本章学习目标

1. 正确理解复合函数、初等函数的定义，了解常见的经济函数。
2. 正确理解函数极限的定义，熟练地掌握极限的运算法则，会求函数的极限。
3. 正确理解函数的连续性和间断点的概念，会用定义判断函数的连续性，会求函数的间断点，掌握初等函数的连续性。
4. 能用极限解决某些实际经济应用问题。

1.1 函数

1.1.1 基本初等函数

幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为基本初等函数，其图像见附录。

1. 幂函数

$$y = x^{\mu} \quad (\mu \text{ 是常数})$$

2. 指数函数

$$y = a^x (a \text{ 是常数, 且 } a > 0, a \neq 1), \quad x \in (-\infty, +\infty), \quad y \in (0, +\infty)$$

3. 对数函数

$$y = \log_a x (a \text{ 是常数, 且 } a > 0, a \neq 1), \quad x \in (0, +\infty), \quad y \in (-\infty, +\infty)$$

4. 三角函数

(1) 正弦函数: $y = \sin x, x \in (-\infty, +\infty), y \in [-1, 1]$

(2) 余弦函数: $y = \cos x, x \in (-\infty, +\infty), y \in [-1, 1]$

(3) 正切函数: $y = \tan x, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in Z, y \in (-\infty, +\infty)$

(4) 余切函数: $y = \cot x, x \neq k\pi, k \in Z, y \in (-\infty, +\infty)$

(5) 正割函数: $y = \sec x = \frac{1}{\cos x}, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in Z$

(6) 余割函数: $y = \csc x = \frac{1}{\sin x}, k \neq k\pi, k \in Z$

5. 反三角函数

(1) 反正弦函数: $y = \arcsin x, x \in [-1, 1], y \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

(2) 反余弦函数: $y = \arccos x, x \in [-1, 1], y \in [0, \pi]$

(3) 反正切函数: $y = \arctan x, x \in (-\infty, +\infty), y \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

(4) 反余切函数: $y = \operatorname{arccot} x, x \in (-\infty, +\infty), y \in (0, \pi)$

1.1.2 复合函数

引例 1 观察函数 $y = \sin x^2$, 它是由函数 $y = \sin u$, 通过中间变量 $u = x^2$ 构成的函数。

引例 2 利润 y 是销售收入 u 的函数, 而销售收入 u 又是价格 x 的函数。因此, 对于每一个 x 通过 u 总有一个 y 与之对应, 则把 y 称为 x 的复合函数。

定义 设 $y = f(u)$ 是 u 的函数, $u = \varphi(x)$ 是 x 的函数, 则 y 通过中间变量 u 构成 x 的函数, 称为 x 的复合函数, 记为

$$y = f(u) = f[\varphi(x)]$$

但要注意, 不是任何两个函数都能构成一个复合函数。例如, $y = \sqrt{u}, u = -(x^2 + 1)$ 就不能构成一个复合函数。因为, 对于 $u = -(x^2 + 1)$ 的定义域 $(-\infty, +\infty)$ 中的任何 x 值所对应的 u 值都不能使 $y = \sqrt{u}$ 有意义。因此, 只有当函数 $u = \varphi(x)$ 的值域与函数 $y = f(u)$ 的定义域的交集不是空集时, 复合函数 $y = f[\varphi(x)]$ 才有意义。

复合函数的中间变量可以为有限个。例如, $y = \sqrt{u}, u = \sin t, t = 2x + 1$, 则函数 $y = \sqrt{\sin(2x + 1)}$ 是由两个中间变量 u 和 t 构成的复合函数。

例 1-1 已知 $y = \sin u, u = x^2 + 1$, 试把 y 表示成 x 的复合函数。

解

$$y = \sin u = \sin(x^2 + 1)$$

复合函数的复合过程在今后的学习中十分重要, 应熟练掌握。

例 1-2 指出下列复合函数的复合过程:

(1) $y = \sqrt{1 + x^2}$

(2) $y = \ln \sin x$

(3) $y = \tan^2(2x - 3)$

(4) $y = \arccos \sqrt{1 - x^2}$

解

- (1) $y = \sqrt{1+x^2}$ 是由 $y = \sqrt{u}$, $u = 1+x^2$ 复合而成的;
 (2) $y = \ln \sin x$ 是由 $y = \ln u$, $u = \sin x$ 复合而成的;
 (3) $y = \tan^2(2x-3)$ 是由 $y = u^2$, $u = \tan v$, $v = 2x-3$ 复合而成的;
 (4) $y = \arccos \sqrt{1-x^2}$ 是由 $y = \arccos u$, $u = \sqrt{v}$, $v = 1-x^2$ 复合而成的。

1.1.3 初等函数

定义 由常数和基本初等函数经过有限次的四则运算或复合所构成, 并且能用一个解析式表示的函数, 叫做**初等函数**。

例如, $y = (3x+2)^3$, $y = \frac{\sin x + e^x}{9x+7}$, $y = \sin 2x + \sqrt{\lg x}$, $y = \ln(x + \sqrt{4+x^2})$ 等都是初等函数。

定义 有些函数, 在其定义域中, 对自变量的不同取值范围有着不同的对应规律, 这种函数叫做**分段函数**。

由于分段函数表示的是一个函数, 而不是几个函数, 所以它的定义域应是各段自变量取值集合的并集。

例如, $y = \begin{cases} (x-1)^2, & x \leq 0 \\ 3x, & x > 0 \end{cases}$ 是分段函数, 其定义域是 $(-\infty, +\infty)$ 。

显然, 分段函数不是初等函数。

习题 1.1

1. 下列函数中 () 为初等函数。

(A) $y = \frac{x^2-1}{x-1}$

(B) $y = 1+x+x^2+\cdots+x^n+\cdots$

(C) $y = \sqrt{\cos x - 2}$

(D) $y = \begin{cases} x+1, & x \neq 1 \\ 0, & x = 1 \end{cases}$

2. 已知 $y = \sqrt{u}$, $u = x^3 + 1$, 试把 y 表示为 x 的函数。

3. 已知 $y = 3t^2$, $t = \cos x$, 试把 y 表示成 x 的函数。

4. 指出下列函数的复合过程:

(1) $y = \sqrt{2x-1}$

(2) $y = (1+\ln x)^5$

(3) $y = (1+x)^2$

(4) $y = \sqrt{3x+1}$

(5) $y = \lg x^2$

(6) $y = e^{\sin(x+1)}$

(7) $y = 2\sqrt[3]{1-x}$

(8) $y = \sin^2 3x$

(9) $y = \arcsin \sqrt{2x^3-1}$

(10) $y = e^{\sin \sqrt{x}}$

(11) $y = \sqrt{\ln(\ln x)}$

(12) $y = \tan e^{-x+1}$

(13) $y = 2^{\cos 2x}$

(14) $y = 3\sec(1-x)^2$

(15) $y = (x + \sin x)^3$

(16) $y = \lg[\lg(x^2)]$

5. 试作出函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 2 \\ 2x, & x \geq 2 \end{cases}$ 的图像, 并求 $f(0)$, $f(2)$, $f(x)$ 的定义域。

1.2 常见的经济函数

在一种经济活动中往往涉及的经济量是比较多的, 这些量之间, 存在着各种依存关系, 因而形成了各种经济函数, 它们是经济学的主要研究对象。下面介绍经济问题中常见的几种函数。

1.2.1 需求函数与供给函数

1. 需求函数

经济活动的目的是满足需求。“需求”是指在一定价格条件下, 消费者愿意购买且有支付能力购买的商品量。消费者对某种商品的需求是由多种因素决定的, 商品的价格是主要因素。除此之外, 消费者的收入、消费者的习性和嗜好、其他代用商品的价格等也都会影响需求。

定义 如果我们不考虑价格以外的其他因素, 那么商品的需求量 Q 就是价格 p 的函数, 称为需求函数。记为

$$Q = f(p)$$

一般地, 需求量随价格的上涨而减少, 因此, 需求函数 $Q = f(p)$ 是单调减少函数。

例 1-3 某商场一种衬衫, 当售价为每件 78 元时, 每天销售量 (即需求量) 为 100 件, 如果售价每提高 3 元, 则需求量就减少 15 件, 试求需求量与价格的函数关系。

解 设需求量为 Q 件, 衬衫的实际单价为 p 元/件, 则由题意, 需求量将减少 $(\frac{p-78}{3} \times 15)$ 件, 则所求的需求函数为

$$Q = 100 - \frac{p-78}{3} \times 15$$

即

$$Q = 5(98 - p)$$

由此函数可知, 需求函数是单调减少函数, 且这种衬衫的价格不能超过 98 元, 否则就没有销路。