高 职 高 专 学 校 教 材

上海高校《高等数学》编写组 编

GAODENG

高等数学 上册

（第五版）

上海科学技术出版社

●高职高专学校教材

高等数学 上册

Advanced Mathematics

（第五版）

上海高校《高等数学》编写组 编

上海科学技术出版社

内 容 提 要

高等数学是高职高专工科各专业的一门基础课，为适应高职高专的发展和教学改革的需要，在上海市教委的组织和领导下，完成《高等数学》(第五版)的编写.

《高等数学》(上册)主要介绍函数、极限与连续，导数及其应用，不定积分，定积分及其应用，微分方程等知识. 本书可作为高职高专学校(院)、电视大学、职工大学数学课程的教材.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 上册/上海高校《高等数学》编写组编. —5版. 上海:上海科学技术出版社，2007. 2
高职高专学校教材
ISBN 978—7—5323—8678—9

Ⅰ.高… Ⅱ.上… Ⅲ.高等数学—高等学校:技术学校—教材 Ⅳ.013
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 128470 号

责任编辑 周玉刚 王韩欢

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社 出版、发行
(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235)
新华书店上海发行所经销 苏州望电印刷有限公司印刷
开本 890×1240 1/32 印张 8.5 字数 207 000
1985 年 5 月第 1 版 1992 年 4 月第 2 版
1998 年 6 月第 3 版 2001 年 6 月第 4 版
2007 年 2 月第 5 版 2007 年 2 月第 36 次印刷
ISBN 978—7—5323—8678—9
定价 13.40 元

序

教材是任何一所学校中教师与学生接触时间最长的教授、学习和交流的媒体，它不但在校内教学过程中起到至关重要的作用，往往还伴随着学习者毕生的学习、工作和生活.

上海市高等工业专科学校是随着经济建设的发展而成长起来，并成为上海市高等教育体系中的重要组成部分，形成了一个具有工程专科教育特色的层次. 近几年来，上海市高等工业专科学校积极参加了国家教委组织的专业教学改革试点，在办出工业专科特色，提高教育质量上进行了认真的探索和实践. 如今，以他们的专业改革试点的成果，积极推进高等工业专科的教材建设，是一件很有意义的工作. 特别从建设系列教材的考虑，是一项很有远见的决策.

教材的主要使用者是学生，因此编写教材应注意下列三个方面：第一，一本好教材应该根据学习对象和该类学科的发展，尽可能地把最新的内容合理地安排其中. 第二，作为教材，其内容编排的顺序、深浅等方面，应该符合人的认知规律，以利于学习. 特别对高等工业专科教材来说还更应该突出联系工业发展的实际，注重技能技巧和应用能力的培养. 第三，教材作为教学的媒体，它应该能起到教书育人的作用，促进学习素质的培养和训练.

这次第一批六门课程：数学、物理、化学、英语、计算机和金工系列教材的编写作了初步的尝试，它凝聚了编写人员的辛劳和心血.

目前，全国高校正在实施面向21世纪教学内容和课程体系改革的建设计划.高等工业专科系列教材的出版也是上海高等工业专科学校的一件大事，它不仅仅局限于目前的六门教材，还有待于更深入的改革和发展.我们期望上海高等工业专科的教学内容和课程体系改革取得更大的成绩，将以更新、更好的教材奉献于即将来临的21世纪，为我国的社会主义建设增添光辉.

张伟江

前　　言

《高等数学》是高职高专工科各专业的一门基础课，为适应高职高专的发展和教学改革的需要，在上海市教委的组织和领导下，组建了"上海高校《高等数学》编写组"，进行《高等数学》(第五版)的编写工作.

本教材在前几版的基础上，从高职高专的培养目标出发，注意贯彻"以应用为目的，以必需够用为度"的原则，结合教学改革的成果，力求《高等数学》(第五版)更符合应用型人才的培养，更适合高职高专的数学课程的教学需要.

本教材在内容的选取上，除保证必要的系统外，尽量注意内容的应用性和实际性，紧扣高职高专学生的培养目标. 为了让学生掌握数学知识的实质及所含的数学思想，详细介绍基本概念的实际背景，让学生掌握处理问题、解决问题的方法，不追求理论证明和推导的严密性；注意加紧基本运算方法的训练，计算能力和应用能力的培养，不追求过分复杂的计算. 为了将计算机融入高等数学，我们简单介绍国际上最流行的 MATLAB 数学软件的操作及其在微积分、矩阵、线性方程求解、统计分析等方面的应用. 每节后配有习题，各章后配有章的复习题，书末附有习题答案. 加"*"的例题、习题供教师按不同层次选用.

全书分上、中、下三册. 上册共六章，包括函数、极限与连续，导数与微分，导数的应用，不定积分，定积分，微分方程；中册共五章，包括多元函数微积分，级数，MATLAB 软件简解及其在微积

分中的应用，拉普拉斯变换；下册共六章，包括矩阵（含行列式），线性方程组，事件与概率，随机变量及其分布，数字特征，统计分析，MATAB在矩阵运算、求解线性方程组及统计分析中的应用.

本教材由朱弘毅主编，赵东升、黄玉洁、沈敛华、肖红慧任《高等数学》（上册）副主编. 参加本教材编写的有（以姓氏笔画为序）：孙劼、孙福兴、朱弘毅、朱鸿德、沈敛华、肖红慧、杨丽英、张峰、赵东升、杨臻、冯巧玲、黄玉洁、黄明、楼永明、诸建平.

《高等数学》（第五版）由上海市教育考试院原院长胡启迪教授主审，参加审稿的还有（以姓氏笔画为序）：王鸿业、乐经良、李镛、周玉刚、桂子鹏、谭永基等. 他们认真审阅原稿，并提出许多宝贵的意见. 本书在编写和出版过程中得到上海市教委高教处徐国良同志、上海科学技术出版社及审稿组各位专家的支持和帮助，在此表示衷心的感谢.

限于编者的水平和时间的仓促，书中一定存在不妥之处，恳请广大的教师和学生提出批评和指正.

编　者

2007年1月

目　录

第一章　函数、极限与连续

函数是微积分学研究的对象，它反映了变量之间的依赖关系，现在我们讨论当自变量 x 变化时，例如 $x \to x_0$，对应的函数 $f(x)$ 的变化趋势，这就是极限的概念. 极限概念是微积分学中最基本的概念之一，是微积分学的理论基础. 本章在复习和加深函数的有关知识的基础上着重介绍函数的极限和连续性概念及其性质和运算法则.

第一节　函　　数

一、区间与邻域

微积分学是在实数范围内讨论，而区间是用得较多的一类实数集.

实数集 $\{x \mid a < x < b\}$，称为**开区间**，记为 (a, b)，即

$$(a, b) = \{x \mid a < x < b\}.$$

a 和 b 称为开区间的端点，a、b 不属于 (a, b).

实数集 $\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$，称为**闭区间**，记为 $[a, b]$，即

$$[a, b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}.$$

a 和 b 称为闭区间的端点，a、b 属于 $[a, b]$.

类似地，

$$(a, b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}, [a, b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}$$

都称为**半开半闭区间**.

以上这些区间都称为有限区间. 数 $b-a$ 称为这些区间的长度. 从数轴上看，这些有限区间是长度为有限的线段. 闭区间$[a, b]$和开区间(a, b)在数轴上表示方法分别如图 1.1(1)、(2)所示. 此外还有无限区间. 引进记号$+\infty$(读作正无穷大)及$-\infty$(读作负无穷大)，则可类似地表示无限区间，例如

$$(-\infty, b) = \{x \mid x < b\}, [a, +\infty) = \{x \mid x \geqslant a\}.$$

这两个无限区间在数轴上如图 1.1(3)、(4)所示.

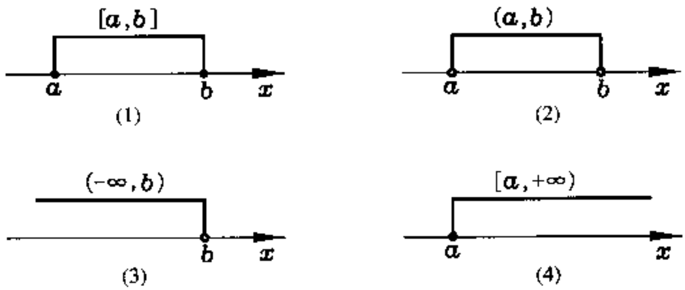

图 1.1

全体实数的集合 **R** 也可记作$(-\infty, +\infty)$，它也是无限区间.

以后在不需要辨明所论区间是否包含端点，以及是有限区间还是无限区间的场合，我们就简单地称它为“**区间**”，且常用 I 表示.

邻域也是一个经常用到的实数集合.

设 a, δ 是两个实数，且 $\delta > 0$, 则开区间$(a-\delta, a+\delta)$称为点 a 的 δ **邻域**，记作$\bigcup(a, \delta)$，简称为 a 的邻域，即

$$\bigcup(a, \delta) = \{x \mid a-\delta < x < a+\delta\}$$

或写作 $\bigcup(a, \delta)=\{x \mid |x-a|<\delta\}$.

在数轴上,$\bigcup(a, \delta)$表示一个以点 a 为中心,长度为 2δ 的开区间$(a-\delta, a+\delta)$(图 1.2).

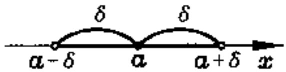

图 1.2

点 a 称为邻域$\bigcup(a, \delta)$的**中心**,δ 称为邻域的**半径**.

例如,$|x-1|<2$ 表示以点 $a=1$ 为中心,以 2 为半径的邻域,也就是开区间$(-1, 3)$.

有时用到的邻域需要把邻域中心去掉,在点 a 的邻域中去掉中心后所得的点集,称为点 a 的**去心邻域**,记作$\mathring{\bigcup}(a, \delta)$,即

$$\mathring{\bigcup}(a, \delta)=(a-\delta, a) \cup (a, a+\delta).$$

并称开区间$(a-\delta, a)$为点 a 的**左 $\boldsymbol{\delta}$ 邻域**,开区间$(a, a+\delta)$为点 a 的**右 $\boldsymbol{\delta}$ 邻域**.

二、函数的概念

定义 1 设 D 是一个给定的实数集合,如果对于 D 中的每一个数 x,按照某种确定的法则 f,存在唯一的数 y 与之对应,则称对应法则 f 是定义在数集 D 上的一个**函数**(function),这里 D 称为函数的**定义域**(domain).

对于每一个 $x\in D$,对应的 y 称为函数 f 在 x 处的值,简称**函数值**,记为 $y=f(x)$. 由于我们是通过函数值来研究函数,所以也称 $y=f(x)$ 是 x 的函数,x 称为**自变量**,y 称为**因变量**.

如果 $x_0\in D$,则称函数 $f(x)$在 x_0 处有定义,函数 $f(x)$在 x_0 处的函数值记为

$$y\big|_{x=x_0} \text{ 或 } f(x_0).$$

当 x 取遍 D 的各个数值时,对应的函数值全体组成的数集 $W=\{y \mid y=f(x), x\in D\}$ 称为**函数的值域**(range).

函数的对应法则和定义域是函数的两大要素.

不同的对应法则表示不同的函数,例如,$y=f(x)$,$y=g(x)$,$y=\varphi(x)$ 表示不同的函数.

在实际问题中,函数的定义域是根据问题的实际意义而确定.一般地,对于用解析式表示的函数,它的定义域就是使解析式有意义的一切实数构成的集合.

例 1 求函数 $y=\dfrac{1}{x}+\sqrt{1-x^2}$ 的定义域.

解 对于$\dfrac{1}{x}$来说,必须满足 $x\neq 0$;对于$\sqrt{1-x^2}$,必须满足 $1-x^2\geqslant 0$. 得不等式组

$$\begin{cases}x\neq 0,\\1-x^2\geqslant 0.\end{cases}$$

解不等式组,得

$$-1\leqslant x\leqslant 1\text{ 且 }x\neq 0.$$

所以定义域为

$$D=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 1\text{ 且 }x\neq 0\}=[-1,0)\cup(0,1].$$

函数 $y=\begin{cases}1, & \text{当 } x>0 \text{ 时};\\0, & \text{当 } x=0 \text{ 时};\\-1, & \text{当 } x<0 \text{ 时}\end{cases}$

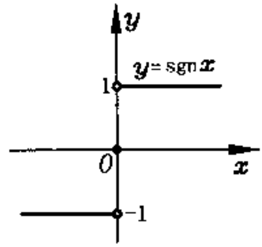

图 1.3

称为**符号函数**,它的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$,值域 $W=\{-1,0,1\}$. 符号函数记为 $y=\operatorname{sgn}x$,它的图形如图 1.3 所示. 它表示了在定义域 D 上不同点 x 处函数值的取值不同,而不是三个函数. 这种在定义域内不同的区间上用不同

的解析式表示的函数，称为**分段函数**.

三、函数的几种特性

1. 函数的奇偶性

定义 2 设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称(即如果 $x\in D$，则 $-x\in D$)，如果对于任意 $x\in D$，恒有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为**偶函数**(even function)；如果对于任意 $x\in D$，恒有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为**奇函数**(odd function).

在平面直角坐标系中，偶函数的图形是关于 y 轴对称的(图 1.4)，奇函数的图形是关于原点对称的(图 1.5).

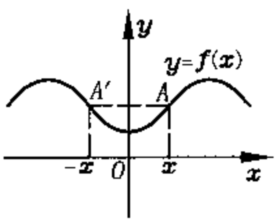

图 1.4

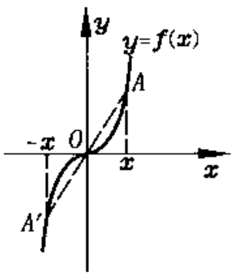

图 1.5

例如，$y=x^2$ 是偶函数，$y=x^3$ 是奇函数，而 $y=2^x$ 是非奇非偶函数.

2. 函数的单调性

定义 3 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，如果对于区间 I 内的任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上**单调增加**(图 1.6)；当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上**单调减少**(图 1.7). 单调增加和单调减少的函数统称为单调函数.