

现代自然科学基础的哲学和数学反思

量子力学形式逻辑 与物质基础探析

Exploration into the formal logic and material foundation
of quantum mechanics

(下册)

杨本洛 著

上海交通大学出版社

现代自然科学基础的哲学和数学反思

量子力学形式逻辑 与物质基础探析

下 册

Exploration into the formal logic and material foundation
of quantum mechanics

杨本洛 著

上海交通大学出版社

内 容 简 介

下册是全书的第四部分,作为自然科学基础的重新认识涉及三个不同领域。首先,仍局限于量子力学范畴之内,指出以背离逻辑的“独断论——第一性原理”为基础而衍生的一系列概念必然逻辑不当。其次,着力讨论现代数学,指出借助“独断论”掩饰、容忍数学基础大量逻辑悖论的存在纯属自欺,使得包括“现代微分几何”的整个现代数学真实处于“自否定”危机之中,必须重新诚实面对和解决“集合论悖论”、“电磁场定解问题”等实实在在的数学命题。最后,大致探讨了西方哲学,指出一系列“认识论”基本命题至今无力解决的根本原因仍然在于认识中的逻辑紊乱。

本书可供从事物理学、数学和哲学研究的基础科学工作者以及相关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

量子力学形式逻辑与物质基础探析 / 杨本洛著. —上海:
上海交通大学出版社, 2006
ISBN 7-313-04302-3

I. 量... II. 杨... III. ①量子力学-形式逻辑-
研究②物质-研究 IV. ①O413.1②B021

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第024443号

量子力学形式逻辑与物质基础探析

(上、中、下)

杨本洛 著

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路877号 邮政编码200030)

电话:64071208 出版人:张天蔚

常熟市文化印刷有限公司印刷 全国新华书店经销

开本:787mm×1092mm 1/16 总印张:76.5 总字数:1502千字

2006年9月第1版 2006年9月第1次印刷

印数:1-1200

ISBN 7-313-04302-3/0·190 定价(共三册):248.00元

版权所有 侵权必究

目 录

下 册

第四部分 坚持自然科学研究中的理性原则

第 13 章 量子力学若干基本概念的重新认识	3
13.1 Hilbert 空间歧义	4
13.1.1 量子力学解空间不是 Hilbert 空间	5
13.1.2 解空间物理内涵的不完备性和形式逻辑歧义	7
13.1.3 状态空间和解空间两种不同前提性认定蕴涵的哲学理念分歧	13
13.2 不同叠加形式共存及其物质基础	15
13.2.1 干涉叠加现象	16
13.2.2 干涉叠加得以存在的条件以及“波粒二象性”	16
13.3 连续性 Schrödinger 方程与量子效应离散本质的逻辑自悖	17
13.3.1 Schrödinger 方程的连续性本质	18
13.3.2 Schrödinger 方程独立于动力学分析过程	19
13.3.3 Schrödinger 方程“无关”于能量极值原理	19
13.3.4 广义坐标量子约束与 Schrödinger 方程之间的独立性	20
13.3.5 Schrödinger 方程难以求解的物理本原	20
13.3.6 Schrödinger 方程的“伪”边界条件	21
13.4 量子约束与 Heisenberg 方程的“空言”陈述	22
13.4.1 量子约束的真实性与量子力学中不可交换代数的虚妄性	22
13.4.2 经典量子力学“算子运算”中的逻辑紊乱	25
13.4.3 Heisenberg 矩阵方程与 Schrödinger 方程的相异性	28
13.4.4 Heisenberg 矩阵方程与 Hamilton 力学的无关性	28
13.5 经典量子力学中的测量歧义	29
13.5.1 关于力学量不同经典认定方式的独立意义及其逻辑悖论	30
13.5.2 量子力学引入“测量”称谓的本质原因及其蕴涵逻辑悖论	32
13.5.3 “测不准原理”对于整个自然科学体系的一般性意义	34

13.6	关于 Einstein 对量子力学质疑的回答	34
13.6.1	EPR 佯谬	35
13.6.2	量子力学“统计诠释”的物质基础	36
13.6.3	什么是物理实在——自存物质世界的确认是进行自然科学研究的逻辑前提	38
13.6.4	经典“态”与力学量表象以及力学量重新表述所具备的形式确定性与逻辑一致性	42
13.7	叠加态,纠缠态和相干性问题	43
13.7.1	经典量子力学中的“本征态”以及相关陈述的澄清	44
13.7.2	量子力学中的“叠加态”及其相关陈述的澄清	46
13.7.3	量子力学中的纠缠态	52
13.7.4	“量子公设”正名以及“细致性描述”的不合理性	53
13.8	关于理论体系“构造性”特征的认识歧义和拓展量子力学的基本途径	54
13.8.1	理论体系“构造性”特征正名	55
13.8.2	经典量子力学中普遍存在的“构造”悖论	56
13.9	量子力学体系的理性拓展	59
13.9.1	彻底清除自然科学研究中的“无穷演绎”倾向	59
13.9.2	拓展量子力学的基本途径	60
13.9.3	探讨物质的基本途径与对称性研究的逻辑倒置	64
13.10	物质世界“复杂性”的内蕴特征和形式系统中“耦合现象”的普遍存在	66
13.10.1	客观存在的“复杂性”独立于人为构造的非线性算子	67
13.10.2	物质世界的“离散”本质	68
13.10.3	形式系统普遍存在的“耦合”现象	68
13.11	经典量子力学物理基础和形式表述的重新认定	69
13.11.1	量子力学体系所研究的物质对象	70
13.11.2	量子力学希望表现的物理真实和态函数的统计内涵	70
13.11.3	量子效应的刻画与量子力学基本方程	73
13.11.4	形式系统“有限论域”的确定	74
第 14 章	关于量子力学语言系统的若干思考	77
14.1	质能变换关系独立于“相对论”	79
14.1.1	Einstein 关于质能变换最初表述中的逻辑悖论	80
14.1.2	源于相对论推导质能变换的其他方法及其隐含的逻辑悖论	83
14.1.3	质能变换和相对性原理之间的逻辑悖论	94
14.2	质量定义及其反思	95
14.2.1	经典力学质量定义中隐含的循环逻辑	95
14.2.2	关于质量定义中循环逻辑的若干反思	96
14.2.3	质量的现代定义及其隐含的逻辑悖论	97
14.3	质能变换相关经验事实的重新审视	99

14.3.1	Kaufman 质速关系实验	101
14.3.2	核反应中的质量亏损	102
14.3.3	质速变换关系论证中的循环逻辑结构	103
14.3.4	质能变换中的循环论证	104
14.4	现代理论物理语言系统一般规则的大概探讨	105
14.4.1	构造语言系统的若干前提性认识	106
14.4.2	“工具”语言和“命题”语言	107
14.4.3	科学陈述中的关系式以及关系式得以存在的前提	108
14.4.4	物质观革命的永恒意义和“时空观”革命的荒谬性	109
14.4.5	对称性原理的条件存在和对称性研究在探索物质世界中的意义	110
14.5	“量子”存在的独立性、客观性及其理想化抽象定义	111
14.5.1	“量子”的经典定义	111
14.5.2	客观存在“量子”概念的前提性认定	112
14.5.3	连续电磁场的条件存在与物质世界的离散本质	112
14.5.4	关于“光的波动性”假说的反思	116
14.5.5	量子的独立存在及其一般特征	119
14.6	关于“量子叠加”的表述	123
14.6.1	“波”与“干涉现象”	123
14.6.2	物质场中的干涉现象及其存在条件	124
14.6.3	量子力学研究对象的再次探讨	126
14.6.4	微观干涉现象的条件存在及其描述	128
14.7	关于“微观事件统计决定性、de Broglie 波和概率波”的若干补充分析	130
14.7.1	微观事件的统计决定性	130
14.7.2	de Broglie 波	133
14.7.3	概率幅	136
	结束语	139
第 15 章	以“约定论”为基础的现代数学面对“自否定”的重大危机	141
15.0	引言——关于“Hilbert 公理化思想”本质蕴含“伪科学性”的一般性概述	142
15.0.1	现代自然科学体系对于“逻辑”的退让	143
15.0.2	Hilbert“公理化思想”蕴含的“伪科学”本质	145
15.0.3	现代物理学的“独断论”基础以及对逻辑和理性的彻底否定	146
15.0.4	揭示“公理化体系”的欺骗性和重新确立“逻辑自治性”基本原则	149
15.0.5	对于“直觉主义”潜藏“理性意识”的重新肯定	153
15.1	数学学科中自然科学基本原则的重新确立	155
15.1.1	形式表述“逻辑主体”的确立与“存在性”原则的提出	156
15.1.2	缺乏逻辑主体的形式系统的“空言”本质及其隐含的逻辑紊乱	158
15.2	数学基础逻辑悖论及其理性重释	160

15.2.1	理发师悖论释疑	163
15.2.2	说谎者悖论释疑	164
15.2.3	Cantor 悖论释疑	167
15.2.4	Russell 悖论释疑	176
15.2.5	关于“逻辑悖论”的一般性评述	182
15.3	现代形式语言系统个别“关键词”的缺失及其纠正	184
15.3.1	集合论符号“ \in ”确切内涵的重新界定	184
15.3.2	形式逻辑中“隶属”关系的独立意义及相关“符号”的约定	186
15.3.3	集合论“外延原则”和“概括原则”的重新表述	186
15.4	与“数学直觉主义”的异同性分析	188
15.5	公理化集合论反思	189
15.5.1	公理化集合论基本思想	189
15.5.2	公理化集合论中的循环逻辑	190
15.6	Hilbert 公理化思想隐含的逻辑不相容	191
15.6.1	Hilbert 形式主义的“无定域”本质	193
15.6.2	Hilbert 形式主义和“概括原则”之间的逻辑呼应	196
15.6.3	Hilbert“运动”概念引发的逻辑紊乱	197
15.6.4	理想化物质对象所定义的“有限论域”与形式系统的“有限性”	199
15.7	伪 Minkowski 空间逻辑蕴涵的“绝对伪性”	204
15.7.1	伪 Minkowski 空间“负”距离本质蕴涵的“自悖”特征	204
15.7.2	伪 Minkowski 空间不是 4 维空间	205
15.7.3	伪 Minkowski 空间隐含的“恒长度”约束及其对“独立向量”的逻辑否定	205
15.7.4	伪 Minkowski 空间逻辑蕴含的“非线性”结构	206
15.7.5	伪 Minkowski 空间中的“量纲不统一”问题及其蕴涵的逻辑倒置	207
15.7.6	伪 Minkowski 空间中的“除法”运算	208
15.8	现代数学中大量存在的逻辑倒置问题	208
15.8.1	基本拓扑概念中的逻辑悖论	209
15.8.2	现代数学体系中普遍存在的认识逻辑倒置	212
15.9	物质第一性原则对于自然科学研究所具有的普遍意义	217
15.9.1	自然科学“物质第一性原则”与形式系统“存在原则”的逻辑一致性	218
15.9.2	关于“非 Euclid 几何”等相关数学理念的附加评述	219
第 16 章 现代天体力学物理内涵反思——关于“广义相对论”的一个导引性评述		222
16.0	引力场“拖曳实验”及其相关背景材料介绍	223
16.1	“广义相对论”的基本构思及其大概评述	225
16.1.1	Weinberg 著述中的“序言”	225
16.1.2	Weinberg 著述中的“历史介绍”	226

16.2	经典“天体力学”局限性的重新认识	236
16.2.1	“惯性质量和引力质量”的等价性质疑	236
16.2.2	“超距作用”质疑	238
16.2.3	“Neumann-Zeeliger 佯谬”及其解释	239
16.3	两类“相对论”的数学悖谬及其“数学思想”冲突	240
16.3.1	“Minkowski 空间”和“Lorentz 变换群”的“伪”性	241
16.3.2	引力场“弯曲时空”隐含的逻辑悖谬	251
16.3.3	两类“相对论”数学理念的逻辑自悖及其共性特征	256
16.4	“框架拖曳”蕴涵的平凡物理真实及其“数学模型”大概认定	258
16.4.1	一个平凡的“框架拖曳”实验及其蕴含的平凡物理实在	259
16.4.2	宇航测量若干需要面对基本命题的重新思考	260
16.4.3	赋予发展中“天体力学”以真实的物理内涵	262
16.5	Dirac 著《广义相对论》一般评析——以及关于 “现代微分几何基础”的若干反思	263
16.5.1	序	263
16.5.2	狭义相对论	264
16.5.3	斜轴	266
16.5.4	曲线坐标	270
16.5.5	非张量	273
16.5.6	弯曲空间	275
16.5.7	平行位移	275
16.5.8	Christoffel 记号	278
16.5.9	短程线	290
16.5.10	短程线的稳定性	293
16.5.11	协变微分法	296
16.5.12	曲率张量	313
16.5.13	空间平坦的条件	318
16.5.14	Bianchi 关系式	324
16.5.15	Ricci 张量	325
16.5.16	Einstein 引力定律	326
16.5.17	Newton 近似	330
16.5.18	引力红移	332
16.5.19	Schwarzschild 解	333
16.5.20	黑洞	334
16.5.21	张量密度	338
16.5.22	Gauss 定理和 Stokes 定理	339
16.5.23	谐和坐标	341
16.6	几何学从“实体论”到“约定论”的“自我异化”过程及其隐含的 大量逻辑失当	342

16.6.1	曲面上“向量平移”及其相关概念隐含的“伪”科学性·····	344
16.6.2	现代“张量分析”的逻辑倒置·····	350
16.6.3	几何与物理的本质差异以及约定几何学研究可能意义的探索·····	350
	附:Nature 杂志的原文·····	355
第 17 章	西方哲学基元理念反思 ·····	359
17.0	引言——哲学、理性和理性的哲学批判·····	359
17.1	经验和理性——知识起源论的检讨·····	364
17.1.1	西方哲学关于“理性”和“经验”的习惯界定·····	365
17.1.2	西方哲学中的“唯理论”、“经验论”和“批判论”·····	370
17.1.3	源于“概念前提不确定”的“知识起源”争论·····	396
17.1.4	关于“知识起源”的回答·····	398
17.1.5	某西方哲学家的“哲学澄清”及其简单评述·····	402
17.2	实在与概念——知识对象论的检讨·····	406
17.2.1	西方哲学中的“实在论”以及相关逻辑悖论置疑·····	407
17.2.2	西方哲学中的“观念论”及其逻辑悖论·····	415
17.2.3	西方哲学中的“现象论”及其逻辑紊乱·····	420
17.3	真理与谬误——知识判断论的检讨·····	427
17.3.1	“真理之涵义”之辨析·····	428
17.3.2	“符合论”辨析·····	431
17.3.3	“实用论”的历史背景和允许“对矛盾退让”的本质内涵·····	435
17.4	自由与必然·····	437
17.4.1	“必然真理”的幼稚可笑和逻辑错置·····	438
17.4.2	经典“因果关系”命题的逻辑紊乱·····	443
17.5	物质“实在”的重新界定与哲学的“有限论域”前提·····	444
17.5.1	何为“物质”或者何为“物理实在”的问题·····	444
17.5.2	知识体系必需的“客观性”基础及其主要逻辑特征·····	446
17.5.3	哲学同样需要回答“研究什么”的问题·····	447
17.6	自然科学研究的物质第一性原则与自然科学基本图式探询 ——辩证唯物主义在自然科学研究中的应用·····	453
17.6.1	若干前提性概念的重新界定·····	453
17.6.2	自然科学研究中物质对象的“理想化”前提认定·····	460
17.6.3	自然科学“真理性判断”的确定性意义·····	462
17.6.4	自然科学研究“逻辑自治性”原则与“物质第一性”原则的逻辑呼应·····	463
17.6.5	一切合理科学陈述必然也必须遵循的“可解释性”原则·····	463
17.6.6	自然科学研究中“世界基本图式”的一般性探讨·····	464
17.6.7	自然科学理论体系“客观性基础”的重新确认·····	467
17.7	捍卫科学语言的纯洁性以及严肃规范科学争论和科学批判的语言·····	472
17.7.1	现代“分析哲学”一般理念的大致辨析·····	473

17.7.2 科学思维“辩证统一”的“客观性”内核与 Hegel 辩证法对“辩证统一”的背离	479
索引 (Index)	488
后记	492

第四部分

坚持自然科学研究中的理性原则

其实,自然科学研究中所谓的理性原则,就是一切科学陈述必须严格遵守的无矛盾原则:形式系统自身的严格无矛盾,形式系统与其描述的理想化物质对象之间严格无矛盾,以及不同形式表述在统一的科学概念、科学语言下的严格无矛盾。

彼此逻辑相悖的陈述必然导致自我否定,因此,本质上不具任何真正的科学意义。

第 13 章 量子力学若干基本概念的重新认识

至此为止,人们已经不难看出,差不多整整一个世纪以来,在由西方学者做出主要贡献的经典量子力学研究中,他们努力以实验室中的某些经验事实为基本依据,同时凭借对于经典理论体系形式表述的一种模仿,乃至源于这种形式模仿所激发的某种心灵启示,构造诸如“物质波”、“波粒二象性”、“力学量算符”等一些纯粹属于“心智”活动的产物,采用一种完全的“实用主义”立场,以最终形成 Heisenberg 所坦言的实验室的数据系统,只要它们具有实际的“应用价值”,不仅根本不在乎物理概念的统一性,而且,作为一种十分不好的习惯,西方的主流科学社会总希望将这些充满思维紊乱的形式逻辑拔高为无逻辑前提制约的某种真理体系,相应将研究者个体置于一种“神”的位置之上,尽管这种做法将对研究者个体构成一种极大的伤害。或许可以说,Einstein 最终正成为这样一种不良恶习的严重受害者。

事实上,物质世界无以穷尽,它们的存在形式和运动形式都无以穷尽,当然,相关的实验事实也无以穷尽。因此,人们恰恰可以断言:正是因为破坏了一切科学概念必需的一致性,以及科学陈述必需的逻辑相容性,对于某些似乎已经得到局部证实的形式表述,仍然根本归结为“逻辑”自身蕴涵的逻辑必然性,它们必然在更多的、无以穷尽的其他实验事实中表现形形色色的反例。应该说,在大多数情况下不能求解 Schrödinger 方程,从来没有真正应用过 Heisenberg 的矩阵方程,都是这种逻辑必然性的实证。

某些教授量子力学的学者曾经十分奇特地指出这样的事实:“学生学会了用量子力学解题,却往往并不懂得量子力学;而老师们则是你教你的量子力学,他教他的量子力学,每一个人都有属于自己的量子力学。”仁者见仁、智者见智,其实不应该成为自然科学研究者规避科学批判,放弃寻求科学真理的遁词。当然,当人们需要对这样一种过分庞杂、过分复杂、掩盖了本质悖论的形式表述进行重新梳理的时候,发现这种梳理同样是十分庞杂甚至琐碎的。另外,如果说,对于许多长期工作在这个领域中的研究者,他们几乎已经根深蒂固地对于这个本质上充满矛盾的认识体系已经形成一种习惯性的认同感,那么,笔者作为一个曾经几乎从来没有真正深入接触过量子力学体系,但是,在理论物理几乎所有其他分支曾经进行了独立的研究,并且相应得到了一系列独立研究结果的研究者,或许以前对于经典量子力学的无知正是一种十分难得的思维优势。

本书绝对不是一本教科书,而仅仅作为一种纯粹的研究性论著,或许还可以将它们称之为一些“大论文”更为合适。因此,笔者期望努力按照曾经真实存在的一种思维顺序,将对于经典量子力学体系如何进行反思、批判乃至最终形式重建的过程展现出来。因为,任何真正的科学思维其实必然十分平常和自然。任何存在矛盾的陈述,必然违背基本科学原则。相反,认真寻求一切可能存在的矛盾,成为解决一切科学难题的必经之路。

可以相信,任何一种基本正确的思维过程,应该是一般人进行正常思维的过程。因此,经典量子力学希望表现的“微观世界”到底是什么,如果剔除那种没有任何本质意义的 10^{-8} cm 的认定,那么,为经典量子力学所说微观世界中蕴涵的本质内核到底是什么,根据经典量子力学得到的最终结果到底表现了什么,以及经典量子力学为什么能够在它期望表达的某些物质

对象上获得成功,这些表述哪些并不必要,相应是否存在任何“些微”的逻辑悖论?所有这一切思考成为笔者学习、了解和剖析经典量子力学中的指导思想。因此,作为对于经典量子力学一种初步的,然而较为系统反思的论述,保留笔者的这样一种真实的思考过程,不仅符合“由表及里、由浅入深”的理性思维特征,对于熟悉量子力学的研究者重新思考量子力学也可能不无裨益。当然,这也是在此处需要对于量子力学中的一些基本概念的重新认识进行一种较为系统整理的原因。

可以做出一种一般性的判断,物质的存在必然决定了人们的意识存在。故而值得再次指出:仅仅通过学术著述的形式,而不是采取一般学术刊物中学术论文的形式发表笔者在自然科学基础研究中获得的一系列独立结果,仍然具有某种不以人们意志而转移的必然性。

出现这种状况的原因一方面是:仍然主要由西方学者控制着的主流科学社会,从他们的情感上就根本不愿意相信或者正视自 Newton 开创他的经典力学体系以来,就普遍存在于经典力学、热力学、电磁场理论以及数学本身的一系列重大的前提性悖论;当然,也决定于主流科学社会长期形成的一种根深蒂固的实用主义和形而上学哲学理念,以及过分急功近利缺乏严谨思维的一种自以为是的不良习惯,使得他们对于整个自然科学体系缺乏一种进行整体分析的能力;加之长期以来对于东方思维已经形成的一种“天然”优越感,英国的《自然》杂志,美国的《物理评论》在不能对笔者使用科学语言针对经典理论中一系列重大论题中存在的错误和不当所作的批判做出任何实质意义答辩的情况下,粗暴拒绝刊登任何对于经典理论体系构成整体性挑战的论文。

中国《科学时报》的记者曾经报道笔者所作“在自然科学尚未解决的大量难题中,几乎处处存在着逻辑不自洽问题”的断言。笔者一再声言,科学只能在“批判性的继承”和“承继性的批判”的辩证统一中得以发展。另外,笔者也再次声言:如果说 Newton, Clausius, Maxwell 在他们所创建的经典理论中存在种种不足或者错误,那么,所有这些都是人类深化认识过程中的一种历史必然,但是,今天的主流科学世界则有意识和无意识地将这些不足推至一种非理性的极至状态。在信息交流无法遏止的时代,拒绝正视错误和拒绝科学批判同样只能被视为一种十分幼稚的行为。如果说,笔者能够被称之为对经典理论中许多不足的一个批判者,其实,这种批判同样包含着大量的对于自己过去认识不足和不当乃至错误的批判。不断努力学会批判是进行基础科学研究的一种基本素质,也仅仅于此,笔者总想让笔者曾经思考的过程,包括那些已经发现的不足真实地保留下来。

使用著述而不是通常论文的形式,发表基础理论方面的独立研究结果的另一方面原因则是:自然科学中的所有重大问题不仅具有深厚的历史渊源,而且,随着自然科学的飞速发展,出现在自然科学不同分支中的些微不足都可能相互交叉影响最终形成体系性的重大错误。其实,那个只能被视为“神学”,到处充满形形色色逻辑悖论的“相对论”之所以出现,除了因为 Einstein 本人过分依赖“直觉和顿悟”以外,还具有其他的深刻原因。这就是:Newton 经典力学中何为惯性系的问题,本质上正是因为这个整个现代自然科学的前提性基元概念没有得到解决,Maxwell 除了在他构造经典电磁场理论时存在诸多形式逻辑和物理概念方面的不当,他还提出了“测量‘以太’相对于地球运动速度”这样一个自身就根本错误的实验命题。因此,人们可以相信:目前的自然科学还远未完备,不仅存在前人遗留下来的许多没有解决的难题,如美国学术界自 20 世纪 50 年代就指出经典热力学一系列神秘性可能蕴涵的逻辑不自洽问题,以及由此引起的“热力学理性重建”课题至今没有得到解决,而且,更为严重的是,目前的自然科学存在着被人们重新降格为神学的深刻危机。因此,对于目前的自然科学体系,人们必须进行“历史性”和“全局性”的重新审查。

13.1 Hilbert 空间歧义

自然科学的研究对象总是那个自存的物质世界。因此,在自然科学研究中,对于人们希望

描述的特定物质对象在“逻辑”上必须始终是第一位的,任何一个形式表述系统只不过是人们针对某一个物质对象所作理想化认定的逻辑必然。更明确地说,一旦人们能够对被描述的物质对象做出一种基本符合物理真实的理想化认定,那么,隶属于这个特定理想化物质对象,并且,相应表现某种物理真实的形式系统也就自然地形成了。因此,对于物质对象构造一种本质上仍然决定于物质对象自身的理想化认定,将成为一切理性分析唯一可靠的基础。但是,这种看似简单甚至似乎十分朴素的理念,至今也没有在自然科学研究中确立一种本来应该属于它的前提地位。正因为此,Newton 力学,Maxwell 电磁场理论等许多经典理论,在研究或者构造之始就真实地处于一种前提性的深刻矛盾之中。只不过,由于经典理论处理的问题相对比较简单,西方主流科学社会所崇尚的“实用主义哲学”将这些基元理念的认识紊乱掩盖了。

因此,正因为科学大厦的基础并没有真正奠定,当量子力学面临一些较为复杂的问题时,那些本质上并没有真正得到解决的前提性认识困惑,必然再次将人们本来就不充分的理性认识引入到更为深刻的认识危机和逻辑紊乱之中。如果说,Heisenberg 诚实地告诫人们,只能放弃通常的物理理念,必须将量子力学视为实验室“数”之间的一种特定关联的时候,实际上公开表现了“放弃理性”的一种无可奈何,那么,Dirac 通过引入“Hilbert 空间”等一些表面上较为复杂的数学形式,试图给人们构造一种所谓“公理化系统”的印象,从而能够为这些以破坏物理学概念所必需的统一性为代价的“数据系统”披上“合法”的外衣,因而将“形而上学”的模仿视为公理的方法不仅具有更大的蒙骗性,而且从长远意义考虑也具有更为深刻的危害性。事实上,物质世界及其运动形形色色、无以穷尽,借助不断改变概念以吻合于物理真实的陈述系统必然陷入无尽矛盾之中。

13.1.1 量子力学解空间不是 Hilbert 空间

就数学形式本身而言,它不具特指的物理内涵,通常仅仅成为表示不同形式量之间怎样构成逻辑关联的一种结构。当然,也仅仅因此,数学形式才可能作为一种普适工具,被广泛应用于自然科学研究的不同领域,代表完全不同的物理实在。

在目前几乎所有的量子力学著述中,人们通常都强调“态函数”作为整个量子力学形式系统的“求解”对象,需要定义在一个称之为 Hilbert 的特定空间之中。如果依据《数学百科全书》中的解释,那么,Hilbert 空间本质上只是定义在复数或者实数域中的一个无穷维向量空间 H ,相应存在定义在 $H \times H$ 上的复值或者实值的函数 (x, y) ,并且,该函数具有以下性质:

$$(x, x) = 0 \rightarrow x = 0 \cap \forall x \in H \quad \exists (x, x) \geq 0$$

$$(x + y, z) = (x, z) + (y, z) \quad x, y, z \in H$$

$$(\alpha x, y) = \alpha(x, y) \quad (x, y) = (y, x)^* \quad x, y \in H$$

以及

$\forall x_n \in H, n = 1, 2, \dots \cap \lim_{m, n \rightarrow \infty} (x_n - x_m, x_n - x_m) = 0, \exists x : \lim_{n \rightarrow \infty} (x - x_n, x - x_n) = 0$
并且,将 x 称之为序列 (x_n) 的极限。

这样,人们可以看到,Hilbert 空间作为一个无穷集合,它的最基本特征应该在于具有一种较为优良的“逼近”性能。除此以外,Hilbert 空间与通常被赋予“内积”函数以表示向量空间一种特定的“度量”特征以外,几乎与一般的“线性空间”没有多少差别。但是,无论是属于线性向量空间的一般“度量”特征,还是一切线性空间以“连续性”为基础的“线性叠加”性能,乃至 Hilbert 空间所具有较为优良的“逼近”性能,它们都与刻画 Bohr 所述“量子跳跃”特征的量子

力学“态”函数格格不入,或者不可能隶属于由“态函数集合”所张的那个“离散”抽象空间。

首先,考虑内积空间的度量特征。由于量子力学中的态函数仅仅表述粒子系统运动学状况的一种“几率”特征,也就是像人们通常所说的那样,因此在量子力学中,态函数总可以相差一个任意的常系数,即

$$|\Psi\rangle \sim |c\Psi\rangle \leftrightarrow \langle\Psi|\Psi\rangle \sim \langle c^*\Psi|c\Psi\rangle = c^*c\langle\Psi|\Psi\rangle$$

该关系式明确告诉人们:即使愿意将量子力学中“态”函数的集合定义为抽象的函数空间,但是,讨论这个空间的“度量”特征没有本质意义。

其次,如果必须将满足量子力学基本方程的解的集合,即“态”函数的集合构成一种“空间”的话,那么,作为这种数学结构的最基本特征,恰恰就是它并不满足线性空间通常需要满足的“线性叠加”原理。事实上,经典量子力学分析中“态函数空间”中的“每”一个函数被赋予了一种特定的“形式”意义和“物理”意义,不能随意将“态函数空间”中两个不同函数进行叠加。当然,更谈不上利用“态函数空间”必需的完备性,考虑由该“态函数空间”中无穷多函数“线性叠加”如何与表现“个性”特征的边界条件匹配的问题,从而求出一个唯一的解函数^①。

例如,态函数 Ψ_i 和 Ψ_j 是某量子系统“解空间”中的两个不同的解函数,假设考虑量子力学中通常讨论的一维谐振子,则与较低能级对应的解分别为

$$\begin{aligned}\Psi_0(x) &= \frac{\sqrt{\alpha}}{\pi^{\frac{1}{4}}} \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2\right) \\ \Psi_1(x) &= \frac{\sqrt{2\alpha}}{\pi^{\frac{1}{4}}} \alpha x \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2\right) \\ &\dots\dots \\ \alpha &= \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\end{aligned}$$

根据量子力学的经典陈述,对于上面列出的“每一个”解,都被人们赋予了确定的物理意义,或者对应于不同的特定物理实在。如果真的能够满足叠加原理,那么,则应该存在另一个态函数,为

$$\Psi(x) = c_i\Psi_i + c_j\Psi_j$$

但是,这样的形式叠加根本不存在。当然,在经典量子力学的讨论中,也从来没有在一维谐振子的分析中真正进行过类似这样的叠加。

更为明确地讲,即使仍然能够将 Schrödinger 所“创造”出来的波动方程视为量子力学的基本方程,用以求解量子力学中的“态”函数,其实正如人们熟知,对于定态 Schrödinger 方程所构造的本征值问题

$$(\hat{H} - E)\Psi = 0$$

它的每一个“本征态”解都被量子力学赋予了一种“独立”意义。其实,正因为此,在量子力学的经典陈述中,一方面“无需也根本不允许”考虑不同本征值所对应本征函数之间的“叠加”如何与边界条件彼此吻合的问题,另一方面,Schrödinger 方程也从来没有“真正”被当作数学上的

^① 注意到,量子力学所述的边界条件仍然是纯粹人为构造的“共性”特征,刻画了“一切统计表述”需要自然满足的“连续性”特性,而不是“数学物理”问题中边界条件被赋予确定物理内涵的“个性”特征。

“数理方程”使用过一次。

还可以这样说,正由于“不可叠加”这样一种数学上明显存在的无理性,量子力学才可能提供了一种让人们“聊以自慰”的理由:不同本征值所对应的不同本征函数,恰恰能够刻画量子效应本质蕴涵的“离散”特征。或者考虑到量子效应内蕴的这种离散特征,无需也不可能为这些不同的本征函数构造 Cauchy 序列,考虑与其相关的极限问题。

总之,对于与量子效应不同“能量跃变”所对应不同“态”函数构造的离散集合,即使希望将其称之为一个数学上的“空间”,它也根本和数学上的 Hilbert 空间不可相提并论。在这个解空间中,不存在具有确定意义的度量,并且,由于两个不同解的叠加并不一定构成一个新的解,当然,相应也不存在解函数之间的线性叠加问题。

与量子力学处理 Schrödinger 方程本征值和本征函数的方式完全不同,对于定义在“空间域 x 和时间域 t ”中的任意一个线性算子,如果存在形式分解

$$\hat{H}(x, t) = \hat{X}(x) \hat{T}(t)$$

则通常它的解 $u(x, t)$ 总可以形式地表示为如下的线性叠加:

$$u(x, t) = \sum X(x)T(t)$$

其中 $X(x)$ 需要满足空间算子及边界条件所构造的本征值方程

$$(\hat{X} - \lambda)X = 0$$

从而人们能够最终根据给定的初始条件确定原定解问题的解 $u(x, t)$ 。在物理上,这些仅仅定义在空间域中的函数 $X(x)$ 可以视为“行波”,因此,同样可以将原方程的解视为不同行波的叠加。此时,如果能够给空间域中的函数 $X(x)$ 构造“内积”,那么,人们可以将所谓满足本征值方程的本征函数所构造的抽象空间称之为 Hilbert 空间。显然,数理方程中求解线性方程时普遍适用的行波法,并没有应用于量子力学求解态函数之中。相应,不存在所谓的 Hilbert 空间。

此外,根据某些确定的物理条件求解“态”函数,再进而由其表述粒子系统运动学状态这样一个角度考虑,量子效应自身蕴涵的“离散”特征,只能形式地存在于“状态空间”的不同“广义坐标”之间。不同能量本征值仅仅与量子效应中“能量跃变”的幅度相关,对于重新构造的变分原理,能量跃变幅度则以量子约束中“确定参数”的形式出现。因此,即使可以将 Schrödinger 方程中的能量分立值视为表现量子效应一种表现意义上的离散特征,但是,在物理上仍然本质相异于决定于能量跃变的离散量子约束。

13.1.2 解空间物理内涵的不完备性和形式逻辑歧义

在 Newton 经典力学分析中,通常总是将属于粒子系统的“状态空间”首先确定下来。当然,状态空间的确定,逻辑地意味着对被描述物质对象构造了一种“理想化”认定。经典量子力学则不然,尽管 Hilbert 空间被称之为“态”所构造解的一种抽象空间,但是,正如探究量子力学哲学基础时所提出的那样,人们至今没有解决量子力学所表述“物质对象”到底是什么的问题。因此,量子力学中的 Hilbert 空间,无非“期望”用来表示某一个“人为构造”方程,即 Schrödinger 方程的“解函数”或“态”所构造的集合。当然,此处使用“期望”的称谓,只是因为如上面分析所述。量子力学中的“态”并非 Schrödinger 方程真正数学意义上的解函数。而且,在量子力学的经典表述中,人们仅仅对“态”函数的几率表述作了一种形式认定,即

$$\text{Prob}(\Psi) = \frac{\langle \Psi | \Psi \rangle}{\sum_{\text{for all}} \langle \Psi | \Psi \rangle} \langle \Psi | \Psi \rangle \quad (13.1.1)$$